



Отделение науки о земле
ИНСТИТУТ ВОДНЫХ ПРОБЛЕМ

Беликов В.В., Алексюк А.И.

**МОДЕЛИ МЕЛКОЙ ВОДЫ
В ЗАДАЧАХ
РЕЧНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ**

Москва
2020

УДК 556
ББК 26.222.5
Б43

Беликов В.В. Модели мелкой воды в задачах речной гидродинамики /
Беликов В.В., Алексюк А.И. – М.: РАН, 2020. – 346 с.: 202 ил.

ISBN 978-5-907366-10-7

В монографии излагаются оригинальные эффективные алгоритмы численного решения уравнений мелкой воды, из которых в первую очередь следует выделить метод распада произвольного разрыва с учетом разрывного дна, обеспечивающий существование и единственность решения при любых начальных данных, а также алгоритм для уравнений вязкой мелкой воды и «неотрицательный» алгоритм для уравнений в диффузионном приближении. Тщательно выполненное тестирование демонстрирует высокую точность и надежность предлагаемых методов. Большой практический опыт одного из авторов позволил насытить книгу множеством примеров решения широкого круга прикладных задач.

При подготовке монографии использовались результаты, полученные при работе над проектом Российского научного фонда № 17-77-30006 по теме: «Новое поколение моделей, методов и технологий для противодействия современным угрозам водной безопасности».

Для научных работников и специалистов в области речной гидродинамики и инженерной гидрологии, проектирования гидротехнических сооружений, численного моделирования течений со свободной поверхностью.

ISBN 978-5-907366-10-7

© Беликов В.В., Алексюк А.И., 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	9
ЧАСТЬ I. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕЧЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ	17
Глава 1. Уравнения мелкой воды	17
1.1. Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости	17
1.2. Приближение мелкой воды	19
1.2.1. Осреднение уравнений Навье-Стокса по вертикальному направлению	21
1.2.2. Распределение скорости по вертикали	22
1.2.3. Классические уравнения мелкой воды	23
1.2.4. Уравнения вязкой мелкой воды	24
1.2.5. Модели описания трения и турбулентной вязкости	25
1.2.6. Учет ледяного покрова	26
1.2.7. Постановка граничных условий для уравнений мелкой воды	27
1.3. Упрощенные модели мелкой воды	28
1.3.1. Одномерные уравнения мелкой воды (уравнения Сен-Венана)	28
1.3.2. Двумерные двухслойные уравнения диффузионной волны	30
Глава 2. Задача Римана для уравнений мелкой воды	36
2.1. Задача Римана над горизонтальным дном	36
2.1.1. Частные решения	37
2.1.2. Общее решение	38
2.1.3. Алгоритм нахождения точного решения	39
2.2. Задача Римана над разрывным дном	41
2.2.1. Условия на стационарном скачке над разрывом дна	42
2.2.2. Существование и единственность решения	44
2.2.3. Пример. Течение с сухим дном по одну сторону от разрыва	44
2.2.4. Решения задачи Римана в общем случае	45
2.2.5. Алгоритм нахождения точного решения	48
2.2.6. Все возможные конфигурации решения	50
2.2.7. Метод приближенного решения задачи	52
2.3. Применение задачи Римана при численном решении уравнений мелкой воды	53
2.3.1. Метод Годунова	54

2.3.2. Моделирование течений с участками сухого дна	56
Глава 3. Тестирование численных алгоритмов	58
3.1. Аналитические решения	59
3.1.1. Распад разрыва над горизонтальным дном	59
3.1.2. Распад цилиндрического разрыва	60
3.1.3. Распад разрыва над скачком дна	61
3.1.4. Течения с бугром на дне	65
3.1.5. Одномерное стекание жидкости с учетом трения	67
3.1.6. Набегание волны на откос	68
3.1.7. Косой гидравлический прыжок	70
3.2. Данные экспериментов и расчетов	72
3.2.1. Течение через треугольный водослив Крампа	72
3.2.2. Растекание потока по наклонной плоскости	75
3.2.3. Распространение волны прорыва в расширяющемся канале	76
3.2.4. Разрушение плотины с затоплением конусов на дне	78
3.2.5. Обтекание вертикального цилиндра	79
3.2.6. Обтекание группы вертикальных цилиндров	81
3.3. Данные натурных наблюдений	84
3.3.1. Нестационарные течения в нижнем бьефе Горьковской ГЭС (одномерная модель)	84
3.3.2. Моделирование быстроразвивающихся дождевых паводков на горном водосборе (двумерная модель)	87
ЧАСТЬ II. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ РЕЧНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ	92
Глава 4. Технологии компьютерного моделирования открытых потоков	92
4.1. Сбор и обработка исходных данных, схематизация объекта исследования, выбор адекватных численных моделей	92
4.2. Применение ГИС-технологий для построения ЦМР и визуализации результатов расчетов	98
4.2.1. Принципиальная схема применения ГИС-технологий	98
4.2.2. Использование ГИС-технологий и специализированных баз данных при численном моделировании экстремальных затоплений поймы Н. Дона	100
4.3. Генерация неструктурированных адаптивных гибридных сеток ..	105
4.4. Методика интерполяции рельефа земной поверхности в узлы расчетной сетки	109

4.4.1. Формулировка методов интерполяции и их свойств	110
4.4.2. Несибсоновская (гармоническая) интерполяция и ее свойства	112
4.4.3. Сравнительное исследование алгоритмов интерполяции	113
4.5. Калибровка и верификация компьютерных моделей. Выбор коэффициентов гидравлических сопротивлений	116
4.6. Авторские компьютерные программы для моделирования открытых потоков	125
4.6.1. Программный комплекс «RIVER 1D» для расчета течений и переноса загрязнений в протяженной и разветвленной системе русел	126
4.6.2. Программный комплекс «STREAM 2D CUDA» для расчета течений, деформаций дна и переноса загрязнений в открытых потоках	126
4.6.3. Программный комплекс «STREAM 3D» для расчета гидротермических режимов и переноса загрязнений в водотоках, водоемах и на шельфе	127
Глава 5. Компьютерная модель Москворецкой речной системы	129
5.1. Задачи и объект исследований	130
5.2. Математические модели Москворецкой речной системы	134
5.3. Моделирование паводкового стока	142
5.4. Моделирование распространения загрязняющих веществ по основной русловой сети	145
5.5. Расчет времен добегания расхода и загрязняющих веществ с учетом вторичной русловой сети	149
5.6. Моделирование динамики притока к Рублевской плотине в период ледостава	157
Глава 6. Научное сопровождение проектирования гидротехнических сооружений с применением методов численного гидродинамического моделирования	166
6.1. Спрямление излучины р. Туры. Численное исследование влияния инженерных сооружений на глубину затопления поймы р. Туры в районе г. Тюмень	166
6.1.1. Задача и математическая модель	166
6.1.2. Модель объекта и калибровка	168
6.1.3. Результаты расчетов без учета и с учетом обводного канала	170
6.2. Оптимизация конструкции водосброса Кашхатау ГЭС	172
6.3. Расчет сопряжения отводящего канала ГЭС с руслом р. Кванза в нижнем бьефе гидроузла Капанда	176
6.3.1. Задача и математическая модель	176

6.3.2. Модель объекта и калибровка	177
6.3.3. Влияние конфигурации отводящего канала на подпор ГЭС	180
6.4. Численные исследования для выбора оптимальной компоновки совмещённого нижнего бассейна Загорских ГАЭС-1 и ГАЭС-2	184
6.4.1. Задача и математическая модель	184
6.4.2. Модель объекта и калибровка	188
6.4.3. Основные результаты проведенных исследований	194
6.5. Гидравлическое обоснование проекта Багаевского гидроузла на р. Дон с применением численного гидродинамического моделирования	196
6.5.1. Задача и математическая модель	196
6.5.2. «Глобальная» модель и её калибровка	197
6.5.3. Расчеты на «глобальной» модели долины Н. Дона	202
6.5.4. Расчеты на модели Багаевского водохранилища	208
6.5.5. Расчеты на локальной крупномасштабной численной гидродинамической модели гидроузла	215
6.5.6. Выводы	218
Глава 7. Расчет параметров волн прорыва напорных гидротехнических сооружений	220
7.1. Исходные данные для моделирования	221
7.2. Моделирование прорыва шлюзов	223
7.2.1. Чайковский шлюз	223
7.2.2. 7-й шлюз Канала им. Москвы	228
7.3. Оценка влияния дорожной инфраструктуры на развитие прорывного паводка в долине р. Истры	233
7.4. Балльная система оценки степени возможных разрушений от наводнений и волн прорыва	242
7.4.1. Постановка задачи	242
7.4.2. Алгоритм расчета ущербов в балльной системе	244
7.5. Моделирование чрезвычайных ситуаций при каскадных гидродинамических авариях на примере Урало - Кушумской ООС	250
Глава 8. Моделирование распространения паводковых и прорывных волн по селитебным территориям	256
8.1. Обоснование высотно-планировочных решений по застройке Захарковской поймы р.Москвы с учетом защиты от наводнений	256
8.2. Выбор проектных решений по ликвидации последствий катастрофического наводнения в Приморском крае на основе результатов компьютерного моделирования	259

8.2.1. Гидроморфологические и ситуационные условия в районе участка железнодорожной линии Чалданка – Дальнереченск	259
8.2.2. Численное моделирование паводкового течения в районе железнодорожной линии	262
8.2.3. Выводы и рекомендации	267
8.3. Обоснование условий гидрологической безопасности селитебных территорий с применением численного гидродинамического моделирования (на примере г. Ярославль)	268
8.3.1. Общие положения	269
8.3.2. Объект исследования. Построение численной гидродинамической модели и её калибровка	270
8.3.3. Сценарии гидродинамической аварии	276
8.3.4. Расчеты параметров волны прорыва от гидродинамической аварии	277
8.4. Численное моделирование катастрофического наводнения в г. Крымске 6–7 июля 2012 г.	281
8.4.1. Оперативные расчеты по одномерной модели	282
8.4.2. Расчеты по двумерной гидродинамической модели	285
8.4.3. Расчеты с применением новой технологии построения компьютерной модели для численного моделирования затопления селитебной территории	294
8.4.4. Выводы	298
Глава 9. Моделирование экстремальных гидродинамических воздействий на объекты повышенной опасности	300
9.1. Оценка рисков экстремальных затоплений объектов повышенной опасности с учетом наложения нескольких гидрометеорологических явлений редкой повторяемости (на примере «Фукусима-теста» для Балаковской АЭС)	300
9.1.1. Задача и математическая модель	300
9.1.2. Модель объекта и калибровка	301
9.1.3. Результаты численного моделирования	303
9.1.4. Оценки вероятностей рассматриваемых сценариев и рисков затопления АЭС	305
9.2. Обоснование отметки промышленной площадки АЭС Руппур на р. Ганг в Республике Бангладеш	308
9.2.1. Задача и математическая модель	308
9.2.2. Модель объекта и калибровка	309
9.2.3. Результаты численного моделирования	311

Приложение А. Численные алгоритмы решения одномерных уравнений мелкой воды	318
А.1. Конечно-разностная схема для решения одномерных уравнений Сен-Венана	318
А.2. Учет водосбросных плотин при сквозном расчете каскадов гидроузлов	322
А.3. Неотрицательный конечно-разностный алгоритм для одномерных уравнений диффузионной волны	324
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	328

ВВЕДЕНИЕ

В монографии изложены физико-математические модели и численные алгоритмы для расчета открытых потоков в одномерной и двумерной (плановой) схематизации, а также двухслойная модель паводковых течений, являющаяся обобщением одномерных и двумерных уравнений мелкой воды (Сен-Венана). Уравнения мелкой воды являются мощным и эффективным средством решения многих задач речной гидродинамики и гидравлики (здесь мы не рассматриваем океанологические задачи и другие приложения уравнений мелкой воды). Основное внимание уделено двумерным численным алгоритмам, реализованным на неструктурированных треугольно-четырёхугольных сетках. Приведено краткое описание соответствующих программных комплексов. Эти алгоритмы и программы применялись для построения компьютерных моделей многих конкретных объектов. Все разработки, включая программы, выполнены либо непосредственно авторами монографии, либо при их определяющем участии, за исключением алгоритма разностной схемы для одномерных уравнений (Приложение А), предложенного А.Н. Милитеевым [Милитеев, 1982].

Существующие и перспективные подходы к компьютерному моделированию открытых потоков. Гидродинамические исследования всегда занимали видное место среди теоретических и прикладных наук. В России и бывшем СССР выросла замечательная плеяда гидродинамиков и гидравликов мирового уровня, а с конца 50-х годов в связи с развитием вычислительной техники стали появляться высококлассные вычислители-гидродинамики, а затем и гидравлики, стали формироваться соответствующие научные школы.

Большое влияние на развитие численных алгоритмов для решения уравнений мелкой воды оказали работы по вычислительной газовой динамике: С.К. Годунова [Годунов, 1959; Годунов и др., 1976], В.П. Колгана [Колган, 1972, 1975], В.В. Русанова [Русанов, 1961], А.В. Родионова [Родионов, 1987а, 1987б], П. Роуча [Роуч, 1980], Р. Куранта [Courant, Isaacson, Rees, 1952], А. Хартена и С. Ошера [Harten et al., 1986, 1987; Harten, Osher, 1987], П. Лакса и В. Вендроффа [Lax, Wendroff, 1960], П. Роу [Roe, 1981], и др.

В развитие математических и численных моделей гидравлики открытых потоков большой вклад внесли: О.Ф. Васильев [Атавин, Васильев, 1975; Васильев и др., 1963; Васильев, 1956, 1974; Васильев, Темноева, Шугрин, 1965; Васильев, Гладышев, 1966], Н.Е. Вольцингер и Р.В. Пясковский [Вольцингер, Пясковский, 1977], Л. В. Овсянников [Овсянников, 1981; Овсянников и др., 1985], В.М. Лятхер и А.Н. Милитеев [Лятхер, Милитеев, 1978; Лятхер, Милитеев, 1981], М.Т. Гладышев [Гладышев, 1968; Гладышев, 1981], К.В. Гришанин [Гришанин, 1979], И.А. Шеренков [Шеренков, 1958,

1978; Шеренков, Каневский, Ляшенко, 1988], А.Н. Милитеев и Д.Р. Базаров [Милитеев, Базаров, 1997; Базаров, Милитеев, 1999], Дж. Стокер [Стокер, 1959], М. Эббот [Abbot, Rasmussen, 1977; Abbott, 1980], Ж. Кюнж [Кюнж, Холли, Вервей, 1985], П. Гластер [Glaister, 1995]. Следует упомянуть интересные работы А.Ю. Семенова и С.С. Маханова по созданию «неотрицательных» численных алгоритмов для уравнений мелкой воды [Маханов, Семенов, 1994, 1996], работы С.А. Иваненко по расчету течений в заливах, озерах и водохранилищах на адаптивных криволинейных сетках [Иваненко, 1985, 2000; Иваненко, Корявов, 1983; Иваненко, Корявов, Милитеев, 2002].

Ряд моделей и алгоритмов были разработаны авторами монографии с соавторами. В 1988–1990 гг. В.В. Беликовым и А.Н. Милитеевым предложена математическая модель двухслойного русло-пойменного потока [Беликов, Милитеев, 1989, 1992, 1993, 2002б; Беликов и др., 2002б], обобщающая одномерную и двумерную модели Сен-Венана. Апробация этой модели при расчете паводковых течений на реальных водотоках выявила ее высокую эффективность и большую практическую ценность. Представление этой модели на международной конференции RIVER FLOW 2002 [Belikov, Militeev, Rodionov, 2002] вызвало большой интерес зарубежных специалистов.

Еще в конце 50-х годов академиком АН СССР С.К. Годуновым была разработана эффективная явная по времени численная схема решения уравнений газовой динамики [Годунов, 1959; Годунов и др., 1976]. В 1985 году В.В. Беликовым и А.Ю. Семеновым она была адаптирована для решения двумерных уравнений мелкой воды на гибридных сетках с учетом точного решения задачи о распаде произвольного гидродинамического разрыва (так называемой задачи Римана) на горизонтальном дне [Беликов, Семёнов, 1985а, б, 1997а, б, 1988; Belikov, Semenov, 1988, 1989]. За рубежом практически в это же время стали развиваться упрощенные варианты схемы Годунова для уравнений мелкой воды. Так, приближенный метод Рое [Roe, 1981] был адаптирован Гластером для уравнений теории мелкой воды [Glaister, 1995] и широко используется для моделирования различных типов течений [Прокофьев, 2003; Delis, Skeels, Rylie, 2000; Mingham, Causon, 2000].

Однако наличие неровного дна в уравнениях мелкой воды не позволяло автоматически распространить газодинамические алгоритмы на этот класс задач. А использование приближенных подходов к решению задачи о распаде произвольного разрыва увело некоторых исследователей в сторону от нахождения точного и единственного решения задачи Римана для уравнений мелкой воды на разрывном дне. Авторами настоящей монографии точный метод решения задачи о распаде разрыва был развит на случай неровного (разрывного) дна [Алексюк, Беликов, 2017а; Alekseyuk, Belikov, 2019; Alekseyuk, Malakhov, Belikov, 2020], что позволяет существенно повысить эффективность и точность моделирования, а также обеспечить существование и единственность решения задачи Римана при любых начальных данных.

Одними из пионеров разработки неявных разностных схем для уравнений Сен-Венана были сотрудники ОАО «НИИЭС» (бывшего НИС Гидропроекта) Б.Л. Историк и А.Н. Милитеев [Лятхер, Милитеев, 1978, 1981; Милитеев, 1982, 1983]. Схема А.Н. Милитеева на прямоугольной сетке второго порядка точности, позволяющая моделировать крупномасштабные турбулентные вихри в потоке жидкости без введения дополнительных гипотез [Милитеев, 1982; Милитеев, Базаров, 1997], широко применялась и применяется для решения различных гидравлических задач. Впоследствии В.В. Беликовым и А.Н. Милитеевым была разработана неявная схема конечных объемов с консервативной аппроксимацией конвективных членов на треугольной неструктурированной сетке [Беликов, Зайцев, Милитеев, 2001; Беликов, Милитеев, 2002б], так же обладающая возможностью рассчитывать отрывные вихревые течения.

При решении практических задач гидравлики открытых потоков одним из ключевых моментов является осознание и использование того принципиального факта, что двумерные уравнения мелкой воды достаточно хорошо описывают не только плавно изменяющиеся, но и резко изменяющиеся течения с образованием отрывных (циркуляционных) зон и гидравлических прыжков. Вывод уравнений Сен-Венана без допущений о плавной изменемости потока дан, например, в работах А.Н. Милитеева [Лятхер, Милитеев, 1981; Милитеев, 1982], причем показано, что подкачка энергии в циркуляционную зону происходит за счет пульсаций на границе с транзитной струей. Более того, в численных экспериментах удалось получить спектр пульсаций, обогащающийся новыми гармониками при сгущении расчетной сетки [Милитеев, 1982; Милитеев, Базаров, 1997], что кроме прочего, свидетельствует и о высоком качестве применяемой разностной схемы. Многочисленные обзоры реальных объектов, и в том числе физических и натурных экспериментов, выполненные А.Н. Милитеевым с соавторами [Лятхер, Милитеев, 1978, 1981; Милитеев, 1982, 1983; Милитеев, Базаров, 1997; Милитеев, Цыпин, 1989; Милитеев, Школьников, 1981], а также одним из авторов монографии [Беликов, Зайцев, Егоров, 2001; Беликов, Зайцев, Милитеев, 1999, 2001, 2002; Беликов и др., 2002б, 2004г; Беликов, Семёнов, 1985б; Беликов и др., 2004а], убедительно свидетельствуют в пользу такого подхода.

На современном этапе наряду с точностью и эффективностью применяемых численных алгоритмов чрезвычайно важно совершенствовать и технологии компьютерного моделирования, начиная с автоматизации подготовки исходных данных, продолжая автоматизацией расчетов и заканчивая визуализацией полученных результатов. При решении описанных в монографии задач широко применяются электронные топографические карты и ГИС-технологии, а также нерегулярные адаптивные гибридные расчетные сетки.

Термин «компьютерное моделирование» приходит на смену термину «численное моделирование» в силу того, что под компьютерным моделированием понимается не только собственно расчет по той или иной мате-

матической и численной модели, но и сбор и подготовка исходных данных и представление результатов исследований с применением компьютерных технологий. В настоящее время для получения высокоточной батиметрии исследуемого объекта применяются эффективные методы эхолотирования с использованием систем спутникового позиционирования (GPS, ГЛОНАСС), позволяющие получать абсолютные отметки дна русла в виде компьютерных файлов в одной из глобальных координатных систем. Используются и многолучевые широкополосные профилографы, позволяющие производить детальную подводную съемку дна сразу на значительной площади. Эти данные с применением интенсивно развивающихся в последнее время ГИС-технологий могут быть непосредственно включены в слои электронной топографической карты требуемого масштаба. Те же электронные карты должны не только облегчать подготовку исходных данных и повышать их точность, не только участвовать в отображении результатов численного моделирования, но и составлять единое целое с расчетной программой, обеспечивая взаимодействие картографической и расчетной информации и возможность внесения изменений в данные и анализ результатов непосредственно в процессе моделирования.

Гибридные треугольно-четырёхугольные сетки, применяемые в монографии, легко адаптируются для исследования течений в сложных ситуациях при наличии плотин, дамб, дорог, мостовых переходов и других искусственных сооружений. Например, участки (подобласти) расчетной области, четко ориентированные на местности (дамбы, русла рек), могут покрываться прямоугольной или криволинейной четырехугольной сеткой, а пойменные участки с неопределенным заранее направлением течения – треугольной. Построение треугольных и смешанных сеток на основе вариационно-маршевого алгоритма ведется программой, являющейся развитием программы «*TRIANA*» [Беликов, 1984а], которая обеспечивает высокое качество сеток. При этом выделение границ подобластей и расстановка на них узлов сетки может производиться с использованием электронной топографической карты в среде ГИС. При моделировании затопления селитебных территорий с выделением на сетке всех объектов инфраструктуры применяются и более современные алгоритмы [BlueKenue, 2016] и GMSH [Geuzaine, Remacle, 2009].

При численном моделировании реальных объектов важной процедурой является пересчет отметок поверхности дна русла и поймы в узлы или центры ячеек расчетной сетки. При этом для произвольной сетки должна обеспечиваться монотонность пересчета, непрерывная зависимость от начальных данных и точная аппроксимация линейной функции. Всем этим свойствам удовлетворяет разработанная одним из авторов монографии (совместно с А.Ю. Семеновым) так называемая гармоническая (несибсоновская) интерполяция, основанная на использовании триангуляции Делоне и ячеек Дирихле [Беликов и др., 1997а, 1997б; Беликов, Конторович, 1992; Belikov, Semenov, 1997, 1998б, 2000]. Ее применение наряду с предвари-

тельным доопределением исходных данных рельефа по специально разработанным программам позволяет строить компьютерные модели объектов со сложной батиметрией на густых сетках.

Резюмируя, можно предположить, что в ближайшей перспективе для решения практических задач речной гидродинамики оправдано применение в расчетах моделей мелкой воды, не требующих сложных гипотез для их замыкания, но, тем не менее, позволяющих описывать резко-нестационарные и не плавно изменяющиеся течения с возможным образованием гидравлических прыжков и водоворотных зон. При этом должны использоваться адаптивные гибридные сетки, ГИС-технологии и максимально детальная информации об объекте исследования (прежде всего батиметрическая и топографическая). Большой опыт расчетов авторов монографии с коллегами показывает, что именно на этом пути можно в настоящее время эффективно решать многие задачи гидродинамики открытых потоков.

Краткое содержание по главам. Книга фактически делится на две части – теоретическую и практическую. Главы 1–4 содержат вывод и обсуждение различных моделей мелкой воды, описание алгоритмов их численного решения, тестовые задачи, описание применяемых технологий численного моделирования. Главы 5–9 посвящены приложениям разработанных моделей и методов к решению широкого круга задач гидродинамики и гидравлики открытых потоков.

В первой главе изложен вывод основных уравнений мелкой воды и их модификаций, которые использовались в дальнейшем при численном моделировании реальных объектов. Это классические двумерные уравнения мелкой воды (уравнения Сен-Венана, уравнения плановой гидравлики), уравнения с учетом плановой вязкости, уравнения с учетом ледового покрова, упрощенные модели мелкой воды (одномерная и диффузионная).

Вторая глава посвящена подробному изложению основного применяемого нами численного алгоритма для решения уравнений мелкой воды – методу, основанному на расчете распада гидродинамического разрыва над негоризонтальным (кусочно-постоянным) дном, обеспечивающем существование и единственность решения задачи Римана при произвольных начальных условиях. Показано, что всего существует 128 конфигураций решения, включая случаи резонансных волн и движения по сухому дну. Описан решатель задачи Римана на разрывном дне.

Точность и эффективность предложенного алгоритма демонстрируется в главе 3 на аналитических решениях, экспериментальных данных и натурных объектах. Показано, что высокую точность расчетов при обтекании препятствий на дне и при переливе через плотины можно получить всего на 3–4 ячейках расчетной сетки, что открывает широкие горизонты для моделирования протяженных речных объектов (тысячи километров) с примене-

нием двумерных моделей. Демонстрируется существенное превосходство схемы второго порядка точности на гладких решениях, и незначительные отличия схемы первого и второго порядка на разрывных решениях.

В четвертой главе описываются технологии компьютерного моделирования открытых потоков, которые в совокупности с представленными в главе 2 алгоритмами позволяют производить построение компьютерных гидравлических моделей реальных водных объектов и обеспечивают получение результатов, пригодных для практического использования. Рассмотрены вопросы применения электронных топографических карт и ГИС-технологий; современных методов измерений; выбора адекватных натуре численных моделей и масштабов моделирования; построения треугольных и гибридных адаптивных расчетных сеток; эффективной интерполяции функций, заданных на нерегулярных наборах точек; калибровки и верификации численных моделей. Кратко описаны основные программные комплексы, разработанные авторами монографии и широко используемые при решении практических задач речной гидравлики и гидрологии.

Пятая глава целиком посвящена описанию компьютерной модели Москворецкой речной системы и программного комплекса «Река Москва». В течение 16 лет в несколько этапов разрабатывалась одномерная гидродинамическая модель р. Москвы от Верхнемоскворецких водохранилищ до устья с учетом основных притоков (Руза, Истра, Пахра, Нерская, Северка) и 8 водосбросных плотин, обеспечивающих условия водозабора и судоходства. Общая протяженность модели составила более 600 км. Программный комплекс «Река Москва» применялся для моделирования весенних половодий и летне-осенних паводков, прогноза притока к Рублевским водозаборам (обеспечивающим г. Москву питьевой водой) в период ледостава, для оптимизации работы гидроузлов в период половодий, для расчета переноса загрязнителей по русловой сети.

В шестой главе рассмотрены примеры приложения разработанных численных алгоритмов и компьютерных технологий моделирования к расчету гидравлической работы различных гидротехнических сооружений. Представлено исследование влияния водоотводного канала на уровни затопления пойменных участков г. Тюмень; численными методами исследована и оптимизирована конструкция поверхностного водосброса ГЭС Кашхатау на р. Черек; проведен анализ различных вариантов сопряжения отводящего канала ГЭС Капанда (Ангола) с руслом горной реки; на основе численных экспериментов выбран оптимальный с гидравлической точки зрения вариант планового очертания совмещенного нижнего бассейна Загорских ГАЭС 1, 2. Наконец, описаны комплексные гидролого-гидравлические исследования для обоснования проекта Багаевского низконапорного гидроузла на р. Дон.

В седьмой главе приводятся примеры моделирования прорыва напорных фронтов гидротехнических сооружений (шлюзов, плотин), в том числе с

развитием каскадной гидродинамической аварии, а также методика построения карт возможных разрушений в балльной системе. Поскольку данная монография посвящена потокам в недеформируемых руслах, здесь детально не рассматриваются очень важные вопросы о развитии проранов в грунтовых плотинах.

В восьмой главе рассмотрены приложения методов и технологий численного моделирования открытых потоков, изложенных в главах 1–4, к решению практических задач речной гидравлики, связанных с наводнениями, паводками, затоплением и защитой селитебных территорий. Построены и исследованы гидродинамические модели Захарковской поймы р. Москвы; притоков р. Уссури с применением двухслойной схематизации п. 1.3.2; территории г. Ярославль на р. Волге при затоплении волной прорыва Рыбинского гидроузла; затопления территории г. Крымск на р. Адагум в катастрофическое наводнение 2012 года.

И наконец, в последней девятой главе монографии описывается моделирование исключительно редких гидрологических явлений повторяемостью 1 раз в миллион лет и реже. Экстремальные гидрометеорологические события с вероятностью 10^{-6} 1/год и менее обычно не происходят за период инструментальных наблюдений (порядка 100–200 лет), поэтому соответствующие им отметки затопления могут быть получены только расчетным путем. При этом рассматриваются сценарии с наложением двух или более независимых событий редкой повторяемости, например, сочетание наводнения вероятностью 10^{-4} 1/год и ветра вероятностью 10^{-2} 1/год, и наоборот. Такие события редко изучаются гидрологической наукой. Расчеты воздействия таких событий на объекты повышенной опасности (атомные электростанции, химические предприятия) производятся на основе нормативных документов, экстраполяции натурных данных, а также с применением физического и математического моделирования.

Благодарности. Настоящая монография обобщает многолетние исследования авторов по разработке физико-математических моделей и алгоритмов расчета природных течений со свободной поверхностью, с применением этих методов к решению практических задач речной гидродинамики и гидравлики. В неё (из-за ограничений по объему и времени) не вошли многие вопросы, которыми также занимались авторы: течения над деформируемым дном (в том числе сложенным неоднородным грунтом); развитие проранов в грунтовых плотинах; заторные наводнения на реках, гидротермическое моделирование на основе многослойных уравнений мелкой воды для целей оптимизации систем внешнего охлаждения атомных и тепловых электростанций, и др.

Написание этой книги стало бы невозможным без участия десятков ученых-исследователей, с которыми авторы работали и общались многие годы и всем хотят выразить свою искреннюю благодарность.

Это, прежде всего, профессор Московского университета, д.ф.-м.н. Виктор Яковлевич Шкадов. У обоих авторов он в разное время был научным руководителем и привил нам любовь к науке, к гидродинамике, к численному моделированию.

Один из авторов монографии почти 20 лет проработал вместе с известным ученым, д.т.н. [Александром Николаевичем Милитеевым], которого многие называли «Роденом» вычислительной гидравлики. Его помощь и участие в развитии профессиональных навыков были просто неоценимы.

Особая благодарность директору Института водных проблем РАН, член-корреспонденту РАН Александру Наумовичу Гельфану за поддержку в период работы над монографией и её рекомендацию к изданию.

Многолетняя и плодотворная творческая работа по численному исследованию реальных объектов, некоторые из которых представлены в монографии, связывают авторов с сотрудниками Географического факультета МГУ профессором Р.С. Чаловым; к.г.н., доцентом А.С. Завадским; к.г.н. [А.А. Зайцевым]; к.г.н., доцентом А.М. Алабяном; к.г.н., доцентом И.Н. Крыленко.

Многочисленные творческие и производственные контакты поддерживались с коллегами-гидротехниками д.т.н. [А.М. Прудовским]; к.т.н. С.Я. Школьниковым; к.т.н., доцентом МГСУ Ю.М. Колесниковым; д.т.н., зав. Кафедрой ГУМРФ им. Адмирала Макарова Г.Л. Гладковым; гипом ЗАО «Акватик» Л.А. Шурухиным; профессором, д.т.н. К.Н. Анахаевым.

Наконец, авторы выражают глубокую признательность сотрудникам лаборатории численного гидродинамического моделирования ИВП РАН и сотрудникам Отдела численных гидравлических исследований АО «НИИ энергетических сооружений», которые на протяжении почти двух десятков лет разработали компьютерные модели и выполнили расчеты более ста реальных объектов на высоком профессиональном уровне: к.ф.-м.н., с.н.с. Н.М. Борисовой; к.т.н., с.н.с. А.В. Глотко; инж. Е.С. Васильевой; инж. Т.А. Федоровой; м.н.с. А.Б. Румянцеву; м.н.с. С.В. Норину; с.н.с. В.В. Кочеткову; н.с. Н.М. Куликовой; н.с. Е.А. Черниловой.

Введение, раздел 1.3 первой главы, основная часть раздела 3.2 и раздел 3.3 третьей главы, главы с четвертой по девятую написаны В.В. Беликовым. Разделы 1.1 и 1.2 первой главы, вторая глава, а также основная часть раздела 3.1 и подразделы 3.2.4 и 3.2.5 третьей главы написаны А.И. Алексюком.

Часть I

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕЧЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ

Глава 1. УРАВНЕНИЯ МЕЛКОЙ ВОДЫ

В настоящее время решение прикладных задач речной гидродинамики в рамках полных уравнений Навье-Стокса в большинстве случаев не представляется возможным ввиду высоких требований к вычислительным ресурсам и исходным данным (высокое разрешение рельефа дна, детальные сведения о начальных и граничных условиях). Однако для многих ситуаций допустимо описывать течения в рамках модели мелкой воды, в которой основным предположением является малость вертикального масштаба по отношению к горизонтальному. Большой класс задач, решаемых в рамках этого приближения, в том числе включает течения с транспортом неоднородных наносов и переносом тепла. Кроме того допускаются обобщения на случай многослойных уравнений мелкой воды, позволяющих учитывать стратификацию плотности, температуры и существенно неравномерное распределение скорости по вертикали.

В главе приводится вывод классических уравнений мелкой воды из уравнений Навье-Стокса, а также уравнений вязкой мелкой воды, в которых учитываются члены следующего порядка малости. Дополнительно рассматриваются упрощенные модели, которые тоже использовались в монографии для решения практических задач (см. Часть II).

1.1. Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости

Рассматриваются течения жидкости в поле силы тяжести, ограниченные в вертикальном направлении поверхностью дна и свободной поверхностью (Рис. 1.1.1). Предполагается, что жидкость непрерывно заполняет объемы пространства, при этом ее движение определяется распределениями плотности $\rho(x_1, x_2, x_3, t)$, скорости $\mathbf{v}(x_1, x_2, x_3, t)$ и давления $p(x_1, x_2, x_3, t)$, являющимися функциями пространственных координат (x_1, x_2, x_3) и времени t . Будем считать, что система координат декартова, а жидкость однородная и несжимаемая, т.е. $\rho = \text{const}$. В этом случае законы сохранения массы и импульса имеют вид

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{g} + \mathbf{f}_c. \end{cases} \quad (1.1.1)$$

Здесь оператор $\nabla = (\partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2, \partial/\partial x_3)^T$, $\mathbf{g} = g(0, 0, -1)^T$ и $\mathbf{f}_c = (fv_2, -fv_1, 0)^T$ – векторы ускорения свободного падения и силы Кориолиса (f – коэффициент Кориолиса), $\hat{\mathbf{p}}(x_1, x_2, x_3, t)$ – тензор напряжений, компоненты которого для вязкой несжимаемой жидкости имеют вид:

$$\hat{p}_{ij} = -p\delta_{ij} + \hat{\tau}_{ij}, \quad \hat{\tau}_{ij} = \mu(v_{i,j} + v_{j,i}), \quad (1.1.2)$$

где v_i – компоненты вектора скорости; $\hat{\tau}_{ij}$ – компоненты тензора вязких напряжений $\hat{\boldsymbol{\tau}}(x_1, x_2, x_3, t)$; μ – коэффициент динамической вязкости; δ_{ij} – символ Кронекера, $i, j = 1, 2, 3$. После подстановки выражения для тензора напряжений в (1.1.1) получим уравнения Навье-Стокса:

$$\begin{cases} v_{j,j} = 0, \\ v_{i,t} + (v_i v_j)_{,j} = -\frac{1}{\rho} p_{,i} + [\nu(v_{i,j} + v_{j,i})]_{,j} + g_i + (f_c)_i, \end{cases} \quad (1.1.3)$$

здесь введены коэффициент кинематической вязкости $\nu = \mu/\rho$ и сокращенные обозначения для производных $(\cdot)_{,i} = \partial/\partial x_i$, $(\cdot)_t = \partial/\partial t$; по повторяющимся индексам ведется суммирование.

Замечание 1.1. Вывод уравнений вязкой мелкой воды, который обсуждается в главе, обобщается на случай, когда в качестве основы берутся нестационарные осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. В этом случае коэффициент вязкости представляется в виде суммы $\nu = \nu_M + \nu_T$, где ν_M , ν_T – кинематические коэффициенты молекулярной и турбулентной (вихревой) вязкости.

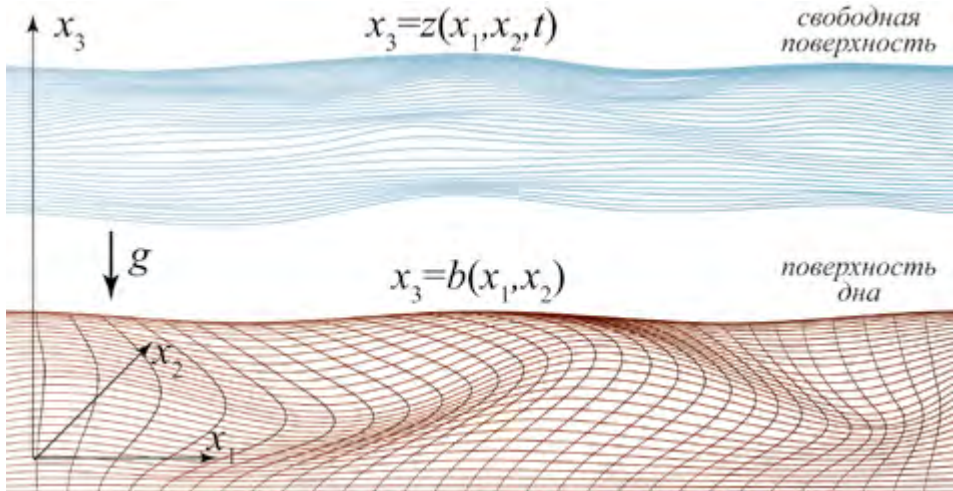


Рис. 1.1.1. Схема течения жидкости со свободной поверхностью

Введем обозначения для поверхности дна и свободной поверхности: $x_3 = b(x_1, x_2)$ и $x_3 = z(x_1, x_2, t)$, см. Рис. 1.1.1, а также для внешних нормалей:

$$\mathbf{n}|_{x_3=z} = \frac{(-z_{,1}, -z_{,2}, 1)}{\sqrt{1 + |\nabla z|^2}}, \quad \mathbf{n}|_{x_3=b} = \frac{(b_{,1}, b_{,2}, -1)}{\sqrt{1 + |\nabla b|^2}}. \quad (1.1.4)$$

Далее обсуждаются граничные условия на этих поверхностях.

Граничные условия на свободной поверхности. На свободной поверхности $x_3 = z(x_1, x_2, t)$ ставятся кинематическое и динамическое условия

$$v_3 = z_{,t} + \mathbf{v} \cdot \nabla z, \quad (1.1.5)$$

$$\mathbf{p}_n = -p_0(x_1, x_2, t)\mathbf{n} + \rho f_i^z \mathbf{s}_i \quad (i = 1, 2). \quad (1.1.6)$$

Здесь $p_0(x_1, x_2, t)$ и $\mathbf{f}^z = (f_1^z, f_2^z)$ – заданные нормальные напряжения и эмпирическое выражение для трения (см. раздел 1.2.5); \mathbf{s}_i – базис в касательной плоскости: $\mathbf{s}_1 = (1 + z_{,1}^2)^{-1/2}(1, 0, z_{,1})$, $\mathbf{s}_2 = (1 + z_{,2}^2)^{-1/2}(0, 1, z_{,2})$. Трение \mathbf{f}^z на свободной поверхности может возникать, например, при моделировании сгонно-нагонных явлений или при моделировании ледовых заторов. Капиллярные силы в задачах речной гидродинамики обычно не учитываются из-за относительно больших характерных горизонтальных масштабов.

Граничные условия на поверхности дна. Возможны два варианта постановки граничных условий. Первый – стандартное условие прилипания на неподвижных твердых границах в вязкой жидкости; во втором варианте задаются условие непротекания и трение. Отметим, что в литературе существуют выводы уравнений вязкой мелкой воды, опирающиеся как на условия первого типа на дне, так и на условия второго типа, соответственно приводящие к различным итоговым уравнениям. При решении практических задач речной гидродинамики в рамках модели мелкой воды второй вариант оказывается более физичным, поскольку позволяет контролировать трение, возникающее на подстилающей поверхности.

Будем считать, что на поверхности дна $x_3 = b(x_1, x_2)$ задаются условия непротекания и вектор касательных напряжений

$$v_3 = \mathbf{v} \cdot \nabla b, \quad (1.1.7)$$

$$\mathbf{p}_n \cdot \mathbf{s}_i = \rho f_i^b(x_1, x_2, t) \quad (i = 1, 2). \quad (1.1.8)$$

Здесь $\mathbf{f}^b = (f_1^b, f_2^b)$ – заданное эмпирическое выражение для трения (см. раздел 1.2.5); \mathbf{s}_i – базис в касательной плоскости:

$$\mathbf{s}_1 = (1 + b_{,1}^2)^{-1/2}(1, 0, b_{,1}), \quad \mathbf{s}_2 = (1 + b_{,2}^2)^{-1/2}(0, 1, b_{,2}).$$

1.2. Приближение мелкой воды

В монографии течения рассматриваются в приближении мелкой воды: *характерный вертикальный масштаб H много меньше горизонтального L ,*

т.е. параметр $\varepsilon = H/L \ll 1$. В речной гидродинамике дополнительно предполагается, что велико число Рейнольдса: $Re = LU/\nu_0 \gg 1$ (U – характерная скорость, ν_0 – коэффициент кинематической вязкости). Далее подобно [Gerbeau, Perthame, 2001; Marche, 2007] излагается вывод уравнений мелкой воды, а также вязкой мелкой воды с учетом сил трения на дне и свободной поверхности, переменной вязкости (для подключения моделей турбулентности) и силы Кориолиса (для описания крупномасштабных эффектов).

Безразмерная форма уравнений. Обезразмерим уравнения (1.1.3), используя следующие соотношения:

$$\begin{aligned} (x_1, x_2) &= L(X_1, X_2), \quad x_3 = HX_3, \quad t = \frac{LT}{U}, \\ (v_1, v_2) &= U(V_1, V_2), \quad v_3 = \varepsilon UV_3, \quad p = \rho U^2 P, \\ z &= HZ, \quad b = HB, \quad \nu = \nu_0 N. \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

Дополнительно будем считать, что силы трения на дне и на свободной поверхности имеют порядок ε , т.е.

$$f_i^b = \varepsilon U^2 F_i^b, \quad f_i^z = \varepsilon U^2 F_i^z.$$

Тогда уравнения Навье-Стокса примут вид

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}} \cdot \tilde{\mathbf{V}} + V_{3,3} &= 0, \\ \tilde{\mathbf{V}}_{,T} + \tilde{\mathbf{V}} \cdot (\tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{V}}) + (\tilde{\mathbf{V}}V_3)_{,3} &= \frac{1}{Ro} \tilde{\mathbf{V}}^\perp - \tilde{\mathbf{V}}P + \frac{1}{Re} \tilde{\mathbf{V}} \cdot [N(\tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{V}} + \tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{V}}^T)] + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{\varepsilon^2} (N\tilde{\mathbf{V}}_{,3})_{,3} + (N\tilde{\mathbf{V}}V_3)_{,3} \right], \\ \varepsilon^2 [V_{3,T} + \nabla \cdot (V_3\mathbf{V})] &= -P_{,3} + \frac{\varepsilon^2}{Re} \tilde{\mathbf{V}} \cdot (N\tilde{\mathbf{V}}V_3) + \frac{1}{Re} \tilde{\mathbf{V}} \cdot (N\tilde{\mathbf{V}}_{,3}) + \frac{2}{Re} (NV_{3,3})_{,3} - \frac{1}{Fr^2}. \end{aligned} \right. \quad (1.2.2)$$

Здесь введены число Фруда $Fr = U/\sqrt{gH}$, Россби $Ro = U/(Lf)$ и отдельно выделены слагаемые, связанные с вертикальным и горизонтальными направлениями, с помощью новых обозначений:

$$\tilde{\mathbf{V}} = (\partial/\partial X_1, \partial/\partial X_2, 0), \quad \tilde{\mathbf{V}}^2 = \partial^2/\partial X_1^2 + \partial^2/\partial X_2^2, \quad \tilde{\mathbf{V}} = (V_1, V_2, 0)^T, \quad \tilde{\mathbf{V}}^\perp = (V_2, V_1, 0).$$

Условия на свободной поверхности. Кинематическое условие (1.1.5) остается без изменений:

$$V_3 = Z_{,T} + \tilde{\mathbf{V}} \cdot \tilde{\mathbf{V}}Z \quad (1.2.3)$$

В проекции на горизонтальную плоскость и вертикальное направление динамическое условие (1.1.6) имеет вид ($i = 1, 2$)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{1 + \varepsilon^2 |\tilde{\mathbf{V}}Z|^2} (\mathbf{P}_n)_i &= PZ_{,i} + \frac{N}{\varepsilon^2 Re} V_{i,3} + \frac{N}{Re} [V_{3,i} - (\tilde{\mathbf{V}}V_i + \tilde{\mathbf{V}}_{,i}) \cdot \tilde{\mathbf{V}}Z] \\ &= P_{0,Z,i} + F_i^z + O(\varepsilon^2), \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + \varepsilon^2 |\tilde{\mathbf{V}}Z|^2} (\mathbf{P}_n)_3 &= -P - \frac{N}{Re} [\tilde{\mathbf{V}}Z \cdot \tilde{\mathbf{V}}_{,3} - 2V_{3,3}] \\ &= -P_0 + \varepsilon^2 \mathbf{F}^z \cdot \tilde{\mathbf{V}}Z + O\left(\varepsilon^4, \frac{\varepsilon^2}{Re}\right). \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

Здесь малые более высокого порядка возникают в результате приближения нормирующих множителей у нормальных и касательных векторов при слабом с трением, а также от члена $\varepsilon^2 \text{Re}^{-1} \tilde{\nabla} Z \cdot \tilde{\nabla} V_{3,3}$. Из соотношения (1.2.4) следует, что $\text{Re}^{-1} \tilde{V}_{3,3}$ имеет порядок ε^2 , тогда из (1.2.5) имеем

$$P - P_0 = \frac{2N}{\text{Re}} V_{3,3} + O\left(\varepsilon^2, \frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}\right), \quad \text{при } X_3 = Z(X_1, X_2, T). \quad (1.2.6)$$

Условия на поверхности дна. Как и на свободной поверхности, $\text{Re}^{-1} \tilde{V}_{3,3}$ имеет порядок ε^2 . Тогда, аналогично ситуации на свободной поверхности, на дне имеем следующие соотношения

$$\frac{1}{\varepsilon} \sqrt{1 + \varepsilon^2 |\tilde{\nabla} B|^2} (\mathbf{P}_n)_i = F_i^b - \left(P - \frac{2N}{\text{Re}} V_{3,3}\right) B_{,i} + O\left(\varepsilon^2, \frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}\right). \quad (1.2.7)$$

Гидростатическое распределение давления. Отбрасывая члены порядка $O(\varepsilon^2, \varepsilon^2/\text{Re})$ в проекции закона сохранения импульса (1.2.2) на вертикальное направление получим соотношение:

$$P_{,3} = \frac{2}{\text{Re}} (NV_{3,3})_{,3} - \frac{1}{\text{Fr}^2} + O\left(\frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}, \varepsilon^2\right). \quad (1.2.8)$$

Здесь учтено, что $\text{Re}^{-1} \tilde{V}_{3,3}$ имеет порядок ε^2 (см. п. 1.2.2). После интегрирования от X_3 до Z , учитывая динамическое условие (1.2.6) и уравнение неразрывности (1.2.2), имеем:

$$\begin{aligned} P(X_1, X_2, X_3, T) &= P_0 + \frac{1}{\text{Fr}^2} [Z - X_3] \\ &- \frac{2N}{\text{Re}} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{V}}(X_1, X_2, X_3, T) + O\left(\frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}, \varepsilon^2\right). \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

Отсюда в первом приближении получим гидростатическое распределение давления

$$P(X_1, X_2, X_3, T) = P_0 + \frac{1}{\text{Fr}^2} [Z - X_3] + O\left(\frac{1}{\text{Re}}, \varepsilon^2\right). \quad (1.2.10)$$

1.2.1. Осреднение уравнений Навье-Стокса по вертикальному направлению

Проинтегрируем уравнения Навье-Стокса по вертикальной координате X_3 от B до Z , используя формулу Лейбница, которая в частном случае имеет вид

$$\int_{B(X_1, X_2, T)}^{Z(X_1, X_2, T)} \varphi_{,t}(X_1, X_2, \zeta, T) d\zeta = (H\langle\varphi\rangle)_{,T} - \varphi|_Z Z_{,T} + \varphi|_B B_{,T}. \quad (1.2.11)$$

Здесь $H(X_1, X_2, T) = Z - B$, и для средних по глубине значений вводится обозначение

$$\langle\varphi\rangle = \frac{1}{H} \int_B^Z \varphi(X_1, X_2, \zeta, T) d\zeta. \quad (1.2.12)$$

Тогда закон сохранения массы (1.2.2) с учетом кинематических условий (1.1.7), (1.1.8) примет вид

$$H_{,T} + \tilde{\nabla} \cdot (H\langle\tilde{V}\rangle) = 0. \quad (1.2.13)$$

Аналогично закон сохранения импульса в проекции на оси X_1 и X_2 сводится к соотношениям ($i, j = 1, 2$)

$$\begin{aligned} & (H\langle V_i \rangle)_{,T} + (H\langle V_i V_j \rangle)_{,j} \\ &= \frac{1}{\text{Ro}} H\langle V_i^\perp \rangle - (H\langle P \rangle)_{,i} + \frac{1}{\text{Re}} (H\langle N(V_{i,j} + V_{j,i}) \rangle)_{,j} \\ &+ \left[\frac{1}{\varepsilon} \sqrt{1 + \varepsilon^2 |\nabla Z|^2} (\mathbf{P}_n)_i \right]_Z + \left[\frac{1}{\varepsilon} \sqrt{1 + \varepsilon^2 |\nabla B|^2} (\mathbf{P}_n)_i \right]_B \end{aligned} \quad (1.2.14)$$

(нормаль в этих соотношениях внешняя в соответствии с (1.1.4)). Выражения для последних двух слагаемых переписываются с помощью динамических условий (1.2.4) и (1.2.7):

$$\begin{aligned} & (H\langle V_i \rangle)_{,T} + (H\langle V_i V_j \rangle)_{,j} + \frac{1}{\text{Fr}^2} \left(\frac{1}{2} H^2 \right)_{,i} = \frac{1}{\text{Ro}} H\langle V_i^\perp \rangle - \frac{1}{\text{Fr}^2} H B'_{,i} + F_i^Z + F_i^b \\ &+ \frac{1}{\text{Re}} (H\langle N(V_{i,j} + V_{j,i}) \rangle)_{,j} + \frac{2}{\text{Re}} (NH\tilde{\nabla} \cdot \langle\tilde{V}\rangle)_{,i} + O\left(\varepsilon^2, \frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}\right). \end{aligned} \quad (1.2.15)$$

Здесь дополнительно было введено обозначение $B' = B + \text{Fr}^2 P_0$, использованы выражение для давления (1.2.9) и оценка

$$\frac{\nu}{\text{Re}} B_{,i} \tilde{\nabla} \cdot (\tilde{V}|_B - \tilde{V}|_Z) = O(\varepsilon^2), \quad (1.2.16)$$

которая поясняется в следующем разделе.

1.2.2. Распределение скорости по вертикали

Как было показано ранее, на свободной границе и на поверхности дна выражение $\text{Re}^{-1} \tilde{V}_{,3}$ имеет порядок ε^2 . Кроме того, из закона сохранения импульса в проекции на горизонтальную плоскость имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\text{Re}} (NV_{i,3})_{,3} &= \varepsilon^2 \left(V_{i,T} + V_j V_{i,j} + V_3 V_{i,3} + \varepsilon^2 P_{0,i} + \frac{\varepsilon^2}{\text{Fr}^2} Z_{,i} - \frac{1}{\text{Ro}} V_i^\perp \right) \\ &+ O\left(\frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}, \varepsilon^4\right). \end{aligned} \quad (1.2.17)$$

Поэтому, интегрируя по третьей координате от B до X_3 , получим, что $\text{Re}^{-1} \tilde{V}_{,3}$ имеет порядок ε^2 . Это, в свою очередь, означает, что

$$\frac{1}{\text{Re}} V_i = \frac{1}{\text{Re}} \langle V_i \rangle + \varepsilon^2 V'_i, \quad V'_i = O(1), \quad (i = 1, 2). \quad (1.2.18)$$

Откуда, в частности, следуют оценки (1.2.16) и соотношение

$$\frac{1}{\text{Re}^2} \langle V_i V_j \rangle = \frac{1}{\text{Re}^2} \langle V_i \rangle \langle V_j \rangle + \frac{\varepsilon^2}{\text{Re}} (\langle V_i \rangle V'_j + \langle V_j \rangle V'_i), \quad (i, j = 1, 2). \quad (1.2.19)$$

Преобразуем (1.2.17), воспользовавшись соотношением (1.2.18):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\text{Re}} (NV_{i,3})_{,3} = \varepsilon^2 \left(\langle V_i \rangle_T + \langle V_j \rangle \langle V_i \rangle_{,j} + \frac{\varepsilon^2}{\text{Fr}^2} H_{,i} + \frac{\varepsilon^2}{\text{Fr}^2} B'_{,i} - \frac{1}{\text{Ro}} \langle V_i^\perp \rangle \right) \\ + O \left(\frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}, \varepsilon^4 \text{Re}, \varepsilon^4 \right). \end{aligned} \quad (1.2.20)$$

И заметим, что из (1.2.15) следует

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \left(\langle V_i \rangle_T + \langle V_j \rangle \langle V_i \rangle_{,j} + \frac{1}{\text{Fr}^2} H_{,i} + \frac{1}{\text{Fr}^2} B'_{,i} - \frac{1}{\text{Ro}} \langle V_i^\perp \rangle - \frac{F_i^Z + F_i^b}{H} \right) \\ = O \left(\frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}, \varepsilon^4 \text{Re}, \varepsilon^4 \right). \end{aligned} \quad (1.2.21)$$

Поэтому

$$\frac{1}{\text{Re}} (NV_{i,3})_{,3} = \varepsilon^2 \frac{F_i^Z + F_i^b}{H} + O \left(\frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}, \varepsilon^4 \text{Re}, \varepsilon^4 \right). \quad (1.2.22)$$

Это позволяет уточнить соотношения (1.2.18) и (1.2.19) с помощью поправки, квадратично зависящей от X_3 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\text{Re}} V_i = \frac{1}{\text{Re}} \langle V_i \rangle + \varepsilon^2 a_i \left(X_3 - \frac{Z+B}{2} \right) + \frac{\varepsilon^2 b_i}{H} \left[\left(X_3 - \frac{Z+B}{2} \right)^2 - \frac{H^2}{12} \right] \\ + O \left(\frac{\varepsilon^2}{\text{Re}}, \varepsilon^4 \text{Re}, \varepsilon^4 \right), \quad (1.2.23) \\ \frac{1}{\text{Re}^2} \langle V_i V_j \rangle = \frac{1}{\text{Re}^2} \langle V_i \rangle \langle V_j \rangle + \frac{\varepsilon^4 H^2}{12} a_i a_j + \frac{\varepsilon^4 H^2}{32} [a_i b_j + a_j b_i] + \frac{\varepsilon^4 H^2}{180} b_i b_j \\ + O \left(\frac{\varepsilon^6}{\text{Re}}, \varepsilon^8 \text{Re}, \varepsilon^8 \right), \end{aligned}$$

где

$$a_i = \frac{1}{\varepsilon^2 \text{Re}} \left(\frac{V_{i,3}|_B + V_{i,3}|_Z}{2} \right), \quad b_i = \frac{F_i^Z + F_i^b}{2N}. \quad (1.2.24)$$

Поэтому в случае, когда $\varepsilon^2 \text{Re} \ll 1$, из полученных выше оценок следует $\langle V_i V_j \rangle \approx \langle V_i \rangle \langle V_j \rangle$. Иначе оценки не обосновывают переход от среднего произведения к произведению среднего. В таких случаях будем предполагать, что реализующееся в реальном потоке вертикальное распределение скорости обладает следующим свойством

$$\langle V_i V_j \rangle = \beta \langle V_i \rangle \langle V_j \rangle + O(\delta), \quad (1.2.25)$$

вводя дополнительную малую величину δ , характеризующую точность этого допущения, и коэффициент β , который вводится традиционно и близок к единице (в настоящей работе полагаем $\beta = 1$).

1.2.3. Классические уравнения мелкой воды

Классические уравнения мелкой воды являются первым приближением осредненных по глубине уравнений Навье-Стокса (1.2.13), (1.2.15). С точ-

ностью до членов порядка $O(\varepsilon^2, Re^{-1}, \delta)$ они имеют следующий вид в размерных переменных:

$$\begin{cases} h_{,t} + \nabla \cdot (hu) = 0, \\ (hu)_{,t} + \nabla \cdot (\beta huu) + \nabla \left(\frac{gh^2}{2} \right) = -gh\nabla b' + \mathbf{f}^b + \mathbf{f}^z + fh\mathbf{u}^\perp. \end{cases} \quad (1.2.26)$$

Здесь $b' = b + p_0/\rho g$ – эффективное дно, учитывающее непостоянство давления во внешней среде; введено обозначение для осредненной по вертикали скорости: $\mathbf{u} = U(\langle V_1 \rangle, \langle V_2 \rangle)^T$, $\mathbf{u}^\perp = U(\langle V_2 \rangle, -\langle V_1 \rangle)^T$; ∇ – двумерный оператор, т.е. $\nabla = (\partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2)$. Кроме того, далее в монографии для координат (x_1, x_2) вводятся дублирующие обозначения: (x, y) .

Газодинамическая аналогия. При движении по горизонтальному дну без трения и силы Кориолиса ($b', \mathbf{f}^b, \mathbf{f}^z, f \equiv 0$) существует аналогия уравнений (1.2.26) с уравнениями, описывающими адиабатическое движение совершенного газа с показателем адиабаты $\gamma = 2$:

$$\begin{cases} \rho_{,t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \\ \mathbf{u}_{,t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p, \\ \frac{p}{\rho^\gamma} = \text{const.} \end{cases} \quad (1.2.27)$$

Имеется следующее соответствие параметров движения мелкой воды и газа: $h, \mathbf{u}, gh^2/2 \leftrightarrow \rho, \mathbf{u}, p$. Поэтому некоторые точные решения, известные в газовой динамике, могут быть, в частности, использованы для тестирования численных алгоритмов (см., например, задачу о косом гидравлическом прыжке в разделе 3.1.6).

1.2.4. Уравнения вязкой мелкой воды

Чтобы учесть действие плановой вязкости, необходимо рассмотреть следующее приближение по малому параметру Re^{-1} . В этом случае уравнения вязкой мелкой воды соответствуют осредненным уравнениям Навье-Стокса (1.2.13), (1.2.15) с точностью до членов порядка $O(\varepsilon^2, \varepsilon^2 Re^{-1}, \delta)$ и в размерном виде записываются следующим образом:

$$\begin{cases} h_{,t} + \nabla \cdot (hu) = 0, \\ (hu)_{,t} + \nabla \cdot (\beta huu) + \nabla \left(\frac{gh^2}{2} \right) = -gh\nabla b' + \mathbf{f}^b + \mathbf{f}^z + fh\mathbf{u}^\perp + \\ + \nabla \cdot [\nu h(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] + 2\nabla(\nu h \nabla \cdot \mathbf{u}). \end{cases} \quad (1.2.28)$$

Газодинамическая аналогия. Для течений сжимаемого совершенного газа уравнения Навье-Стокса при равном нулю коэффициенте объемной вязкости и отсутствии массовых сил имеют вид

$$\begin{cases} \rho_{,t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \\ \mathbf{u}_{,t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot [\mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] - \frac{2}{3} \nabla(\mu \nabla \cdot \mathbf{u}). \end{cases} \quad (1.2.29)$$

В данном случае нет прямой аналогии. Однако, когда эффекты сжимаемости несут незначительности (при малых числах Маха), можно говорить о соответствии решений этих двух моделей (при $b', f^b, f^z, f \equiv 0$). Следует заметить, что несмотря на малые изменения плотности давление может меняться существенно, поэтому следует выбирать большие значения ускорения свободного падения, чтобы обеспечить аналогию. Описанный прием удобен при тестировании алгоритмов, поскольку существует множество высокоточных экспериментальных и расчетных данных (а также теоретических решений) по течениям несжимаемой вязкой жидкости (см., например, задачу об обтекании тела в разделе 3.2.5).

Другие формы уравнений вязкой мелкой воды. В литературе встречаются эвристические модели вязкой мелкой воды, отличающиеся видом последних двух слагаемых в правой части (1.2.28). Часто по аналогии с уравнениями Навье-Стокса в правую часть закона сохранения импульса классических уравнений мелкой воды (1.2.26) добавляют член $\nabla \cdot (vh\nabla \mathbf{u})$, см., например, [Cea, Puertas, Vázquez-Cendón, 2007; Fujihara, Borthwick, 2000; Gustafsson, Sundström, 1978]. Модели, которые выводятся из осредненных по глубине уравнений Навье-Стокса с учетом условия прилипания на дне, в основном используются для описания пленочных течений [Kalliadasis et al., 2012]. Впервые подобная модель для течения тонкой пленки была построена в [Шкадов, 1967]. Существуют также многослойные модели, в которых отдельно выделяется слой вблизи твердой поверхности для более точной постановки граничных условий, см., например, [James et al., 2019]. Дополнительную информацию о моделях вязкой мелкой воды можно найти в работах [Bresch, 2009; Gerbeau, Perthame, 2001; Kalliadasis et al., 2012; Marche, 2007].

1.2.5. Модели описания трения и турбулентной вязкости

Для замыкания уравнений мелкой воды необходимо задать соотношения для определения касательных напряжений, а также модель турбулентности.

Трение о дно в монографии моделируется полуэмпирической формулой Маннинга:

$$f^b = -\frac{1}{2}\lambda|\mathbf{u}|\mathbf{u} \quad (1.2.30)$$

с коэффициентом гидравлического трения $\lambda = 2gn^2h^{-\frac{1}{3}}$, где коэффициент шероховатости n принимает следующие типичные значения для различных материалов дна [Карасев, 1980; Срибный, 1932; Чоу, 1969]: 0,01 с/м^{1/3} (стекло); 0,012 с/м^{1/3} (дерево, сталь); 0,013 с/м^{1/3} (бетон, глина); 0,035 с/м^{1/3} (каменистый земляной канал). Также в литературе встречаются соотношения с явно не зависящим от глубины коэффициентом λ (например, формулы Дарси-Вейсбаха или Шези). В [Marche, 2007] выводятся альтернативные формулы для сопротивления на дне:

$$f^b = -k_l \mathbf{u} \quad (1.2.31)$$

– для классических уравнений мелкой воды (1.2.26) и

$$f^b = -\frac{k_l \mathbf{u}}{1 + \frac{k_l h}{3\mu}} - \frac{k_t h |\mathbf{u}| \mathbf{u}}{(1 + \frac{k_l h}{3\mu})^2} \quad (1.2.32)$$

– для уравнений вязкой мелкой воды (1.2.28), где k_p , k_t – коэффициенты ламинарного и турбулентного трения.

Влияние ветра учитывается с помощью полуэмпирической квадратичной зависимости от скорости:

$$f^z = \frac{1}{2} \lambda_w |\mathbf{W} - \mathbf{u}| (\mathbf{W} - \mathbf{u}). \quad (1.2.33)$$

Обычно полагается, что скорость ветра \mathbf{W} известна, а коэффициент сопротивления λ_w принимает значения порядка 10^{-6} .

Турбулентная вязкость. Предполагается, что коэффициент кинематической вязкости представляется в виде суммы молекулярной ν_M и турбулентной вязкости ν_T . Для последнего вводятся дополнительные соотношения на основе известных моделей (осредненных по глубине), таких как k - ε модель, алгебраические модели или модели на основе длины пути смешения (см., например, [Cea, Puertas, Vázquez-Cendón, 2007]). Модели не являются универсальными и обычно применимы для ограниченного класса задач. Тем не менее, новые коэффициенты, возникающие в задаче, привносят еще одну возможность для калибровки.

Приведем здесь соотношения осредненной по глубине k - ε модели [Rastogi, Rodi, 1978]:

$$\begin{aligned} (hk)_{,t} + \nabla \cdot (hk\mathbf{u}) &= \nabla \cdot \left(\left[\nu_M + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right] h \nabla k \right) + hP_k + hP_{kv} - h\varepsilon, \\ (h\varepsilon)_{,t} + \nabla \cdot (h\varepsilon\mathbf{u}) &= \nabla \cdot \left(\left[\nu_M + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right] h \nabla \varepsilon \right) + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} hP_k + hP_{\varepsilon v} - c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon^2}{k} h, \\ P_k &= 2\nu_T \left[u_{,x}^2 + \frac{1}{4} (u_{,y} + v_{,x})^2 + v_{,y}^2 \right], \quad P_{kv} = c_f \frac{|\mathbf{u}|^3}{h}, \quad P_{\varepsilon v} = c_\varepsilon \frac{|\mathbf{u}|^4}{h^2}, \\ \nu_T &= c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (1.2.34)$$

Здесь c_μ , $c_{\varepsilon 1}$, $c_{\varepsilon 2}$, c_f , c_ε , σ_k , σ_ε – заданные константы модели.

1.2.6. Учет ледяного покрова

Рассматривается простейшая модель, не учитывающая упругие свойства льда. Пусть лед имеет постоянную толщину H , плотность ρ_p , погружен в жидкость на глубину $\delta' < H$ и находится в плавучем состоянии. Из последнего следует, что $\rho\delta' = \rho_i H$. Если на внешней поверхности льда давление равно $p_a = \text{const}$, то давление на поверхности жидкости, контактирующей с внутренней поверхностью льда, $p_0 = p_a + \rho g \delta'$. Поэтому эффективное дно может быть записано в виде (константа p_a опускается)

$$b' = b + \frac{\rho_i}{\rho} H. \quad (1.2.35)$$

Таким образом, гидродинамика рассматриваемых течений может быть рассчитана путем решения обычных уравнений мелкой воды, но с повышенными на δ значениями отметок дна и с учетом дополнительного трения, описывающего трение о внутреннюю поверхность ледяного покрова. Для касательных напряжений на свободной поверхности принимается квадратичная зависимость от средней по глубине скорости течения с коэффициентами шероховатости n_i :

$$f^z = -gn_i^2 h^{-\frac{1}{3}} |\mathbf{u}| \mathbf{u}. \quad (1.2.36)$$

При этом влияние ветра по формуле (1.2.33) уже не учитывается, поскольку свободная поверхность воды экранируется льдом. Натурные измерения реальных течений показали, что дополнительные коэффициенты шероховатости от воздействия льда могут иметь значения от 0,02–0,03 с/м^{1/3} для обычного зимнего периода, до 0,03–0,06 с/м^{1/3} и даже более в заторах в период половодья [Беликов и др., 2004б; Фролова и др., 2013; Krylenko et al., 2020]. Вопрос о профиле скорости по вертикали в подледном течении здесь не рассматривается, поскольку для определения уровней воды при заторных наводнениях он не существен, а при решении экологических задач для его определения нужно применять многослойные уравнения мелкой воды или полные 3D-модели.

1.2.7. Постановка граничных условий для уравнений мелкой воды

Ниже приводятся типичные граничные условия, которые ставятся для уравнений мелкой воды (1.2.26).

Входная граница. При докритическом течении на входных границах задается расход $hu = q(t)$, при сверхкритическом течении дополнительно необходимо задать глубину h (или скорость). Обычно входные границы выбираются так, что скорость направлена по нормали к ним, поэтому касательная компонента скорости задается равной нулю.

Выходная граница. На границе, через которую жидкость вытекает, задается ход уровня от времени $z(t)$ или зависимость $z(Q)$, где Q – суммарный расход через выходную границу (касательная компонента скорости не задается). Если течение сверхкритическое, то граничные условия не ставятся.

Неподвижные твердые стенки. Ставится условие непротекания, т.е. равенство нулю нормальной компоненты скорости.

Следует отметить, что при учете плановой вязкости порядок уравнений повышается и появляется необходимость в дополнительных граничных условиях. Так, на твердых границах необходимо дополнительно задать касательную компоненту скорости или ее производную.

1.3. Упрощенные модели мелкой воды

В ряде случаев полные двумерные уравнения мелкой воды, приведенные в предыдущем разделе, подвергаются упрощению для более эффективного их использования при численном моделировании практических задач. Одним из путей является снижение размерности системы уравнений за счет пространственного осреднения на большем линейном масштабе. Тогда мы приходим к системе одномерных уравнений Сен-Венана, осредненных не только по глубине русла, но и по его ширине (нуль-мерные модели с осреднением по длине русла в данной монографии не рассматриваются). Другим вариантом является пренебрежение инерционными слагаемыми в уравнениях мелкой воды. Тогда получаются так называемые уравнения диффузионной волны, которые описывают достаточно широкий класс природных течений со свободной поверхностью. Они допускают учет аккумуляции расхода при изменении уровня воды и описывают явление подпора. Применяются нами при расчете склонового стока (глава 5 и Приложение А) и при моделировании паводковых течений в руслах с поймами (п.1.3.2, п.6.1, п.8.2). Эффективный неявный по времени конечно-разностный алгоритм для одномерных уравнений Сен-Венана и уравнения переноса, а также «неотрицательный» алгоритм численного решения одномерных уравнений диффузионной волны описаны в Приложении А.

1.3.1. Одномерные уравнения мелкой воды (уравнения Сен-Венана)

Рассмотрим водоток, геометрия которого удовлетворяет соотношению $L \gg B$, где L – длина водотока по оси, выбранной вдоль преимущественного направления течения; B – характерный поперечный размер водотока. Будем считать ось водотока прямолинейной или слабо искривлённой, предполагая, что $r \gg B$, где r – радиус кривизны оси.

Будем также считать, что потери импульса, связанные с внезапными расширениями русла, внезапными перепадами отметок дна, боковым притоком, а также с возникновением отрывных водоворотных зон малы по сравнению с потерями из-за трения о дно либо уже учтены в коэффициенте гидравлического трения специальным образом (более подробно соответствующие условия оговорены в работах [Кюнж, Холли, Вервей, 1985; Лятхер, Милитеев, 1981]). Примем, что диффузионным переносом примеси в потоке можно пренебречь по сравнению с конвективным переносом (соответствующие достаточные условия получены в [Лятхер, Милитеев, 1981; Милитеев 1982]), а концентрация примеси мала и не влияет на гидродинамику течения.

Введем декартову систему координат: ось s направим вдоль русла с малым наклоном $i = b_{,s}$ к горизонту, равным срединному уклону свободной поверхности воды (или поверхности дна) в русле на рассматриваемом участке; ось y лежит в горизонтальной плоскости и перпендикулярна оси s .

Осреднение уравнений мелкой воды (и конвективного переноса примеси) по ширине русла приводит к следующей одномерной модели:

$$\begin{cases} \omega_{,t} + Q_{,s} = q, \\ Q_{,t} + \left(QU + \frac{1}{2} g \int_{y_n}^{y_n} h^2 dy \right)_{,s} = gi\omega - \lambda \frac{Q^2}{2\omega R} + F, \\ (\omega S)_{,t} + (QS)_{,s} = -K(S - S_n) \frac{\omega}{R}, \end{cases} \quad (1.3.1)$$

здесь $Q(s, t)$ – суммарный объемный расход воды и примеси в русле; $U = Q/\omega$ – средняя скорость течения; ω – площадь живого сечения потока; y_n , y_n – координаты урезов на левом и правом берегу соответственно; λ – коэффициент гидравлического трения; $R = \omega/\chi$ – гидравлический радиус; χ – смоченный периметр дна водотока; F – удельная сила (на единицу длины), отнесенная к плотности, обусловленная непризматичностью русла; q – удельный (на единицу длины русла) расход бокового притока; S – объемная концентрация примеси в потоке; S_n – равновесная концентрация примеси (концентрация насыщения); K – коэффициент неконсервативности примеси (при $K = 0$ примесь полностью сохраняется в потоке).

Для замыкания системы (1.3.1) необходимо задать вид функций λ , F , K , S_n , а также связи R и h с ω , которые определяются формой русла.

- Коэффициент гидравлического трения примем по Маннингу

$$\lambda = 2gn^2 R^{-1/3}, \quad (1.3.2)$$

где $n = n(s)$ – коэффициент шероховатости поверхности русла.

- Потерю импульса из-за непризматичности русла [Лятхер, Милитеев, 1981; Милитеев 1982] представим в виде

$$F = - \int_{y_n}^{y_n} ghb_{,s} dy \quad (1.3.3)$$

в предположении, что функция $b(s, y)$ является однозначной функцией s и $|b_{,s}| \ll 1$.

- Для формы русла рассмотрим следующие схематизации.

а) *Прямоугольное в поперечном сечении русло.* В этом случае ширина русла по верху $B = B(s)$, отметка дна $b = b(s)$ и совпадающая со средней локальная глубина $h = h(s, t)$ не зависят от поперечной координаты y ;

$$\omega = B \cdot h, \quad R = \omega / (B + 2h), \quad h = h_{cp}. \quad (1.3.4)$$

б) *Русло произвольного поперечного сечения.* В этом случае дно в сечении предполагается заданным по точкам парами чисел (y_l, b_l) , $l = 1, \dots, m$ последовательно от левого берега к правому. Тогда при известном уровне свободной поверхности z нетрудно найти ω (например, по правилу трапеций), а также χ как сумму длин расстояний между точками (y_l, b_l) от левого уреза до правого.

В заключении раздела коснемся вопроса о постановке начальных и граничных условий для системы уравнений (1.3.1). При $t = 0$ во всей расчетной области течения должны быть заданы

$$Q(s, 0) = Q^0(s), z(s, 0) = z^0(s), S(s, 0) = S^0(s) \quad (1.3.5)$$

и форма русла. Тогда по этим данным можно найти

$$\omega(s, 0) = \omega^0(s), R(s, 0) = R^0(s), S_n(s, 0) = S_n^0(s) \quad (1.3.6)$$

и начать расчет. Граничными условиями являются следующие:

$$Q(s_d, t) = Q_d(t), z(s_n, t) = z_n(Q(s_n, t)), S(s_d, t) = S_d(t). \quad (1.3.7)$$

Здесь предполагается, что при $s = s_d$ расположена граница, через которую жидкость втекает, при $s = s_n$ расположена выходная граница потока, течение происходит в положительном направлении оси s , $s_d < s_n$. Если через входную границу втекает бурный поток, то вместо (1.3.7) будем иметь

$$Q(s_d, t) = Q_d(t), S(s_d, t) = S_d(t), U(s_d, t) = U_d(t). \quad (1.3.8)$$

Алгоритмы численного решения системы уравнений (1.3.1) реализованы в программных комплексах «RIVER 1» [Беликов, Кочетков, 2014] и «Река Москва» (Глава 5), см. Приложение А.

1.3.2. Двумерные двухслойные уравнения диффузионной волны

Распространение паводка в долинах рек с меандрирующими руслами при затопленной пойме имеет весьма сложную структуру. Направления движения руслового и пойменного потоков часто не совпадают, происходит перетекание воды из русла на пойму и обратно. Наличие дорог, пересекающих пойму, и других сужений потока приводит к концентрации расходов в руслах с последующим интенсивным поступлением потока на пойму. Криволинейные очертания русел и границ поймы в плане, необходимость учета притоков, существенное различие в размерах русловых и пойменных участков создают дополнительные трудности при разработке адекватных численных алгоритмов. При этом следует иметь в виду, что размеры расчетной области для таких задач зачастую составляют десятки и сотни километров, ширина пойм измеряется километрами и десятками километров, а ширина русел – десятками и сотнями метров.

Очевидно, что стандартные двумерные уравнения мелкой воды не могут быть непосредственно применены для описания рассматриваемого класса задач, поскольку не позволяют учитывать (в силу осреднения по всей глубине потока) разные направления скорости течения ниже и выше бровок русла. Поэтому необходимо либо использовать трехмерные уравнения гидродинамики (что является общим, но весьма трудоемким и дорогостоящим подходом), либо разрабатывать специальные математические модели, с од-

ной стороны учитывающие особенности изучаемого явления, а с другой – допускающие возможность численного моделирования реальных объектов. Одна из моделей такого рода (так называемая «камерная» квазидвумерная модель русло-пойменного потока) достаточно подробно описана в [Кюнж, Холли, Вервей, 1985]. В работе [Шеренков, Каневский, Ляшенко, 1988] предложена другая схематизация потока, в соответствии с которой граница раздела руслового и пойменного потоков располагается горизонтально в поперечном направлении на уровне бровок русла, причем касательные напряжения на границе раздела принимаются зависящими от разности скоростей в верхнем и нижнем слое.

В работах [Беликов, Милитеев, 1992; Беликов, Милитеев, 1993; Беликов, Колесников, Иваненко, 2001; Belikov, Militeev, Rodionov, 2002] удалось развить этот подход, построив замкнутую двухслойную систему уравнений без привлечения каких-либо новых эмпирических констант. Математическая модель и эффективный численный алгоритм, учитывающий специфику паводковых течений, апробированы в лабораторных экспериментах, на ряде натурных объектов в различных климатических зонах (Приморье, Прибалтика, Европейский север, Западная Сибирь, полуостров Ямал, бассейн Волги и др.) и показали высокую экономичность и точность расчетов. Некоторые из этих объектов описаны в последующих главах монографии (в Главе 6 п.6.1 и в Главе 8 п.8.2). На основе двухслойной физико-математической модели разработан программный комплекс FLOOD [Беликов, Милитеев, 2002a].

По вертикали область течения разделяется на два слоя: слой воды над поймой и над руслом выше бровок и слой воды в русле ниже бровок (Рис. 1.3.1). Кроме того, принимается такой масштаб пространственного осреднения, что течение в русле может быть описано в одномерной постановке, а течение на пойме – в двумерной плановой постановке.

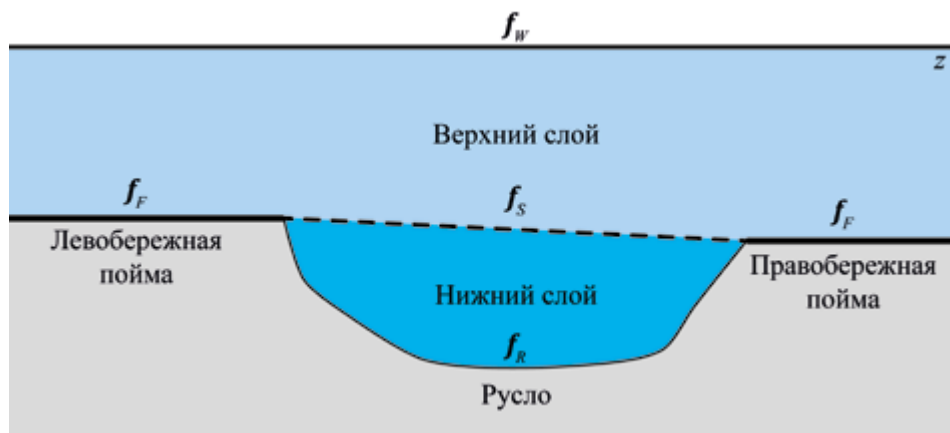


Рис. 1.3.1. Двухслойная схематизация русло-пойменного потока

Исходная математическая модель состоит из общего для двух слоёв уравнения неразрывности, двумерных уравнений движения для верхнего слоя и одномерного уравнения движения в русле для нижнего слоя:

$$z_{,t} + \nabla \cdot \mathbf{q} + (UH)_{,s} = q_0, \quad (1.3.9)$$

$$\mathbf{q}_{,t} + \nabla \cdot (\mathbf{q}\mathbf{u}) + gh\nabla z = \mathbf{f}_F - \mathbf{f}_S + \mathbf{f}_W \quad (1.3.10)$$

$$Q_{,t} + (QU)_{,s} + g\omega z_{,s} = (\mathbf{f}_S B + \mathbf{f}_R \chi) \cdot \mathbf{s} \quad (1.3.11)$$

В этих уравнениях $\mathbf{q} = h\mathbf{u}$ – вектор удельных расходов воды в верхнем слое; $\mathbf{f}_S, \mathbf{f}_F, \mathbf{f}_R, \mathbf{f}_W$ – векторы касательных напряжений на границе раздела верхнего и нижнего слоев, на поверхности поймы, на дне русла и на свободной поверхности воды соответственно, причем $\mathbf{f}_S = 0$ вне русла, а $\mathbf{f}_F = 0$ вне поймы; Q – полный расход в бровках русла; s – координата вдоль русла; \mathbf{s} – единичный вектор вдоль русла; ω – площадь поперечного сечения русла в бровках; $U = Q/\omega$ – средняя скорость воды в бровках русла ($U = Us$); B – ширина русла в бровках; χ – смоченный периметр русла в бровках; $H = \omega/B$ – средняя глубина русла в бровках; q_0 – осадки. Последнее слагаемое в левой части уравнения неразрывности (1.3.9) отлично от нуля только в границах русла, а величины H, ω становятся зависящими от z при падении отметок свободной поверхности в русле ниже его бровок.

Заметим, что в уравнениях (1.3.10), (1.3.11) не учтен конвективный перенос импульса между слоями. Это сделано для упрощения записи уравнений, поскольку далее в диффузионной модели конвективные члены будут отброшены.

Неизвестными в уравнениях (1.3.9)–(1.3.11) являются функции z, \mathbf{q}, Q . Для замыкания системы достаточно определить касательные напряжения на верхних и нижних поверхностях каждого из двух слоев. Касательные напряжения на дне русла, на поверхности поймы и на свободной поверхности воды принимаются по формулам с квадратичным законом сопротивления:

$$\mathbf{f}_R = -\frac{1}{2}\lambda_R \mathbf{U}|\mathbf{U}|, \quad \mathbf{f}_F = -\frac{1}{2}\lambda_F \mathbf{u}|\mathbf{u}|, \quad \mathbf{f}_W = \frac{1}{2}\lambda_W \mathbf{w}|\mathbf{w}|, \quad (1.3.12)$$

где \mathbf{w} – вектор скорости ветра (более строго нужно в формуле ветрового трения брать разность $\mathbf{w} - \mathbf{u}$), а коэффициенты гидравлических сопротивлений вычисляются по формулам

$$\lambda_R = 2gn_R^2 R^{-1/3}, \lambda_F = 2gn_F^2 h^{-1/3}, \lambda_W = 5.6 \cdot 10^{-7} \quad (1.3.13)$$

в которых n_R, n_F – коэффициенты шероховатости русла и поймы соответственно; $R = \omega/\chi$ – гидравлический радиус потока в бровках русла.

Для определения касательных напряжений на поверхности раздела между слоями примем закон квадратичного сопротивления аналогично формулам (1.3.12):

$$\mathbf{f}_S = \frac{1}{2}\lambda_S \mathbf{V}|\mathbf{V}|, \quad \mathbf{V} = \mathbf{u} - \mathbf{U}, \quad (1.3.14)$$

где коэффициент гидравлического сопротивления между слоями λ_s однозначно определяется из требования совпадения гидравлических характеристик прямолинейного равномерного потока при расчете по двухслойной и однослойной схемам:

$$\lambda_s = \lambda_R \frac{\chi}{B} \left(\frac{h}{h+H} \right)^3 \left(\sqrt{\frac{\lambda_R}{\lambda_*}} - 1 \right)^{-2}, \quad (1.3.15)$$

где $\lambda_* = 2gn_R^2 R_*^{-1/3}$, $R_* = R(1 + h/H)$. Анализ этих формул показывает, что при условии $h \ll H$ коэффициент гидравлического сопротивления $\lambda_s = \lambda_R (\chi/B) (h/H)$ и, следовательно, касательные напряжения на границе раздела стремятся к нулю при глубине верхнего слоя, стремящейся к нулю. При $h \gg H$ коэффициент трения между слоями равен $\lambda_s = \lambda_* (\chi/B)$, и в пределе $h/H \rightarrow \infty$ также стремится к нулю.

На рис. 1.3.2 приведен график зависимости $(\lambda_s/\lambda_R)(B/\chi)$ от отношения глубин h/H , из которого видно, что в характерном для реальных паводков диапазоне изменения глубин коэффициент гидравлического трения между слоями в 4–8 раз (при условии $\chi/B \approx 1$) превосходит коэффициент трения о дно русла, то есть близок к коэффициенту сопротивления поймы. Таким образом, нормальная к руслу компонента скорости в верхнем слое как бы не чувствует русло при его пересечении, а касательная компонента увеличивается на величину средней скорости в русле. Максимальное значение λ_s достигается при $h/H = 0,95$ и равно $\lambda_{s\max} = 8,33\lambda_R (\chi/B)$.

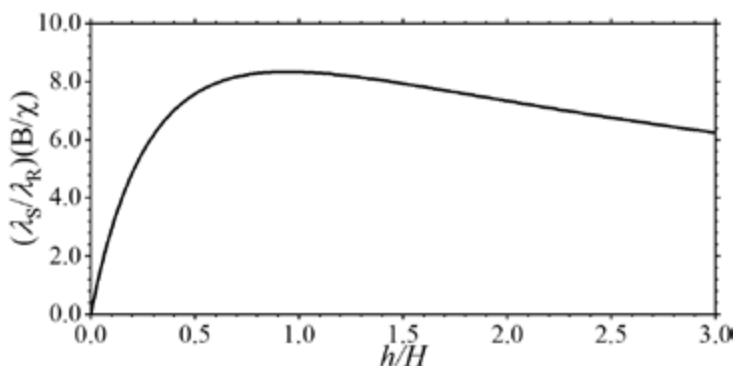


Рис. 1.3.2. Теоретическая зависимость коэффициента гидравлического трения между слоями от отношения глубин на пойме и в русле

Поскольку при пересечении руслового и пойменного потоков под значительными углами величины $|V|$ и $|U|$ одного порядка, а $\lambda_s \gg \lambda_R$ (при условии достаточной глубины затопления поймы), на таких участках $|f'_s| \gg |f'_R|$, и пойменный поток может оказывать определяющее влияние на течение в русле. При этом пропускная способность русла уменьшается из-за дополнительного трения на границе раздела, что, в свою очередь, приводит к повышению уровней водной поверхности и глубин на пойме, то есть к осуществлению обратной

связи в системе русло-пойма. Отметим, что величина λ_s может зависеть еще от угла между векторами скорости в верхнем и нижнем слое, однако успешный опыт моделирования с использованием формулы (1.3.15) дает основание утверждать, что соответствующая поправка не является существенной.

Система уравнений (1.3.9)–(1.3.11) вместе с замыкающими соотношениями (1.3.12)–(1.3.15), начальными и граничными условиями на расходы и уровни воды позволяет в результате ее численного решения определить скорости руслового и пойменного потоков и отметки свободной поверхности во всей области течения.

В целях повышения эффективности вычислений введем допущение о малости влияния локальных ускорений на динамику потока, которое справедливо при выполнении условий

$$\frac{\lambda_F L}{h} \gg 1, \frac{\lambda_R L}{H} \gg 1, \quad (1.3.16)$$

где L – характерный линейный размер задачи. Пренебрегая в уравнениях движения (1.3.18), (1.3.11) полными производными по времени, получим систему уравнений

$$z_{,t} + \nabla \cdot \mathbf{q} + (UH)_{,s} = q_0, \quad (1.3.17)$$

$$gh\nabla z = \mathbf{f}_F - \mathbf{f}_S + \mathbf{f}_W \quad (1.3.18)$$

$$g\omega z_{,s} = (\mathbf{f}_S B + \mathbf{f}_R \chi) \cdot \mathbf{s} \quad (1.3.19)$$

которая, как и (1.3.9)–(1.3.11), дополняется соотношениями (1.3.12)–(1.3.15).

Покажем, что эту систему можно свести к одному уравнению в частных производных относительно уровня свободной поверхности z . Умножая векторное уравнение (1.3.18) скалярно на $B\mathbf{s}$ и складывая с (1.3.19), получим с учетом (1.3.12)

$$\frac{1}{2} \lambda_R \chi U^2 = B \mathbf{f}_W \cdot \mathbf{s} - gB(h+H)z_{,s}, \quad (1.3.20)$$

откуда можно выразить скорость в русле ниже бровок в виде

$$U = \frac{1}{h+H} (E_R - D_R z_{,s}), \quad (1.3.21)$$

где $E_R = \gamma_R^{-1}(h+H)\mathbf{f}_W \cdot \mathbf{s}$, $D_R = \gamma_R^{-1}g(h+H)^2$ и $\gamma_R = \sqrt{\lambda_R \chi |\mathbf{f}_W \cdot \mathbf{s} - g(h+H)z_{,s}|/2B}$.

Рассмотрим теперь верхний слой над руслом. Из (1.3.18), (1.3.12), (1.3.14) получим

$$\frac{1}{2} \lambda_S \mathbf{V} |\mathbf{V}| = \mathbf{f}_W - gh\nabla z \quad (1.3.22)$$

Находя из последнего уравнения \mathbf{V} и учитывая равенство $\mathbf{u} = \mathbf{V} + \mathbf{U}$, получим выражение для вектора удельного расхода в верхнем слое над руслом:

$$\mathbf{q} = h\mathbf{U} + \mathbf{E}_S - D_S \nabla z, \quad (1.3.23)$$

где $D_S = \gamma_S^{-1}gh^2$, $\mathbf{E}_S = \gamma_S^{-1}h\mathbf{f}_W$ и $\gamma_S = \sqrt{0.5\lambda_S |\mathbf{f}_W - gh\nabla z|}$.

Аналогично для вектора удельного расхода над поймой имеем

$$\mathbf{q} = \mathbf{E}_F - D_F \nabla z, \quad (1.3.24)$$

где $D_F = \gamma_F^{-1} g h^2$; $\mathbf{E}_F = \gamma_F^{-1} h \mathbf{f}_W$; $\gamma_F = \sqrt{0.5 \lambda_F |\mathbf{f}_W - g h \nabla z|}$.

Теперь с использованием выражений (1.3.21), (1.3.23), (1.3.24) уравнение неразрывности (1.3.17) можно привести к виду

$$z_{,t} + \nabla \cdot [\mathbf{E} - D \nabla z + (E_R - D_R z_{,s}) \mathbf{s}] = q_0, \quad (1.3.25)$$

где слагаемое в круглых скобках отлично от нуля только в границах русла, величины \mathbf{E} , D над руслом равны \mathbf{E}_S , D_S , а над поймой – \mathbf{E}_F , D_F .

Уравнение (1.3.25) в частных производных второго порядка параболического типа относительно отметки свободной поверхности воды является обобщением известного диффузионного приближения для уравнений мелкой воды на случай двухслойного русло-пойменного потока, причем коэффициенты уравнения являются нелинейными функциями z и ее производной.

Уравнение (1.3.25) требует постановки граничных условий на всех границах области течения. На части границы может быть задан уровень воды, а на другой части – удельный расход воды (условию непротекания через твердую границу соответствует нулевой расход). Таким образом, граничные условия записываются в виде:

$$z|_{\sigma_1} = z_1, \quad [\mathbf{E} - D \nabla z + (E_R - D_R z_{,s}) \mathbf{s}]_{\sigma_2} \cdot \mathbf{n} = q_n, \quad (1.3.26)$$

где σ_1 , σ_2 – части границы области течения в плане; q_n – суммарный (включая русла) удельный расход воды по нормали к границе (\mathbf{n}).

Для решения (1.3.25) должно быть также задано начальное условие

$$z(x, y, 0) = z_0(x, y) \quad (1.3.27)$$

В результате решения определяются отметки водной поверхности в любой точке плана течения в любой момент времени. Скорости течения в русле и на пойме находятся дифференцированием с использованием формул (1.3.21), (1.3.23), (1.3.24).

Дискретизация уравнения (1.3.25) производилась стандартной процедурой Галеркина-Петрова [Сегерлинд, 1979] с финитными кусочно-линейными весовыми и базисными функциями на треугольных элементах, матрица при производной по времени диагонализировалась. Таким образом обеспечивался первый порядок аппроксимации по времени и второй – по пространству. Получающаяся система линейных алгебраических уравнений с профильной матрицей решалась методом Холесского [Сегерлинд, 1979; Джорж, Лю, 1984]. В силу нелинейности коэффициентов уравнения (1.3.25) на каждом шаге по времени осуществлялись итерации для их уточнения. Отметим, что использование при производной по времени стандартной (трехдиагональной) конечноэлементной матрицы демпфирования приводило к сложностям в расчетах нестационарных течений с переменным уровнем водной поверхности.

Глава 2. ЗАДАЧА РИМАНА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ

Задача Римана (задача о распаде произвольного разрыва) – это одномерная задача Коши для описывающих законы сохранения уравнений с начальными условиями, заданными кусочно-постоянными функциями с разрывом в единственной точке. Помимо фундаментального значения, задача представляет особый интерес в связи с использованием ее решателя при численном моделировании течений на основе метода Годунова (см. раздел 2.3), который в различных модификациях широко и успешно применяется для решения гиперболических систем уравнений, описывающих течения в приближении мелкой воды, в газовой динамике и магнитной гидродинамике [Куликовский, Погорелов, Семенов, 2001; LeVeque, 2002].

Для уравнений мелкой воды классическая постановка (над горизонтальным дном) обсуждается, например, в [Куликовский, Погорелов, Семенов, 2001; LeVeque, 2002; Того, 2001], поэтому в настоящей монографии мы лишь кратко напомним ключевые теоретические элементы и приведем итоговый алгоритм решения (раздел 2.1). Основное внимание в главе уделено вопросу решения задачи Римана в случае, когда дно является кусочно-постоянной функцией (раздел 2.2), а в разделе 2.3 приводится описание метода Годунова для решения уравнений мелкой воды с использованием решателя задачи Римана над разрывным дном. Преимущество численного метода на основе этого решателя будет продемонстрировано на аналитических тестах в главе 3. Оно отчетливо проявляется при моделировании течений со сложным рельефом дна: любая стационарная часть потока над резко меняющимся дном, разрешаемая на грубой сетке (две ячейки для одномерных задач), соответствует точному решению, а при использовании традиционных численных алгоритмов может быть воспроизведена только на подробных сетках. Как показано в разделе 3.1.4, аналогичное преимущество наблюдается и для медленно изменяющихся нестационарных течений. Для практических задач со сложной и недетализированной топографией это может иметь существенное значение.

2.1. Задача Римана над горизонтальным дном

Будем решать задачу

$$\begin{cases} h_t + (hu)_x = 0, \\ (hu)_t + (hu^2 + \frac{1}{2}gh^2)_x = 0 \end{cases} \quad (2.1.1)$$

с начальными условиями при $t = 0$

$$(h, u) = \begin{cases} (h_L, u_L), & x < 0, \\ (h_R, u_R), & x > 0 \end{cases} \quad (2.1.2)$$

в переменных $\mathbf{w} = (c, u)$, где $c = \sqrt{gh}$ – критическая скорость (или скорость распространения малых возмущений). Здесь $h_L \geq 0$, $u_L, h_R \geq 0$, u_R – произвольные заданные константы. Решение этой задачи существует и единственно (для участков сухого дна значения скорости u могут быть произвольными, такие решения не различаются с физической точки зрения) и может быть построено в виде комбинации частных решений (раздел 2.1.1), которые записываются на интервалах вида $a \leq x/t \leq b$.

2.1.1. Частные решения

Заметим, что уравнениям (2.1.1) удовлетворяют следующие решения.

- *Течение с постоянными параметрами.* Очевидно,

$$\mathbf{w} = \text{const} \quad (2.1.3)$$

является решением.

- *Волна Римана* – решение вида

$$\begin{aligned} u \pm c &= \frac{x}{t}, \\ J_{\pm} &= u \mp 2c = \text{const.} \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

Выбор верхнего знака соответствует правой волне Римана (ПВР), нижнего – левой (ЛВР). Параметры течения в волне Римана определяются из соотношений

$$\mathbf{w} = \frac{1}{3} \left(\pm \left[\frac{x}{t} - J_{\pm} \right], \frac{x}{t} + J_{\pm} \right). \quad (2.1.5)$$

• *Гидравлический прыжок (ударная волна)* соответствует кусочно-постоянному решению с единственным разрывом, поток массы через который ненулевой (иначе в одномерном случае разрыв исчезает). Из соотношений на разрыве, распространяющемся со скоростью D ,

$$\begin{cases} (u_1 - D)h_1 = (u_2 - D)h_2, \\ (u_1 - D)^2 h_1 + \frac{1}{2} g h_1^2 = (u_2 - D)^2 h_2 + \frac{1}{2} g h_2^2 \end{cases} \quad (2.1.6)$$

следует, что параметры слева (индекс 1) и справа (индекс 2) от скачка связаны соотношениями:

$$u_2 - u_1 = \frac{c_2 - c_1}{\binom{+}{+} c_1 c_2} \sqrt{\frac{1}{2}(c_1^2 + c_2^2)} \quad \text{при } c_2 \geq c_1 \quad (2.1.7)$$

Выбор верхнего знака соответствует левому гидравлическому прыжку (ЛГП), нижнего – правому (ПГП). Здесь нефизичные решения отбрасываются с помощью условия об увеличении глубины за гидравлическим прыжком, что соответствует потере механической энергии при прохождении скачка [Стокер, 1959; Rayleigh, 1914]. Это условие подобно условию возрастания энтропии при прохождении через ударную волну в газовой динамике.

В двумерном случае в волне Римана поперечная компонента скорости остается постоянной и не меняется при переходе через гидравлический прыжок. Кроме того, возникает дополнительное разрывное решение – тангенциальный разрыв – с нулевым потоком массы через разрыв, при этом только поперечная компонента скорости может на нем меняться разрывным образом.

2.1.2. Общее решение

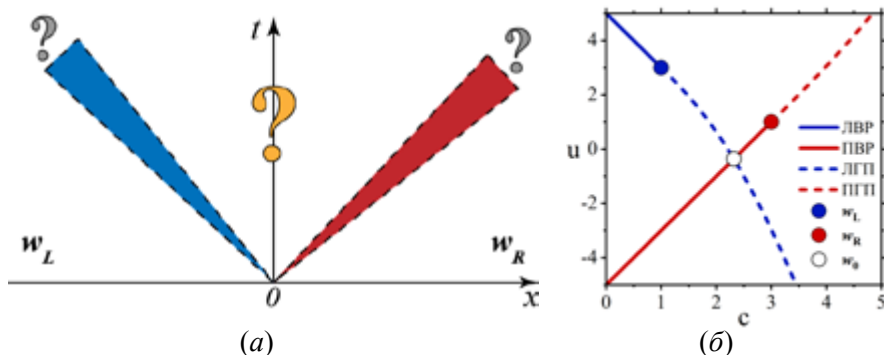


Рис. 2.1.1. Схема общего решения задачи о распаде разрыва над горизонтальным дном на плоскости (x, t) (а) и пример связи предраспадных состояний w_L, w_R на плоскости (c, u) с помощью левых и правых волн, см. соотношения (2.1.9) (б). На рисунке (а) отмечены левая (синий цвет) и правая (красный цвет) волны (т.е. волна Римана или гидравлический прыжок) и области с постоянными значениями

Общее решение задачи представляется в виде комбинации описанных выше частных решений: областей с постоянными параметрами, гидравлических прыжков и волн разрежения. На Рис. 2.1.1а схематично представлена конфигурация решения на плоскости (x, t) , которая состоит из

1) трех областей с постоянными параметрами, причем в двух из них значения известны и соответствуют предраспадным значениям w_L, w_R ;

2) двух областей (или линий), соответствующих левой волне Римана или левому гидравлическому прыжку (на рисунке слева) и правой волне Римана или правому гидравлическому прыжку (на рисунке справа). Левые (правые) волны связывают состояние w_L (w_R) с состоянием в центральной части. Вводя функцию

$$f(c_1, c_2) = \begin{cases} 2(c_1 - c_2), c_1 \leq c_2, \\ \frac{c_1^2 - c_2^2}{c_1 c_2} \sqrt{\frac{1}{2}(c_1^2 + c_2^2)}, c_1 > c_2, \end{cases} \quad (2.1.8)$$

и учитывая соотношения (2.1.4), (2.1.7), можно кратко описать эти связи соотношениями

$$\begin{cases} u_L = u_0 + f(c_0, c_L), \\ u_0 = u_R + f(c_0, c_R). \end{cases} \quad (2.1.9)$$

Здесь $w_0 = (c_0, u_0)$ – значения параметров потока в центральной области.

Наглядным является графическое представление решения на плоскости (c, u) , Рис. 2.1.1б. Для любой пары значений w_L, w_R ищется пересечение w_0 кривых (2.1.9), которое соответствует решению в центральной области. При этом положение этого пересечения на кривых определяет структуру решения. Например, если точка w_0 лежит левее/правее w_L (w_R), то реализуется ЛВР/ЛГП (ПВР/ПГП).

2.1.3. Алгоритм нахождения точного решения

Опишем алгоритм определения значений решения задачи о распаде разрыва при $x = 0$, которые используются для вычисления потоков массы и импульса через границы расчетных ячеек при численном решении уравнений мелкой воды методом Годунова.

Вычисление параметров в центральной области. Из (2.1.9) следует, что поиск w_0 сводится к решению нелинейного уравнения относительно c_0 :

$$u_L - u_R = f(c_0, c_L) + f(c_0, c_R). \quad (2.1.10)$$

Нетрудно показать, что выражение в правой части соответствует строго возрастающей выпуклой функции, поэтому уравнение может быть решено методом Ньютона. В качестве начального приближения удобно выбирать линейное приближение

$$c_0 = \frac{1}{4}(u_L - u_R) + \frac{1}{2}(c_L + c_R), \quad (2.1.11)$$

поскольку c_0 является точным решением при $c \leq \min(c_L, c_R)$, а при $c > \min(c_L, c_R)$ лежит правее точного решения, обеспечивая тем самым монотонную сходимость метода Ньютона. Зная c_0 , скорость в центральной области может быть найдена из соотношений (2.1.9):

$$u_0 = 0.5[u_L + u_R + f(c_0, c_R) - f(c_0, c_L)]. \quad (2.1.12)$$

Можно показать [Беликов, Семёнов, 1997б], что относительная ошибка ε линейного приближения (2.1.11) ограничена сверху следующим выражением

$$\varepsilon \leq \max \left(2 + \alpha - 2\sqrt{1 + \alpha}, 1 + \alpha - \sqrt{(1 + \beta) \left[1 + 2\frac{2\alpha - \beta}{2 + \beta} \right]} \right), \quad (2.1.13)$$

где $\alpha = c_0 / \min(c_L, c_R) - 1$, $\beta = \max(c_L, c_R) / \min(c_L, c_R) - 1$.

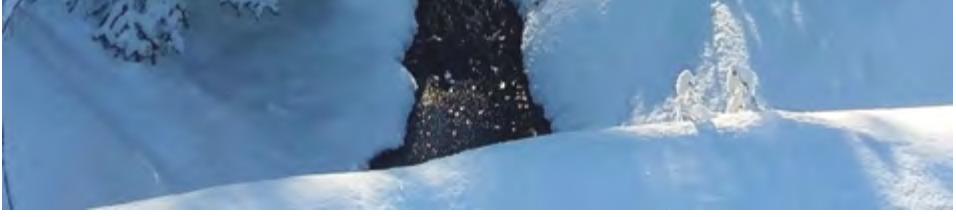
Ситуации с областями сухого дна следует рассмотреть отдельно. Они возможны из-за начальных условий с $c_L = 0$ или $c_R = 0$, а также при $c_0 \leq 0$. Поскольку области сухого дна могут быть связаны с другими состояниями только через волны Римана, в этих случаях реализуются конфигурации с одной правой или левой волной Римана, а также с двумя волнами Римана со-

ответственно. Причем, согласно соотношениям (2.1.4), границы этих волн распространяются со скоростями: $u_L - c_L$ и $u_L + 2c_L$ для ЛВР; $u_R - 2c_R$ и $u_R + c_R$ для ПВР. Анализ знаков этих выражений позволяют установить значение w при $x = 0$.

Определение значения w при $x = 0$ для случая затопленного дна проводится путем анализа знаков скоростей границ волн Римана и гидравлических прыжков. Упрощают анализ следующие факты: если $u_0 < 0$, то ЛВР и ЛГП расположены при $x < 0$; если $u_0 > 0$, то ПВР и ПГП расположены при $x > 0$; волны Римана формируются при $c_{L(R)} > c_0$, а гидравлические прыжки – при $c_{L(R)} < c_0$ (см. соотношения (2.1.8), (2.1.9)).

Итоговый алгоритм решения задачи о распаде разрыва над горизонтальным дном описан ниже. В двумерном случае для определения поперечной компоненты скорости v необходимо учесть, что она может меняться только на тангенциальном разрыве, следовательно $v = v_L$ при $u|_{x=0} > 0$ и $v = v_R$ иначе.





2.2. Задача Римана над разрывным дном

Разыскиваются решения уравнений

$$\begin{cases} h_{,t} + (hu)_{,x} = 0, \\ (hu)_{,t} + \left(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2\right)_{,x} = -ghb_{,x} \end{cases} \quad (2.2.1)$$

с кусочно-постоянными поверхностью дна

$$b(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \Delta b, & x > 0 \end{cases} \quad (2.2.2)$$

и начальными условиями

$$(h, u) = \begin{cases} (h_L, u_L), & x < 0, \\ (h_R, u_R), & x > 0. \end{cases} \quad (2.2.3)$$

Поскольку случай $\Delta b = 0$ рассмотрен в предыдущем разделе, без потери общности считаем, что $\Delta b > 0$ (Рис. 2.2.1).

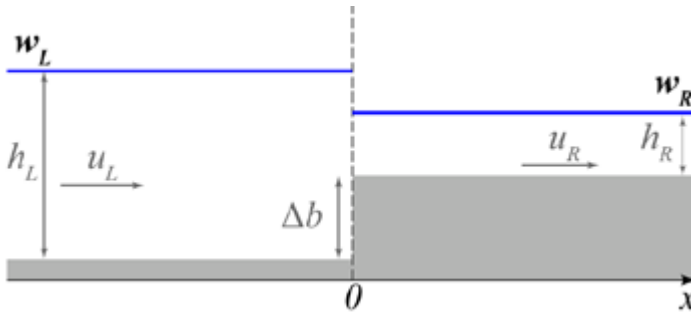


Рис. 2.2.1. Схема задачи о распаде разрыва над скачком дна

Обезразмеривание. Анализ задачи упрощается введением безразмерных параметров:

$$x' = \frac{x}{\Delta b}, t' = t \sqrt{\frac{g}{\Delta b}}, u' = \frac{u}{\sqrt{g\Delta b}}, h' = \frac{h}{\Delta b}, b' = \frac{b}{\Delta b}, c' = \sqrt{h'}, c'_b = \sqrt{b'}. \quad (2.2.4)$$

Это позволяет уменьшить количество параметров задачи на два. Таким образом, $b'(x') = 0$ при $x' < 0$ и $b'(x') = 1$ при $x' > 0$. Далее в рассуждениях используются пары $w' = (c', u')$ вместо пар (h', u') , штрихи опускаются.

2.2.1. Условия на стационарном скачке над разрывом дна

Возможны различные физические интерпретации разрыва дна, которые приводят к различным условиям на разрыве. Одним из подходов является рассмотрение скачка дна как вертикального препятствия и учет реакции стенки и диссипативных процессов (см., например, [Булатов, 2014; Прокофьев, 2005; Cozzolino et al., 2011; Rosatti, Begnudelli, 2010]); обоснование такого подхода требует привлечения моделей более высокого порядка или экспериментов. В настоящем разделе описывается другой распространенный способ, рассматривающий стационарный разрыв в рамках модели мелкой воды как предел монотонно меняющегося непрерывного дна при стремлении длины участка перехода к нулю. В этом случае возможны три ситуации с различными условиями на разрыве (Рис. 2.2.2): бесконтактный случай, когда поток слева не взаимодействует с потоком справа; случай сохранения энергии, когда параметры связаны законами сохранения массы и энергии (здесь под энергией потока мелкой воды понимается сумма $u^2/2 + gz$ в размерных переменных); и случай резонансной волны, когда на переходном интервале появляется стационарный гидравлический скачок.

Введем обозначения для значений по обе стороны от разрыва: w_- и w_+ равны $w = (c, u)$ при $x = -0$ и $x = +0$ соответственно. Они должны быть связаны любым из следующих соотношений, которые являются следствиями интерпретации разрыва дна как предельного случая монотонно меняющегося непрерывного дна (Рис. 2.2.2), см., например, [Aleksyuk, Belikov, 2019].

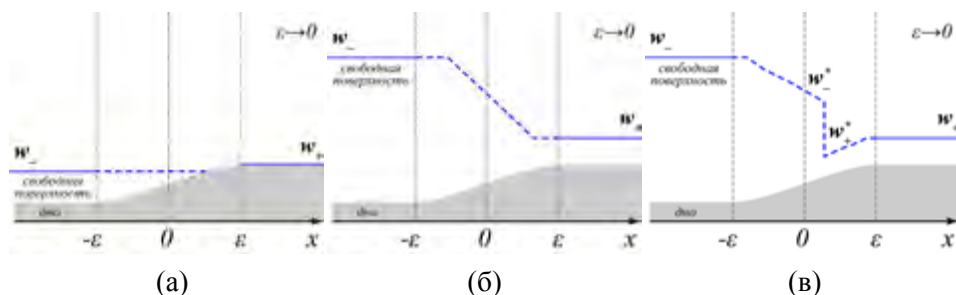


Рис. 2.2.2. Разрыв дна – предельный случай непрерывного изменяющегося дна: бесконтактный случай (а), случай сохранения энергии (б) и ситуация с резонансным скачком (в)

• *Бесконтактный случай* (Рис. 2.2.2а). w_- и w_+ связаны следующими соотношениями:

$$c_+ = 0, \quad c_- \leq 1, \quad u_- c_- = 0. \quad (2.2.5)$$

• *Случай сохранения энергии* (Рис. 2.2.2б). w_- и w_+ являются решением уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{2}u_-^2 + c_-^2 = \frac{1}{2}u_+^2 + c_+^2 + 1, \\ u_-c_-^2 = u_+c_+^2. \end{cases} \quad (2.2.6)$$

Для заданных w_- и w_+ введем обозначения для отображений, определяемых этими уравнениями: $w_+ = \Phi_{LR}(w_-)$ и $w_- = \Phi_{RL}(w_+)$. Задача нахождения образа сводится к решению кубического уравнения. Используя предположение, что решение с $\Delta b \neq 0$ должно стремиться к решению с $\Delta b = 0$ при $\Delta b \rightarrow 0$ (в размерных переменных), можно однозначно выбрать корень кубического уравнения, за исключением случая, когда образ $\Phi_{RL}(w_+)$ действительно содержит два элемента при $Fr_+ = u_+ / c_+ = \pm 1$.

• *Случай резонансной волны* (Рис. 2.2.2в). w_- и w_+ удовлетворяют уравнениям

$$\begin{cases} \frac{1}{2}u_-^2 + c_-^2 = \frac{1}{2}(u_-^*)^2 + (c_-^*)^2 + (c_b^*)^2, \\ (c_-^*)^2(u_-^*)^2 + \frac{1}{2}(c_-^*)^4 = (c_+^*)^2(u_+^*)^2 + \frac{1}{2}(c_+^*)^4, \\ \frac{1}{2}(u_+^*)^2 + (c_+^*)^2 = \frac{1}{2}u_+^2 + c_+^2 + 1 - (c_b^*)^2, \\ u_-c_-^2 = u_-^*(c_-^*)^2 = u_+^*(c_+^*)^2 = u_+c_+^2, \end{cases} \quad (2.2.7)$$

при некоторых $c_b^* \in (0, 1)$, $w_-^* = (c_-^*, u_-^*)$ и $w_+^* = (c_+^*, u_+^*)$. Этот случай соответствует так называемой резонансной волне, когда внутри переходного интервала возникает стационарный гидравлический прыжок.

Если расход над скачком дна отрицательный $q < 0$, то при заданном w_+ мы вводим соответствующее отображение $w_- = \Psi_{RL}(w_+)$, построение которого может быть сведено к последовательному решению трех кубических уравнений. Резонансное решение может существовать только в том случае, если $Fr_+ \leq -1$; в этом случае отображение однозначно для любого фиксированного $c_b^* \in (0, 1)$.

Замечание 2.1. Согласно [Aleksyuk, Belikov, 2019], если $q > 0$, то нет решения резонансного типа, удовлетворяющего дополнительному предположению о непрерывности расхода (см. Предположение 2.1), и, следовательно, нет необходимости вводить отображение $w_+ = \Psi_{LR}(w_-)$ при заданном w_- .

2.2.2. Существование и единственность решения

Подводя итог, разыскивается решение $w(x, t)$ задачи Римана

$$\begin{cases} (c^2)_{,t} + (uc^2)_{,x} = 0, \\ (c^2u)_{,t} + (c^2u^2 + \frac{1}{2}c^4)_{,x} = -c^2(c_b^2)_{,x}, \\ w(x, 0)|_{x<0} = w_L, \quad w(x, 0)|_{x>0} = w_R, \\ c_b(x)|_{x<0} = 0, \quad c_b(x)|_{x>0} = 1 \end{cases} \quad (2.2.8)$$

такое, что значения $w(-0, t)$ и $w(+0, t)$ должны быть связаны любым из уравнений (2.2.5)–(2.2.7).

Разрешимость этой задачи изучалась ранее для начальных условий частного и общего вида [Остапенко, 2003а,б; LeFloch, Thanh, 2007, 2011; Han, Warnecke, 2014; Алексюк, Беликов, 2017; Aleksyuk, Belikov, 2019]. Решение существует для любых начальных условий, однако, в общем случае оказывается неединственным: может быть одно, два или три решения. Этот факт затрудняет применение точного решателя в численных методах, так как не ясно, какое решение следует выбрать. В [Aleksyuk, Belikov, 2019] было показано, что этот вопрос может быть решен в общем случае с помощью дополнительной физической гипотезы, которая впервые была предложена в [Алексюк, Беликов, 2017а] для подкласса начальных условий – задачи с сухим дном справа от скачка дна (при $x > 0$). Таким образом, существование и единственность решения для постановки задачи с этой дополнительной гипотезой были доказаны для произвольных начальных условий. Дополнительная гипотеза формулируется следующим образом.

Предположение 2.1. Расход $q = c_-^2 u_- = c_+^2 u_+$ должен непрерывно зависеть от начальных условий.

Замечание 2.2. Строго говоря, это предположение не позволяет отбросить все «нефизичные» решения. Существует двумерное многообразие начальных условий (в четырехмерном пространстве $\{w_L\} \times \{w_R\}$), для которых уравнениям и всем условиям удовлетворяют два решения с $q > 0$. Оба решения идентичны при $x < 0$ и одно из них всегда соответствует резонансной волне со скачком при $x = -0$ ($c_b^* \rightarrow 0$). Последнее решение отбрасывается, поскольку является предельным для резонансных волн с $q > 0$, для которых не выполнено Предположение 2.1. Более того, такие волны, по всей видимости, неустойчивы, так как малые возмущения в начальных условиях приводят к их исчезновению (поскольку при $q > 0$ и $c_b^* > 0$ резонансные волны отброшены).

2.2.3. Пример. Течение с сухим дном по одну сторону от разрыва

Идея выделения единственного решения была предложена в [Алексюк, Беликов, 2017а] и применена в частном случае задачи Римана с изначально сухим дном справа ($c_R = 0$). Для большей ясности изложения кратко повторим этот результат.

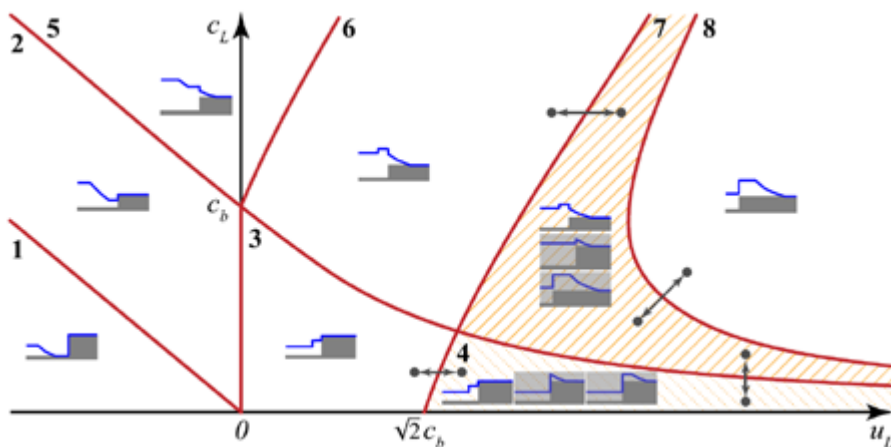


Рис. 2.2.3. Схематическое представление режимов течения для случая с изначально сухим дном справа от скачка дна. Для начальных условий из областей 4 и 7 существует три возможных решения (Предположение 2.1 не выполняется для затененных решений)

Если при $x > 0$ дно вначале сухое, решение определяется только двумя параметрами, u_L и c_L . Схема возможных конфигураций решений на плоскости (u_L, c_L) показана на Рис. 2.2.3. Для начальных условий из каждой области, кроме 4 и 7, существует только одно решение. Областям 4 и 7 соответствуют ситуации с тремя возможными решениями (на границах областей 4 и 7 некоторые из этих решений могут стать идентичными, поэтому также возможно, что существует только два решения). Проверим, что решения в каждой области имеют непрерывно изменяющийся расход при $x = 0$, когда начальные условия непрерывно изменяются между точками в соседних областях. Только одно решение (не затененное на рисунке) удовлетворяет условию непрерывного перехода между областями 6 и 7, так как два других решения в 7 имеют расход (h_L, u_L) , отличный от расхода в области 6 (очевидно, не равный h_L, u_L за гидравлическим прыжком, движущимся влево). Это решение также удовлетворяет предположению на границе между областями 7 и 8, так как на этой границе гидравлический прыжок имеет нулевую скорость (на самой границе 7–8 должно быть выбрано решение типа 8, см. замечание 2.2). Аналогично можно показать, что в области 4 следует рассматривать только то решение, которое не затенено, так как оно удовлетворяет предположению 2.1 при переходах в области 3 и 7.

2.2.4. Решения задачи Римана в общем случае

В общем случае поиск решения основывается на двух шагах:

- определение множеств \mathcal{D}_- и \mathcal{D}_+ , возможных значений w_- и w_+ слева и справа от разрыва;
- определение значений $w_- \in \mathcal{D}_-$ и $w_+ \in \mathcal{D}_+$, для которых выполнено одно из соотношений на разрыве (2.2.5)–(2.2.7) и предположение 2.1.

Как будет видно далее, полная структура течения восстанавливается в процессе поиска w_- и w_+ .

Для простоты обсуждение приводится на основе графического рассмотрения, однако все это может быть проделано более строго путем анализа свойств множеств, см. [Aleksyuk, Belikov, 2019].

Множество допустимых значений w_- и w_+ . В каждой полуплоскости решение может быть представлено в виде комбинации частных решений: областей с постоянными параметрами, гидравлических прыжков и волн Римана (см. раздел 2.1.1). Таким образом, множества \mathcal{D}_- и \mathcal{D}_+ допустимых значений w_- и w_+ определяются состояниями, которые могут быть связаны с w_L и w_R с помощью соотношений (2.1.9) в полуплоскости, т.е. выполняются соотношения

$$\begin{cases} u_L = \hat{u}_- + f(\hat{c}_-, c_L), \\ \hat{u}_- = u_- + f(\hat{c}_-, c_-) \end{cases} \text{ и } \begin{cases} u_+ = \hat{u}_+ + f(\hat{c}_+, c_+), \\ \hat{u}_+ = u_R + f(\hat{c}_+, c_R) \end{cases} \quad (2.2.9)$$

для некоторых $(c_-, u_-) \in \mathcal{D}_-$, $(c_+, u_+) \in \mathcal{D}_+$.

Поскольку w_- и w_+ являются параметрами потока при $x = -0$ и $x = +0$, они ограничены следующими условиями, выражающими принадлежность левых и правых волн соответствующей полуплоскости.

$$\begin{cases} u_- \leq -\max(c_-, \sigma(\hat{c}_-, c_-)), \text{ если } c_- \neq \hat{c}_-, \\ \hat{u}_- \leq \min(\hat{c}_-, \sigma(c_L, \hat{c}_-)), \text{ если } c_L \neq \hat{c}_-, \\ u_+ \geq \max(c_+, \sigma(\hat{c}_+, c_+)), \text{ если } c_+ \neq \hat{c}_+, \\ \hat{u}_+ \geq -\min(\hat{c}_+, \sigma(c_R, \hat{c}_+)), \text{ если } c_R \neq \hat{c}_+. \end{cases} \quad (2.2.10)$$

Здесь $\sigma(c_1, c_2) = (c_1/c_2)\sqrt{(c_1^2 + c_2^2)/2}$. Для дальнейшего удобства введем кривые

$$u_{\pm} = r_{\pm}(c_{\pm}, w_{R/L}) = \mp \min(c_{\pm}, \sigma(c_{R/L}, c_{\pm})), \quad (2.2.11)$$

которые выражают границу, определяемую вторыми уравнениями в (2.2.10) (штриховая линия на Рис. 2.2.4).

Несколько типичных конфигураций множеств \mathcal{D}_- и \mathcal{D}_+ схематично показаны на Рис. 2.2.4. Множества могут быть представлены в виде объединения четырех непересекающихся подмножеств, $\mathcal{D}_{\pm} = \mathcal{P}_{\pm} \cup \mathcal{L}_{\pm}^n \cup \mathcal{L}_{\pm}^p \cup \mathcal{S}_{\pm}$, которые делят \mathcal{D}_{\pm} по интервалам изменения чисел Фруда:

$$\begin{aligned} 1 < Fr_-, \text{ если } w_- \in \mathcal{P}_-; & \quad Fr_+ < -1, \text{ если } w_+ \in \mathcal{P}_+; \\ 0 < Fr_- \leq 1, \text{ если } w_- \in \mathcal{L}_-^p; & \quad -1 \leq Fr_+ < 0, \text{ если } w_+ \in \mathcal{L}_+^n; \\ -1 < Fr_- \leq 0, \text{ если } w_- \in \mathcal{L}_-^n; & \quad 0 \leq Fr_+ < 1, \text{ если } w_+ \in \mathcal{L}_+^p; \\ Fr_- \leq -1, \text{ если } w_- \in \mathcal{S}_-; & \quad 1 \leq Fr_+, \text{ если } w_+ \in \mathcal{S}_+. \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

Следует отметить, что \mathcal{P}_{\pm} и $\mathcal{L}_{\pm} = \mathcal{L}_{\pm}^n \cup \mathcal{L}_{\pm}^p$ могут быть пустыми.

Введем обозначения для следующих кривых, которые играют ключевую роль в поиске решений.

$$\begin{aligned} u_- &= \alpha_-(c_-, w_L) = \max[-c_-, u_L - f(c_-, c_L)], \\ u_+ &= \alpha_+(c_+, w_R) = \min[c_+, u_R + f(c_+, c_R)]. \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

На Рис. 2.2.4 видно, что они являются строго убывающими и возрастающими соответственно.

Мы обозначим пересечение этих линий с $u_+ = 0$ и $u_- = 0$ через $\mathbf{w}_+^0 = (c_+^0, 0)$ и $\mathbf{w}_-^0 = (c_-^0, 0)$. «Начало» кривых, показанных на Рис. 2.2.4а, б обозначается \mathbf{w}_+^A и \mathbf{w}_-^A , т. е. \mathbf{w}_+^A соответствует пересечению $u_+ = \alpha_+(c_+, \mathbf{w}_R)$ и $u_+ = r_+(c_+, \mathbf{w}_R)$; и \mathbf{w}_-^A соответствует пересечению $u_- = \alpha_-(c_-, \mathbf{w}_L)$ и $u_- = r_-(c_-, \mathbf{w}_L)$, если образ $\Phi_{LR}(\mathbf{w}_-)$ существует, в противном случае \mathbf{w}_-^A лежит на границе существования $\Phi_{LR}(\mathbf{w}_-)$ (см. серую область на Рис. 2.2.4а).

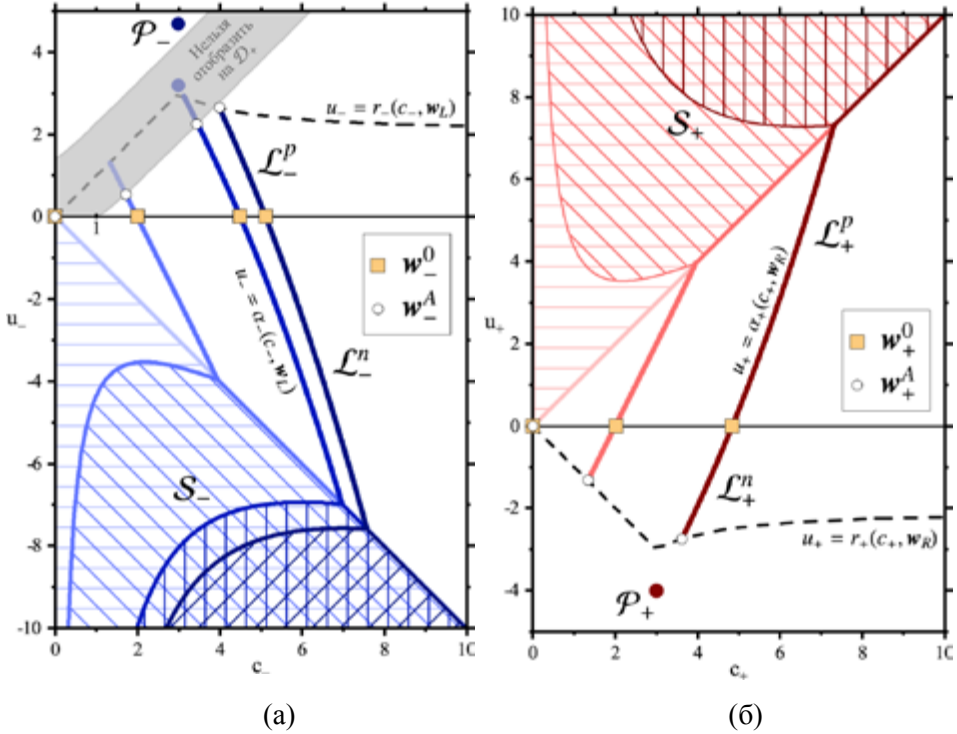


Рис. 2.2.4. Типичные примеры множеств \mathcal{D}_- (а) и \mathcal{D}_+ (б). Различные ситуации отмечены оттенками синего и красного

Удовлетворение условиям на разрыве. Теперь, чтобы получить решение, нужно найти $\mathbf{w}_- \in \mathcal{D}_-$ и $\mathbf{w}_+ \in \mathcal{D}_+$, для которых выполнено одно из соотношений (2.2.5)–(2.2.7) и Предположение 2.1. Для этого сначала одно из множеств \mathcal{D}_- или \mathcal{D}_+ отображается на плоскость другого множества с помощью отображений (2.2.6), (2.2.7); затем разыскивается пересечение, для которого имеет место Предположение 2.1. Будем придерживаться линии рассуждений, описанной в [Aleksyuk, Belikov, 2019] при доказательстве единственности решения, выбирая отображения $(\Phi_{LR}$ или $\Phi_{RL} \cup \Psi_{RL})$, в зависимости от направления потока при $x = 0$.

Можно заметить (см. Рис. 2.2.4а, б), что проще отобразить часть \mathcal{D}_+ с $u_+ \leq 0$ на плоскость (c_-, u_-) и часть \mathcal{D}_- с $u_- \geq 0$ на плоскость (c_+, u_+) , чем целые множества, включающие подмножества \mathcal{S}_+ , \mathcal{S}_- . Именно поэтому удобно выбирать направление отображений в зависимости от знака расхода q при $x = 0$. Его можно определить по следующим критериям: если $c_+^0 = 0$ и $c_-^0 \leq 1$ или если $(c_-^0)^2 - (c_+^0)^2 = 1$, тогда $q = 0$; иначе если $(c_-^0)^2 - (c_+^0)^2 > 1$, тогда $q > 0$; иначе $q < 0$.

Таким образом, необходимо найти только следующие образы $(\Phi_{RL} \cup \Psi_{RL})(\mathcal{L}_+^n \cup \mathcal{P}_+)$ и $\Phi_{LR}(\mathcal{L}_-^p \cup \mathcal{P}_-)$, которые являются:

– строго возрастающей функцией $u_- = \beta_-(c_-, w_R)$ и точкой $\Phi_{RL}(\mathcal{P}_+^*)$ для $(\Phi_{RL} \cup \Psi_{RL})(\mathcal{L}_+^n \cup \mathcal{P}_+)$ (Рис. 2.2.5а). Здесь точка $\mathcal{P}_+^* = \mathcal{P}_+ \cup \{(c, u): u = -c\}$, т.е. \mathcal{P}_+^* совпадает с точкой \mathcal{P}_+ , если она существует, в противном случае – с w_+^A ;

– строго убывающей функцией $u_+ = \beta_+(c_+, w_L)$ для $\Phi_{LR}(\mathcal{L}_-^p)$ и точкой $\Phi_{LR}(\mathcal{P}_-)$ (Рис. 2.2.5б).

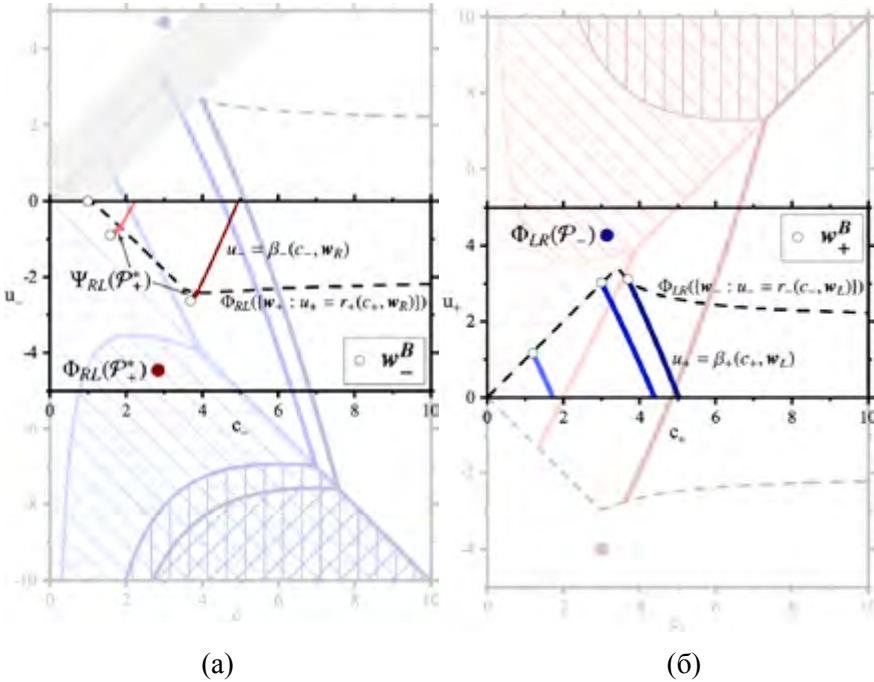
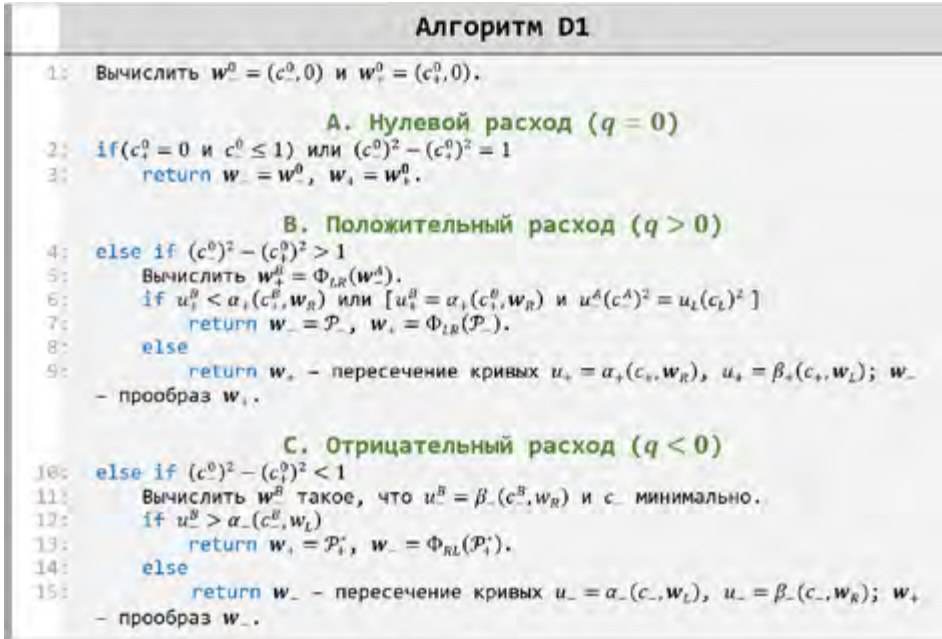


Рис. 2.2.5. Образы множеств \mathcal{D}_+ (а) и \mathcal{D}_- (б), изображенных на Рис. 2.2.4:
(а) – $\Phi_{RL} \cup \Psi_{RL}(\mathcal{L}_+^n \cup \mathcal{P}_+)$ и (б) – $\Phi_{LR}(\mathcal{L}_-^p \cup \mathcal{P}_-)$

2.2.5. Алгоритм нахождения точного решения

Алгоритм решения задачи с входными данными w_L, w_R в виде псевдокода приведен ниже [Aleksyuk, Malakhov, Belikov, 2020]. Задача решается в безразмерном виде, т.е. если $\Delta b \neq 0$, то до и после выполнения алгоритма необ-

ходимо осуществить преобразования с использованием уравнений (2.2.4). Если $\Delta b = 0$, то задача Римана решается стандартным подходом, описанным в разделе 2.1 (Алгоритм C1).



Здесь мы выделяем случаи с различными направлениями потока:

- если $q = 0$, то решением будет $w_- = w_-^0$, $w_+ = w_+^0$;
- если $q > 0$, то решение либо $\Phi_{LR}(\mathcal{P}_-)$, либо пересечение линий $u_+ = \alpha_+(c_+, w_R)$, $u_+ = \beta_+(c_+, w_L)$ (и их прообразы);
- если $q < 0$, то решением будет либо $\Phi_{RL}(\mathcal{P}_+)$, либо пересечением линий $u_- = \alpha_-(c_-, w_L)$, $u_- = \beta_-(c_-, w_R)$ (и их прообразы).

Согласно [Aleksyuk, Belikov, 2019] решение существует всегда, однако в случае $q > 0$ может быть два пересечения множеств $\Phi_{LR}(L_-^2 \cup \mathcal{P}_-)$ и \mathcal{D}_+ одновременно (следует отметить, что одно дополнительное возможное решение, соответствующее резонансной волне с $q > 0$, было отброшено ранее, см. замечание 2.1). В таких ситуациях точка $\Phi_{LR}(\mathcal{P}_-)$ должна быть отброшена за исключением случая, когда пересечение линий $u_+ = \alpha_+(c_+, w_R)$ и $u_+ = \beta_+(c_+, w_L)$ является предельным случаем решения с резонансной волной ($c_b^* \rightarrow 0$), то есть линии пересекаются в точке $w_+ = w_+^B$ при $u_-^A(c_-^A)^2 = u_-(c_-)^2$, поскольку гидравлический скачок находится при $x = -0$ и имеет нулевую скорость распространения. Это точка бифуркации, когда следует переключить решение между вышеупомянутым пересечением и $\Phi_{LR}(\mathcal{P}_-)$. В других случаях несколько пересечений не могут сосуществовать.

Алгоритм можно немного упростить, сократив число условных ветвей «if-else». Например, если исключить разбиение по направлению потока, вы-

деляя бесконтактный, до- и сверхкритический случаи, то алгоритм принимает вид.



2.2.6. Все возможные конфигурации решения

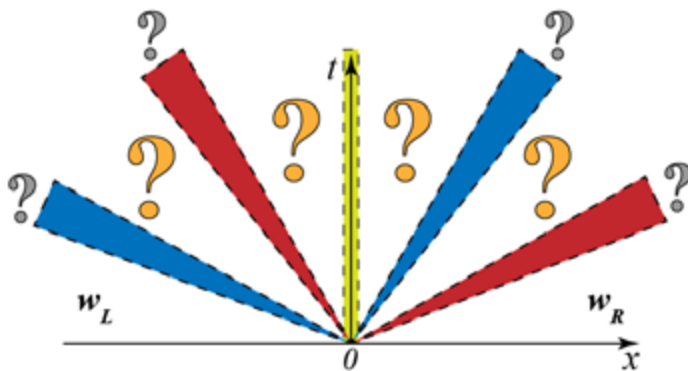


Рис. 2.2.6. Схема общего решения задачи Римана над разрывным дном на плоскости (x, t) .

На рисунке отмечены стационарный скачок при $x = 0$, вызванный перепадом дна, левые (синий цвет) и правые (красный цвет) волны (волна Римана или гидравлический прыжок) и области с постоянными значениями между ними (не более четырех таких областей могут сосуществовать одновременно)

Резюмируя обсуждение предыдущих разделов, решение задачи о распаде разрыва над скачком дна представляется в виде комбинации частных решений: областей с постоянными параметрами, гидравлических прыжков, волн разрежения и стационарного разрыва при $x = 0$. На Рис. 2.2.6 допустимые конфигурации решения схематично представлены на плоскости (x, t) .

Одновременно может сосуществовать не более трех из указанных на рисунке левых и правых волн и не более двух «центральных» областей с заранее неизвестными в них постоянными значениями параметров потока.

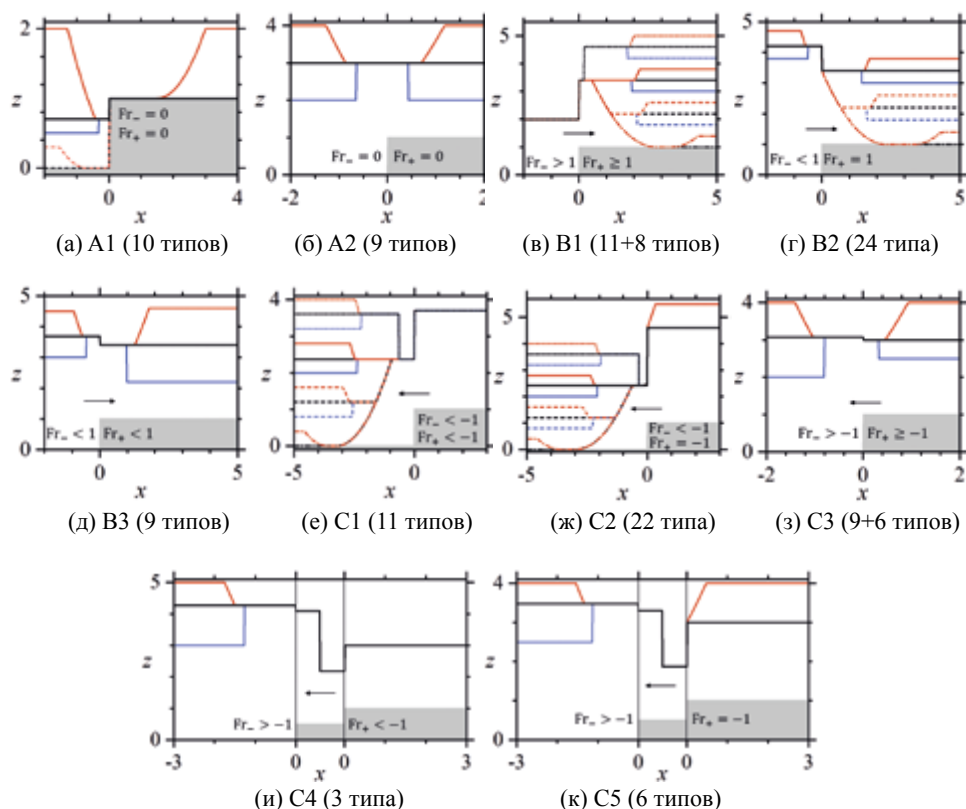


Рис. 2.2.7. Все возможные конфигурации решения. Заштрихованная область – дно: $b = 0$ при $x < 0$ и $b = 1$ при $x > 0$, резонансные волны (i, j) имеют $b = 0,5$ при $x = 0$ т. е. $(c_b^*)^2 = 0,5$. Линиями изображена свободная поверхность $z(x)$. Каждая комбинация двух линий слева и справа от скачка дна представляет собой точное решение задачи Римана. Стрелки показывают направление потока при $x = 0$

Все возможные конфигурации течения [Aleksyuk, Belikov, 2019] показаны на Рис. 2.2.7. Для каждого графика фиксируются значения w_- и w_+ . Следовательно, любое сочетание конфигураций слева и справа от разрыва является частным точным решением. Существует 128 типов конфигураций потока (с $\Delta b > 0$). В этой классификации различаются направление течения над разрывом; значения чисел Фруда при $x = +0$, $x = -0$ (критические, до- и сверхкритические числа Фруда); наличие гидравлических прыжков, волн разрежения и сухих областей дна. Для случаев B1 и C3 (Рис. 2.2.7в, з) $Fr_+ \geq 1$ и $Fr_+ \geq -1$, поэтому необходимо выделить ситуации с $|Fr_+| = 1$ при подсчете количе-

ства конфигураций. После этого появятся дополнительные 8 (ЛГП будет невозможен для случая В1) и 6 (ПГП не будет реализовываться для случая С3) типов течения. Таким образом, сумма всех возможных конфигураций с $\Delta b > 0$ равна

$$\underbrace{10}_{A1} + \underbrace{9}_{A2} + \underbrace{11}_{B1 (Fr_+ > 1)} + \underbrace{8}_{B1 (Fr_+ = 1)} + \underbrace{24}_{B2} + \underbrace{9}_{B3} + \underbrace{11}_{C1} + \underbrace{22}_{C2} + \underbrace{9}_{C3 (Fr_+ > -1)} + \underbrace{6}_{C3 (Fr_+ = -1)} + \underbrace{3}_{C4} + \underbrace{6}_{C5} = 128.$$

2.2.7. Метод приближенного решения задачи

Метод основан на замене исходной задачи о распаде разрыва над скачком дна на физически близкую к ней (Рис. 2.2.8). Устойчивость метода и сходимость решения к точному (по размеру ячеек и шагу по времени) была проверена путем численного эксперимента на многочисленных примерах [Алексюк, Беликов, 2017a].

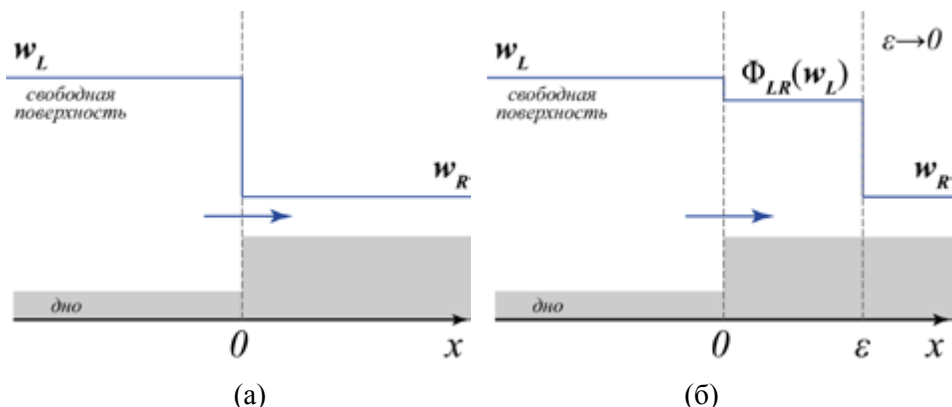


Рис. 2.2.8. Схематичное представление приближенного алгоритма расчета распадных значений над разрывным дном: исходная задача (а) заменяется на задачу (б) со смещением положения «встречи» двух потоков на ε

Введем вспомогательные обозначения: $w = \mathcal{R}(w_L, w_R)$ – значение при решении классической задачи Римана над горизонтальным дном (раздел 2.1); $w_{\pm} = Q_{\pm}(w_L)$ – решение задачи о распаде разрыва, когда справа дно сухое (раздел 2.2.3). Продемонстрируем идею метода на трех характерных ветвях алгоритма, опуская разбор деталей и вырожденных случаев.

Вариант 1. Течение справа от разрыва не влияет на течение слева, т.е. $u_R \geq 2c_R$. Тогда очевидно точное решение определяется по формулам $w_{\pm} = Q_{\pm}(w_L)$.

Вариант 2. Пусть через ступеньку есть поток и скорости на разрыве положительны (Рис. 2.2.8). Добавим малую промежуточную область длины ε справа от разрыва дна. Тогда исходная задача заменяется на задачу, в которой в промежуточной области значения параметров потока равны $\tilde{w}_L = \Phi_{LR}$

(w_L) (там, где Φ_{LR} не определена, $\tilde{w}_L = Q_+(w_L)$). Решим классическую задачу о распаде разрыва при $x = \varepsilon$ (с предраспадными значениями \tilde{w}_L и w_R) и будем считать, что полученное решение $w_+ = \mathcal{R}(\tilde{w}_L, w_R)$ слабо отличается от значения точного решения при $x = +0$ исходной задачи Римана над скачком дна. Тогда значение слева от разрыва дна находится из соотношения $w_- = \Phi_{RL}(w_+)$. Таким образом, решение можно записать в виде

$$w_+ = \mathcal{R}(\Phi_{LR}(w_L), w_R), w_- = \Phi_{RL}(w_+). \quad (2.2.14)$$

Вариант 3. Возможен вариант построения решения, когда промежуточная область длины ε добавляется слева от разрыва:

$$w_- = \mathcal{R}(w_L, \Phi_{RL}(w_R)), w_+ = \Phi_{LR}(w_-) \quad (2.2.15)$$

Этот вариант используется при стекании со ступеньки ($q < 0$) со сверхкритическими скоростями, при условии, что рассчитанная скорость слева не оказывается направленной в противоположную сторону и w_- принадлежит области определения Φ_{LR} .

Данный алгоритм удовлетворяет важному условию стремления w_- , w_+ к решению классической задачи о распаде разрыва при $\Delta b \rightarrow 0$. Кроме того, если есть точное стационарное (на скачке) решение, то оно будет сохраняться описанным алгоритмом.

2.3. Применение задачи Римана при численном решении уравнений мелкой воды

Алгоритмы численной дискретизации уравнений мелкой воды зачастую основываются на алгоритмах газовой динамики [Куликовский, Погорелов, Семенов, 2001; LeVeque, 2002], однако имеют и свои отличительные особенности, связанные в том числе с аппроксимацией рельефа дна. В середине 80-х годов одним из авторов монографии совместно с А.Ю. Семеновым был разработан алгоритм [Куликовский, Погорелов, Семенов, 2001], основанный на точном решении задачи о распаде произвольного гидродинамического разрыва (аналог схемы С.К. Годунова с модификацией Колгана для газодинамических уравнений), в котором дно считалось непрерывным, а отметки дна задавались в узлах расчетной неструктурированной сетки из треугольно-четырёхугольных ячеек. Продолжительный и обширный опыт эксплуатации основанных на этом методе программ БОР и STREAM 2D [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2001; Беликов, Кочетков, 2014] применительно к задачам гидравлики, гидрологии и гидротехники выявил ряд необходимых направлений их модернизации. Основными из них являются: повышение порядка аппроксимации по времени и пространству (до второго порядка) на треугольно-четырёхугольных сетках нерегулярной структуры с возможностью расчета движения фронта волны по сухому негоризонтальному дну; а также изменение способа задания поверхности, поскольку задание отметок дна в узлах расчет-

ной сетки не всегда удобно и приводит к ряду алгоритмических ограничений и усложнений. Можно сформулировать следующие требования к аппроксимации поверхности дна:

1) аппроксимация должна быть точной для кусочно-линейных (в том числе разрывных) функций;

2) аппроксимация должна быть однозначной на четырехугольных ячейках при произвольном рельефе дна.

Из требования 1) следует, что дно не может задаваться в узлах расчетной сетки и при этом являться непрерывной функцией, поскольку разрыв дна тогда будет аппроксимироваться неточно (сглаживаться), рельеф дна будет искажаться, а стремление локализовать разрыв путем уменьшения размера ячейки приведет к неоправданному уменьшению шага по времени и увеличению времени счета. Поэтому отметки дна удобнее задавать в центрах ячеек и доопределять на ячейке линейной функцией (наклонной плоскостью, проходящей через отметку в центре ячейки), чтобы удовлетворить требованиям 1) и 2).

Задание отметок дна в центрах ячеек и представление дна линейными функциями на ячейках с возможными разрывами на границах ячеек имеет еще одно важное преимущество. Во многих задачах речной гидравлики поверхность дна принимается изменяющейся во времени функцией (деформации речных русел, заилиние водохранилищ и т.п.), вид которой находится в процессе расчетов. Для этого система уравнений мелкой воды дополняется рядом уравнений типа переноса примеси и диффузии отметок дна [Aleksyuk et al., 2018]. При этом отметка дна в центре ячейки становится искомой функцией наряду с глубиной воды и вектором скорости, которые в рассматриваемой схеме конечных объемов также определяются в центрах ячеек.

Все перечисленные выше модификации были учтены в последующей версии программы STREAM 2D [Алексюк, Беликов, 2017б, 2017в] и описываются в настоящем разделе.

2.3.1. Метод Годунова

Перепишем двумерные уравнения мелкой воды (1.2.26) в векторном виде:

$$\begin{aligned} U_{,t} + F_{,x}^x + F_{,y}^y &= S \\ U &= (h, hu, hv)^T, \\ F^x &= (hu, hu^2 + \frac{1}{2}gh^2, huv)^T, \quad F^y = (hv, huv, hv^2 + \frac{1}{2}gh^2)^T, \\ S &= (0, -\rho g h b_{,x}, -\rho g h b_{,y})^T. \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Для простоты будем рассматривать случай без трения и диффузионных членов.

Дискретизация уравнений проводится методом конечных объемов. Представим область, в которой ищется решение, в виде объединения ячеек – треугольников и выпуклых четырехугольников (вопросы построения

расчетных сеток обсуждаются в п. 4.3). Рассмотрим процедуру пересчета на новый временной слой в одной ячейке – с координатами центра (x_0, y_0) , площадью σ , множествами номеров соседних ячеек E , длинами ребер e_k и внешними нормальными $\mathbf{n}_k = (n_k^x, n_k^y)^T$ к этим ребрам, здесь $k \in E$ – номер соседней ячейки. На временном слое n значения $b(\mathbf{x})$, $h^n(\mathbf{x})$, $u^n(\mathbf{x})$, $v^n(\mathbf{x})$ внутри ячейки определяются с помощью линейной реконструкции:

$$\begin{aligned} b(\mathbf{x}) &= b_0 + T_b^x(x - x_0) + T_b^y(y - y_0), \\ h^n(\mathbf{x}) &= h_0^n + (T_h^x)^n(x - x_0) + (T_h^y)^n(y - y_0), \\ u^n(\mathbf{x}) &= u_0^n + (T_u^x)^n(x - x_0) + (T_u^y)^n(y - y_0), \\ v^n(\mathbf{x}) &= v_0^n + (T_v^x)^n(x - x_0) + (T_v^y)^n(y - y_0), \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

индекс 0 указывает, что значение берется в центре ячейки. Наклоны $(T_*^x)^n$, $(T_*^y)^n$ находятся по значениям в соседних ячейках методом наименьших квадратов в сочетании со стандартными ограничителями $\varphi(r)$, позволяющими исключить нефизичные осцилляции в схеме повышенного порядка. Приведем три примера выражений для φ :

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{minmod}}(r) &= \max[0, \min(1, r)], \\ \varphi_{\text{superbee}}(r) &= \max[\min(1, 2r), \min(2, r)], \\ \varphi_{\text{MC}}(r) &= \max[0, \min(2r, 2, (1+r)/2)]. \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

Итоговое значение тангенса вычисляется по формуле $T = \hat{T} \min_{k \in \varphi} (T_k / \hat{T})$, где T_k – локальный тангенс, определяемый по значению функции в центре соседней ячейки; \hat{T} – тангенс, полученный методом наименьших квадратов. Значение вектора неизвестных в точке \mathbf{x} внутри ячейки, посчитанное по формулам (2.3.2), будем обозначать через $\mathbf{U}^n(\mathbf{x})$.

Пересчет на $(n + 1)$ -й шаг по времени проводится по схеме предиктор-корректор:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{U}}_0^{n+1} &= \mathbf{U}_0^n - \frac{\Delta t}{\sigma} \sum_{k \in E} e_k [\mathbf{F}^x(\mathbf{U}^n(\mathbf{x}_k))n_k^x + \mathbf{F}^y(\mathbf{U}^n(\mathbf{x}_k))n_k^y] + \Delta t \mathbf{S}(\mathbf{U}_0^n), \\ \mathbf{U}_0^{n+1/2} &= \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{U}}_0^{n+1} + \mathbf{U}_0^n), \\ \mathbf{U}_0^{n+1} &= \mathbf{U}_0^n - \frac{\Delta t}{\sigma} \sum_{k \in E} e_k [\mathbf{F}^x(\mathbf{U}_k^{n+1})n_k^x + \mathbf{F}^y(\mathbf{U}_k^{n+1})n_k^y] + \Delta t \tilde{\mathbf{S}}, \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

где \mathbf{x}_k – координаты точки середины ребра k . Вычисление значений вектора неизвестных $\mathbf{U}_k^{(n+1)}$ в серединах ребер \mathbf{x}_k для расчета потоков $\mathbf{F}^x(\mathbf{U}_k^{(n+1)})$, $\mathbf{F}^y(\mathbf{U}_k^{(n+1)})$ основано на алгоритме решения задачи о распаде разрыва, описанного выше. Предраспадные значения в точке \mathbf{x}_k вычислялись по формулам (2.3.2) со значениями в центрах $\mathbf{U}_0^{(n+1/2)}$. Заметим, что, если тангенсы тождественно равны нулю, шаг предиктора вырождается ($\mathbf{U}_0^{(n+1/2)} = \mathbf{U}_0^n$) и метод сводится к обычной схеме первого порядка.

2.3.2. Моделирование течений с участками сухого дна

При моделировании течений с областями обмеления на полусухих четырех- и треугольных ячейках расчетной области может возникать произвольное пересечение плоскостей, соответствующих поверхностям уровня и дна (при расчете с первым порядком точности таких трудностей не возникает – эти поверхности на ячейках параллельны). В этих случаях вычисление приращения уровня в центре ячейки по формуле (2.3.4), где оно равно приращению объема жидкости в ячейке, деленному на ее площадь, не будет корректным. Поэтому для удовлетворения законов сохранения необходимо проводить дополнительные вычисления, разделяя ячейки на сухие и затопленные части. Рассмотрим подход [Huang, Zhang, Pei, 2013; Liang, Borthwick, 2009; Song et al., 2011] для моделирования таких течений, для которого допускаются отрицательные глубины в центрах ячеек, точно выполняется закон сохранения массы и выполняется свойство сохранения стационарного решения с $u \equiv 0$ (сбалансированность схемы).

Если ячейка является полусухой (т.е. внутри нее одновременно существуют точки x_1 и x_2 с $z(x_1) < b(x_1)$ и $z(x_2) > b(x_2)$), то потоки импульса не учитываются, а для расчета потоков массы вводится взаимно-однозначное соответствие между уровнем z_0 в центре ячейки и объемом жидкости V в ней (V рассчитывается по известным потокам через границу). Для этого на полусухих ячейках наклоны уровня полагаются равными нулю ($(T_h^x)^n + T_b^x = 0$, $(T_h^y)^n + T_b^y = 0$), что также упрощает расчет объема жидкости в ячейке по известному уровню и обратно. Кроме того, наклоны уровня полагаются равными нулю, если z_0 становится меньше максимального значения $b(x)$, т.е. ячейка «принудительно» становится полусухой, что необходимо для однозначности восстановления z_0 по V .

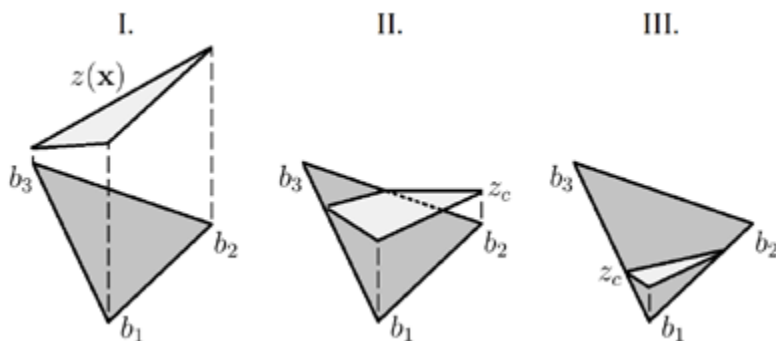


Рис. 2.3.1. Схематичное изображение взаимного расположения плоскостей $z(x)$ и $b(x)$ на треугольной ячейке: I. $b_3 \leq z_0$, II. $b_2 \leq z_0 < b_3$, III. $b_1 \leq z_0 < b_2$

Рассмотрим треугольную ячейку с площадью σ , отметками дна b_1, b_2, b_3 ($b_1 \leq b_2 \leq b_3$) в узлах и значениями уровня z_0 и дна b_0 в центре ячейки. Взаимно-однозначное соответствие между уровнем z_0 и объемом жидкости V при $V \geq 0$ и $z_0 \geq b_1$ обеспечивается строго возрастающей функцией.

$$V(z_0) = \begin{cases} \sigma(z_0 - b_0), & \text{при } b_3 \leq z_0, \\ \sigma(z_0 - b_0) + \frac{\sigma(b_3 - z_0)^3}{3(b_3 - b_1)(b_3 - b_2)}, & \text{при } b_2 \leq z_0 < b_3, \\ \frac{\sigma(z_0 - b_1)^3}{3(b_2 - b_1)(b_3 - b_1)}, & \text{при } b_1 \leq z_0 < b_2. \end{cases} \quad (2.3.5)$$

Это выражение точное и получается из рассмотрения трех ситуаций, изображенных на Рис. 2.3.1. В случае, когда ячейка четырехугольная, аналогичное выражение можно получить, если представить четырехугольник в виде объединения двух треугольников и применить формулу (2.3.5) для каждого из них. Алгоритм пересчета уровня на новый временной слой следующий:

1) рассчитываются распадные значения скорости и глубины на границах ячейки;

2) по ним из закона сохранения массы определяется изменение объема ΔV в ячейке;

3) по формуле (2.3.5) вычисляется объем жидкости в ячейке на предыдущем временном слое $V^n = V(z_0^n)$ (если ячейка четырехугольная, то $V^n = V^1(z_0^n) + V^2(z_0^n)$, где функции $V^1(z_0)$ и $V^2(z_0)$ – аналоги (2.3.5) на двух треугольниках, которые составляют четырехугольную ячейку);

4) объем на новом временном слое $V^{(n+1)} = V^n + \Delta V$;

5) уровень жидкости $z_0^{(n+1)}$ на новом временном слое находится из уравнения (2.3.5) $V(z_0^{(n+1)}) = V^{(n+1)}$ (если ячейка четырехугольная, то задача сводится к решению уравнения $V^1(z_0^{(n+1)}) + V^2(z_0^{(n+1)}) = V^{(n+1)}$), которое является кубическим при $z_0 < b_3$. Корень уравнения определяется однозначно.

Описанный алгоритм допускает ситуации, когда уровень z_0 меньше отметки дна b_0 в центре ячейки, поэтому глубина $h_0 = z_0 - b_0$ может быть отрицательной. Введение отрицательных глубин позволяет автоматически избежать нефизических потоков со стороны сухих ячеек, о которых говорится в [Huang, Zhang, Pei, 2013; Liang, Borthwick, 2009], без дополнительных действий.

В экспериментах движение вблизи фронта соответствует прерывным волнам [Букреев и др., 2004]. С другой стороны, в рамках уравнений мелкой воды движение по сухому дну происходит с примыкающей к фронту волной Римана, распространение волны с разрывом параметров на фронте не допускается, что может приводить, в частности, к ошибкам в определении скорости движения волны. Поэтому при решении задач, где предъявляются высокие требования к моделированию процессов движения жидкости по сухому дну, необходимо вносить изменения в используемую модель. Например, в работе [Остапенко, 2007] предлагается модификация уравнений мелкой воды, которая допускает распространение прерывных волн и хорошо согласуется с экспериментальными данными при подходящем выборе свободного параметра, определяемого из эксперимента.

Глава 3. ТЕСТИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМОВ

Тестирование алгоритмов выполняется на разных стадиях их разработки и применения. Первый этап – верификация – состоит в проверке того, что алгоритмы реализованы правильно, обладают определенными свойствами (например, не приводят к потере массы в системе, нефизичным осцилляциям, избыточной схемной вязкости, являются сбалансированными (well-balanced schemes) и т.п.), обеспечивают устойчивый счет и заложенный в схеме порядок аппроксимации. Если последние два условия выполнены, тогда можно надеяться, что численное решение будет сходиться к точному решению. Тем не менее, для обоснования независимости результатов от параметров схемы, следует проверять сходимость (в т. ч. при кратном сгущении сетки) в каждом отдельном случае. При верификации удобно использовать тестовые задачи, имеющие аналитические решения; расчеты, выполненные другими авторами и/или по другим алгоритмам, а также искусственные отладочные тесты типа «диагонального теста» со сменой координат x, y .

Табл. 3.1. Список тестовых задач

Название теста	Одномерный (1D), двумерный (2D)	Стационарный (C), нестационарный (H)	Теория (T), расчет (P), эксперимент (Э), наблюдения (Н)
Аналитические решения			
Распад разрыва над горизонтальным дном	1D	H	T
Распад цилиндрического разрыва	2D	H	T
Распад разрыва над скачком дна	1D	H	T
Течения с бугром на дне	1D	CH	T
Одномерное стекание жидкости с учетом трения	1D	C	T
Набегание волны на откос	1D	H	T
Косой гидравлический прыжок	2D	C	T
Данные экспериментов и расчетов			
Течение через треугольный водослив Крампа	1D	C	TЭ
Растекание потока по наклонной плоскости	2D	C	Э
Распространение волны прорыва в расширяющемся канале	2D	H	Э
Разрушение плотины с затоплением конусов на дне	2D	H	P
Обтекание вертикального цилиндра	2D	CH	P
Обтекание группы вертикальных цилиндров	2D	H	Э

Данные натурных наблюдений			
Нестационарные течения в нижнем бьефе Горьковской ГЭС (одномерная модель)	1D	Н	Н
Моделирование быстроразвивающихся дождевых паводков на горном водосборе (двумерная модель)	2D	Н	Н

На втором этапе – валидации – необходимо удостовериться, что используемая математическая модель адекватно описывает определенный класс физических задач. Проводится сопоставление расчетов с результатами специально поставленных физических (в нашем случае гидродинамических) экспериментов. Иногда производится сравнение с результатами численных экспериментов, использующих модели более высоких порядков, которые точнее описывают физику явления. И только затем математическая и численная модель используются для решения практических задач, при этом также проводится сопоставление с данными натурных наблюдений и выполняется калибровка модели.

В настоящем разделе в основном рассматриваются тесты для алгоритмов, описанных в главе 2. Таблица 3.1 содержит обсуждаемый набор одно- (1D) и двумерных (2D) стационарных (С) и нестационарных (Н) тестов, среди которых есть задачи с точными решениями (Т), данными экспериментов (Э) и наблюдений (Н), а также общепринятые тесты, которые численно решались различными авторами (Р). Многочисленные тесты также могут быть найдены в работах [Алексюк, Беликов, 2017a; Беликов, Семёнов, 1997a; Куликовский, Погорелов, Семенов, 2001; Delestre et al., 2013; LeVeque, 2002; Toro, 2001] и др. В последующих главах книги во многих разделах будет приведено сопоставление результатов моделирования с натурными данными.

3.1. Аналитические решения

3.1.1. Распад разрыва над горизонтальным дном

В разделе 2.1 была описана процедура построения точного решения для задачи о распаде разрыва над горизонтальным дном. Аналитических тестов такого рода можно построить бесконечное множество. Принципиальной является возможность алгоритма правильно описывать поведение скачков и волн разрежения, а также ситуаций с возникновением участков сухого дна. Ограничимся рассмотрением двух тестов, содержащих указанные особенности течения.

На Рис. 3.1.1а представлены расчеты одномерной задачи о распаде разрыва с начальными условиями $(h_L, u_L) = (10, 0)$ и $(h_R, u_R) = (1, 0)$. Задача является классическим тестом [Стокер, 1959] и имеет следующее аналитическое решение:

$$(h, u)(x, t) = \begin{cases} (h_L, 0), & x < D_1 t; \\ \left(\frac{1}{9g} \left[2\sqrt{gh_L} - \frac{x}{t} \right]^2, \frac{1}{3} \left[2\sqrt{gh_L} + 2\frac{x}{t} \right] \right), & D_1 t < x < D_2 t; \\ (h_1, u_1), & D_2 t < x < D_3 t; \\ (h_R, 0), & D_3 t < x. \end{cases} \quad (3.1.1)$$

Здесь $D_1 = -\sqrt{gh_L}$, $D_2 = u_1 - \sqrt{gh_1}$, $D_3 = u_1 h_1 / (h_1 - h_R)$, $h_1 = 3.9618$, $u_1 = g(h_1^2 - h_R^2) / \sqrt{2g(h_1 + h_R)h_1 h_R}$. Двумерный (осесимметричный) аналог этого теста рассматривается в разделе 3.1.2.

Численные результаты демонстрируют более высокую точность схемы второго порядка по сравнению со схемой первого порядка, особенно на участке волны разрежения. В частности, схема второго порядка устраняет небольшой излом в результатах по схеме первого порядка при $x = 0$. Обе схемы монотонны на фронте гидравлического прыжка и размазывают его всего на 2–3 ячейки.

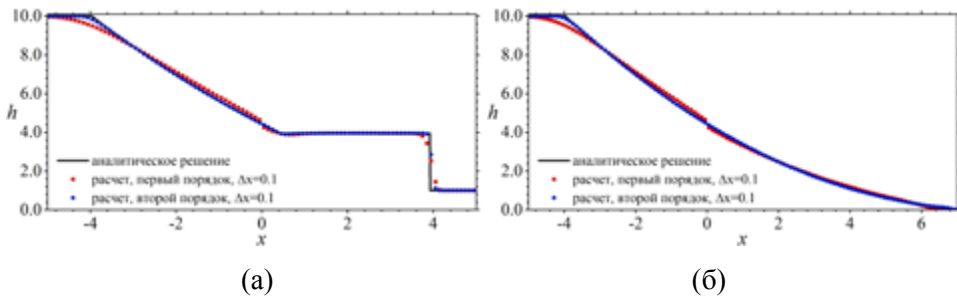


Рис. 3.1.1. Решение задачи о распаде начального разрыва: (а) – $(h_L, u_L) = (10, 0)$ и $(h_R, u_R) = (1, 0)$; (б) – $(h_L, u_L) = (10, 0)$ и $(h_R, u_R) = (0, 0)$. Изображена глубина при $t = 0,4$ с.

Для теста с сухим дном справа от начального разрыва (Рис. 3.1.1б) также наблюдается соответствие точному решению и аналогичные предыдущему тесту результаты моделирования волны разрежения. Аналитическое решение имеет вид

$$(h, u)(x, t) = \begin{cases} (h_L, 0), & x < D_1 t; \\ \left(\frac{1}{9g} \left[2\sqrt{gh_L} - \frac{x}{t} \right]^2, \frac{1}{3} \left[2\sqrt{gh_L} + 2\frac{x}{t} \right] \right), & D_1 t < x < D_2 t; \\ (0, 0), & D_2 t < x. \end{cases} \quad (3.1.2)$$

Здесь $D_1 = -\sqrt{gh_L}$, $D_2 = 2\sqrt{gh_L}$.

3.1.2. Распад цилиндрического разрыва

В двумерном случае стандартным тестом является задача о распаде цилиндрического разрыва [LeVeque, 2002; Toro, 2001]. Численное решение сравнивают с решением одномерных уравнений мелкой воды, записанных в цилиндрической системе координат.

$$\begin{cases} h_{,t} + (hu)_{,r} = -\frac{hu}{r}, \\ (hu)_{,t} + \left(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \right)_{,r} = -\frac{hu^2}{r}. \end{cases} \quad (3.1.3)$$

На Рис. 3.1.2 приведены результаты расчета для следующих условий [Amiri, Talebbeydokhti, Baghlani, 2012]: течение рассматривается в квадратной области со стороной 50 м, в центре которой расположены цилиндрический столб жидкости с глубиной 2 м и радиусом 1 м; вне этой области глубина жидкости – 0,5 м. Результаты хорошо согласуются с точным решением и, как и ранее, наблюдается явное преимущество схемы второго порядка, в т.ч. вблизи гидравлического прыжка.

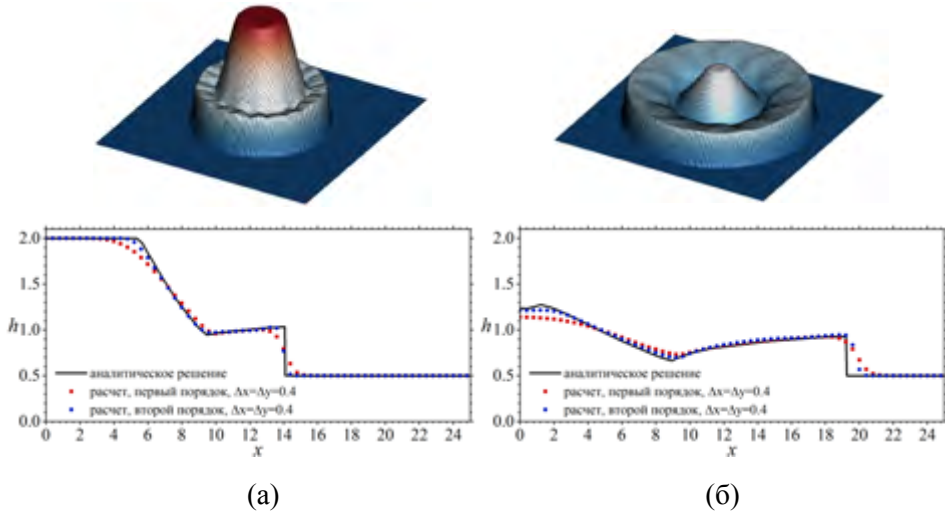


Рис. 3.1.2. Решение задачи о распаде начального цилиндрического разрыва:
(а) – $t = 1$ с; (б) – $t = 2,5$ с

3.1.3. Распад разрыва над скачком дна

Аналитические решения. Формулировка задачи представлена в разделе 2.2. Для всех 128 возможных типов конфигураций потока для задачи Римана с $\Delta b > 0$ (см. Рис. 2.2.7) описанный численный метод воспроизводит решение при $x = \pm 0$ с высокой точностью, поскольку он основан на точном решателе. В качестве демонстрации рассмотрим 8 тестовых задач из [Алексюк, Беликов, 2017а].

Тесты №1–4 имеют конфигурацию (Рис. 3.1.3): слева от разрыва дна [ЛГС или ЛВР], справа – [ПГС или ПВР]. Решение может быть записано в следующем виде.

$$(h, u)(x, t) = \begin{cases} (h_L^0, u_L^0), & x < D_1 t; \\ \left(\frac{1}{9g} \left[w_L^0 - \frac{x}{t} \right]^2, \frac{1}{3} \left[w_L^0 + 2 \frac{x}{t} \right] \right), & D_1 t < x < D_2 t; \\ (h_1, u_1), & D_2 t < x < 0; \\ (h_2, u_2), & 0 < x < D_3 t; \\ \left(\frac{1}{9g} \left[w_R^0 - \frac{x}{t} \right]^2, \frac{1}{3} \left[w_R^0 + 2 \frac{x}{t} \right] \right), & D_3 t < x < D_4 t; \\ (h_R^0, u_R^0), & D_4 t < x. \end{cases} \quad (3.1.4)$$

Тесты №5–8 имеют конфигурацию (Рис. 3.1.3): слева от разрыва дна [ЛГС или ЛВР] и [ПГС или ПВР], справа – постоянные значения. Решение может быть записано в следующем виде.

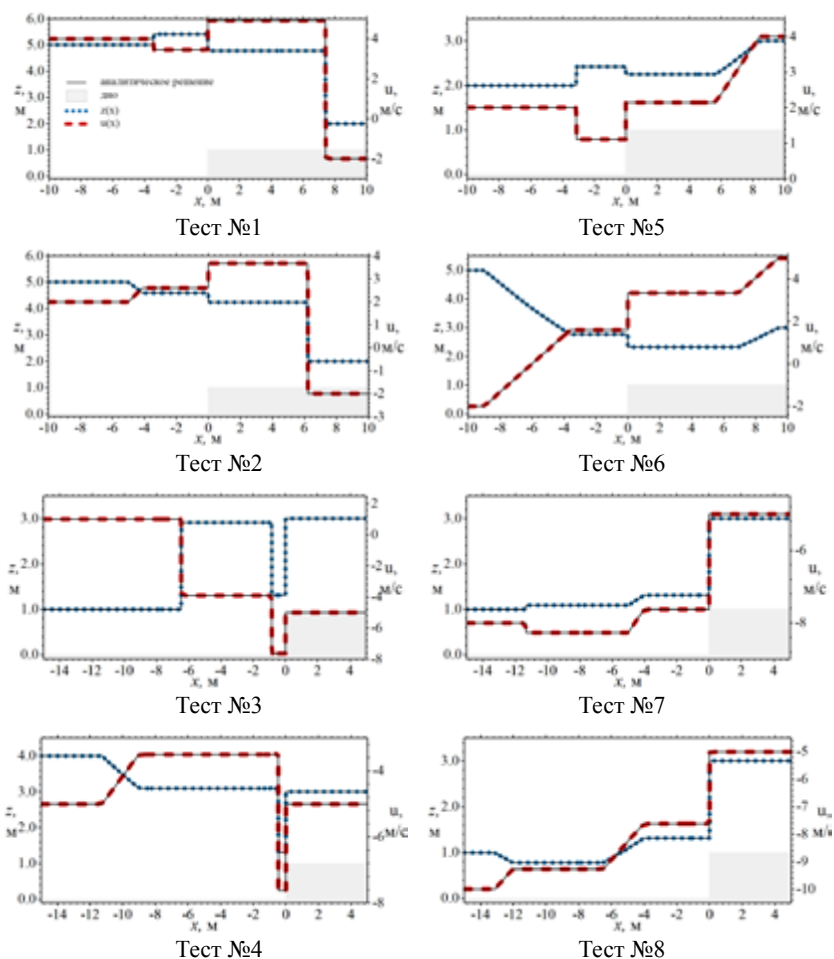


Рис. 3.1.3. Задача о распаде разрыва над скачком дна: сопоставление с точными решениями результатов расчета уровня $z(x)$ и скорости $u(x)$ при $\Delta x = 0,0075$

$$(h, u)(x, t) = \begin{cases} (h_L^0, u_L^0), & x < D_1 t; \\ \left(\frac{1}{9g} \left[w_L^0 - \frac{x}{t} \right]^2, \frac{1}{3} \left[w_L^0 + 2 \frac{x}{t} \right] \right), & D_1 t < x < D_2 t; \\ (h_1, u_1), & D_2 t < x < D_3 t; \\ \left(\frac{1}{9g} \left[w_2 - \frac{x}{t} \right]^2, \frac{1}{3} \left[w_2 + 2 \frac{x}{t} \right] \right), & D_3 t < x < D_4 t; \\ (h_2, u_2), & D_4 t < x < 0; \\ (h_R^0, u_R^0), & 0 < x. \end{cases} \quad (3.1.5)$$

В формулах (3.1.4), (3.1.5) $w_L^0 = u_L^0 + 2(gh_L^0)^{(1/2)}$, $w_R^0 = u_R^0 - 2(gh_R^0)^{(1/2)}$, $w_2 = u_2 - 2(gh_2)^{(1/2)}$. Если D_1 и D_2 (D_3 и D_4) совпадают, то при $x = D_1 t = D_2 t$ ($x = D_3 t = D_4 t$) возникает гидравлический скачок, иначе при $D_1 t < x < D_2 t$ ($D_3 t < x < D_4 t$) формируется волна Римана. Таблица 3.1.1 содержит параметры для формул (3.1.4), (3.1.5) с точностью до четырех знаков после запятой.

Табл. 3.1.1: Параметры тестовых задач №1–8. Перепад отметки дна $\Delta b = 1$ (параметры указаны в системе СИ)

№	(h_L, u_L)	(h_R, u_R)	(h_1, u_1)	(h_2, u_2)	D_1	D_2	D_3	D_4
1	(5, 4)	(1, -2)	(5,4106, 3,4359)	(3,7785, 4,9201)	-3,4335	-3,4335	7,4107	7,4107
2	(2, 4)	(2, 4)	(2,4220, 1,1069)	(1,2500, 2,1448)	-3,1252	-3,1252	5,6466	8,4294
3	(5, 4)	(1, -2)	(4,5835, 2,5961)	(3,2392, 3,6734)	-5,0036	-4,1095	6,2070	6,2070
4	(5, -2)	(2, 5)	(2,7602, 1,5999)	(1,3214, 3,3420)	-9,0036	-3,6037	6,9424	9,4294
5	(1, 1)	(2, -5)	(2,9095, -3,9022)	(1,3116, -7,6240)	-6,4695	-6,4695	-0,8470	-0,8470
6	(1, -8)	(2, -5)	(1,0870, -8,2671)	(1,3116, -7,6240)	-11,3359	-11,3359	-5,0015	-4,0369
7	(4, -5)	(2, -5)	(3,0994, -3,4998)	(1,3116, -7,6240)	-11,2642	-9,0138	-0,4738	-0,4738
8	(1, -10)	(2, -5)	(0,7797, -9,2670)	(1,3116, -7,6240)	-13,1321	-12,0326	-6,5014	-4,0369

На Рис. 3.1.3 представлены результаты сопоставления по тестам № 1–8 (схема второго порядка, шаг сетки $\Delta x = 0,0075$ м, $\tau = 1$ с). Результаты близки к точным решениям, причем погрешность, возникающая вблизи разрыва дна, значительно меньше погрешностей на волнах Римана и фронтах гидравлических скачков.

Единственность решения. Особый интерес представляют начальные условия, при которых одновременно существуют три решения, а также ситуации с формированием резонансной волны. Хорошим тестом с резонансной волной является транскритический режим течения через возвышение на дне в случае, когда моделирование проводится на грубой сетке (см. раздел 3.1.4).

Рассмотрим ситуацию, когда два из трех решений следует отбросить, на примере со следующими начальными условиями [LeFloch, Thanh, 2011]:

$$\begin{aligned} (h_L, u_L) &= (0,20, 5,00), x < 0, \\ (h_R, u_R) &= (0,76, 1,34), x > 0 \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

со скачком дна $\Delta b = 0,2$ при $x = 0$.

Три возможных решения показаны на Рис. 3.1.4 при $t = 0,1$. Мы обозначаем решения буквами «А», «В» и «С», расход при $x = 0$ для каждого решения – q_A , q_B и q_C ($q = u + c +^2/g$).

Будем непрерывно увеличивать h_R при фиксированных остальных параметрах. При некотором $h_R^* \in (0,9, 1)$ два из трех решений перестают существовать, поэтому при $h_R = 1$ есть только одно решение. На Рис. 3.1.5 показаны возможные решения при $h_R = 0,9; 1$, которые близки к предельному значению h_R^* . Расход при различных h_R равен:

$$\begin{aligned} h_R = 0,76: q_A = 0,86; q_B = 1; q_C = 1; \\ h_R = 0,90: q_A = 0,70; q_B = 1; q_C = 1; \\ h_R = 1,00: q_A = 0,58. \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

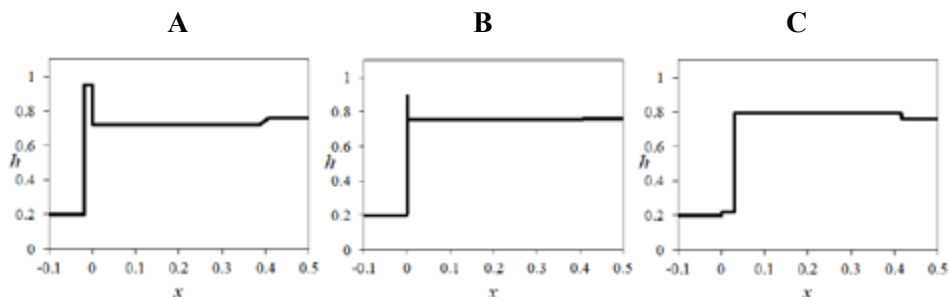


Рис. 3.1.4. Глубина жидкости для трех решений задачи о распаде разрыва с начальными условиями $(h_L, u_L) = (0,20, 5,00)$ и $(h_R, u_R) = (0,76, 1,34)$

Видно, что для двух из трех решений не выполнено Предположение 2.1 о непрерывной зависимости расхода при $x = 0$ от начальных условий. Поэтому следует рассматривать только решение А.

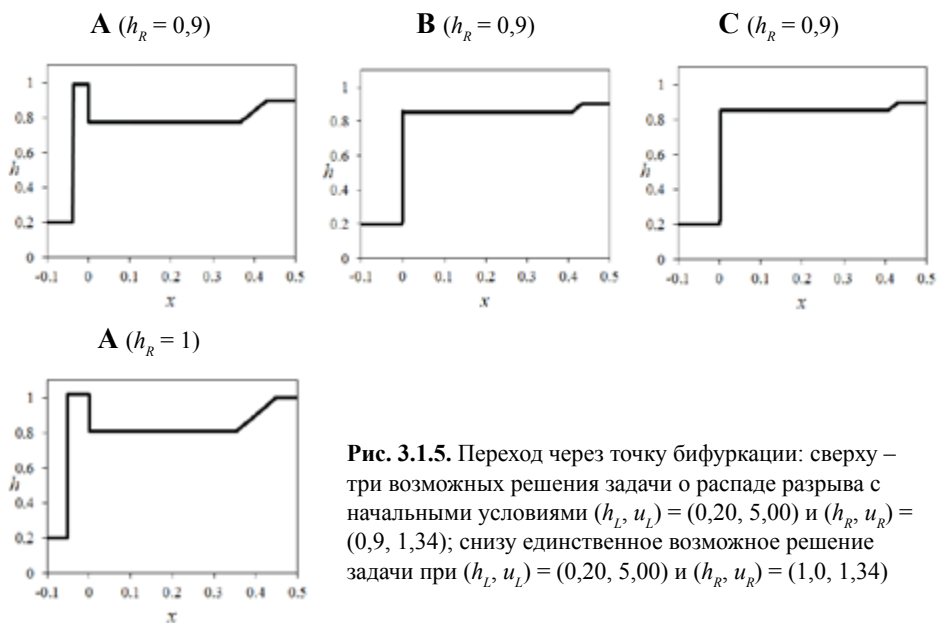


Рис. 3.1.5. Переход через точку бифуркации: сверху – три возможных решения задачи о распаде разрыва с начальными условиями $(h_L, u_L) = (0,20, 5,00)$ и $(h_R, u_R) = (0,9, 1,34)$; снизу единственное возможное решение задачи при $(h_L, u_L) = (0,20, 5,00)$ и $(h_R, u_R) = (1,0, 1,34)$

3.1.4. Течения с бугром на дне

Стационарное течение. Это распространенная одномерная тестовая задача, которая формулируется следующим образом [Goutal, Maurel, 1997]. Рельеф дна задается по формуле

$$b(x) = \begin{cases} 0.2 - 0.05(x - 10)^2, & 8 < x < 12, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Рассматривается область течения $0 < x < L = 25$ м и $g = 9,81$ м/с². Начальные условия: $u = 0$, $b + h = z_0 = \text{const}$.

При $x = 0$ расход равен $hu = q_{in}$, а при $x = 25$ м глубина $h = h_{out}$ (пока поток является докритическим, при сверхкритическом течении в условии нет необходимости). Рассматриваются следующие режимы:

- *Докритический режим* при $z_0 = 2$ м, $q_{in} = 4,42$ м²/с и $h_{out} = 2$ м. Точное решение $h = h(x)$ может быть найдено с помощью соотношения:

$$h^3 + \left(b - \frac{q_{in}^2}{2gh_{out}^2} - h_{out} \right) h^2 + \frac{q_{in}^2}{2g} = 0.$$

- *Транскритический режим без скачка* при $z_0 = 0,66$ м, $q_{in} = 1,53$ м²/с и $h_{out} = 0,66$ м. Точное решение $h = h(x)$ можно найти с помощью соотношения:

$$h^3 + \left[b - b_{\max} - \frac{3}{2} \left(\frac{q_{in}^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} \right] h^2 + \frac{q_{in}^2}{2g} = 0.$$

Здесь $b_{\max} = \max_{x \in (0, L)} b(x)$, в рассматриваемом случае $b_{\max} = 0,2$ м.

- *Транскритический режим со скачком* при $z_0 = 0,33$ м, $q_{in} = 0,18$ м²/с и $h_{out} = 0,33$ м. Точное решение $h = h(x)$ может быть найдено из системы уравнений:

$$\begin{cases} h^3 + \left[b_{\max} - \frac{3}{2} \left(\frac{q_{in}^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} \right] h^2 + \frac{q_{in}^2}{2g} = 0, & x < x_s, \\ h^3 + \left(b - \frac{q_{in}^2}{2gh_{out}^2} - h_{out} \right) h^2 + \frac{q_{in}^2}{2g} = 0, & x > x_s, \\ 2q_{in}^2(h_2 - h_1) - gh_1h_2(h_1 + h_2) = 0. \end{cases}$$

Здесь x_s – x -координата скачка, h_1 и h_2 глубина жидкости вверх и вниз по потоку от него.

На Рис. 3.1.6 приведены результаты моделирования на сетке с $\Delta x = 0,25$ м, а также на грубой сетке из трех ячеек. Значения в каждой ячейке на обеих сетках идеально соответствуют точному решению – во всех случаях различия в уровне воды составляют менее 0,02%. Это согласуется с тем, что схема основана на точном решателе задачи Римана с разрывным дном. Для подобных тестов точность схемы зависит главным образом от точности параметров решателя Римана (например, решателя кубических уравнений, метода Ньютона и т. д.). Можно заметить, что в третьем случае (Рис. 3.1.6с) численное решение соответствует резонансной волне в ячейке, содержащей скачок.

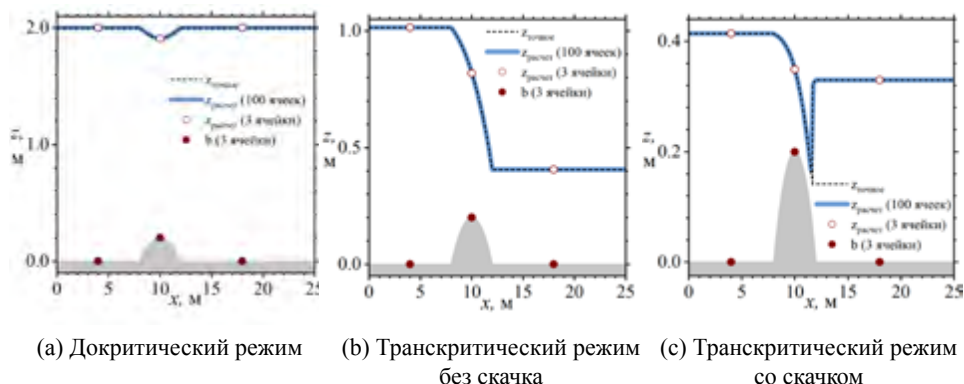


Рис. 3.1.6. Три случая стационарного течения над бугром: сравнение расчетов на 3 и 100 вычислительных ячейках с точным решением

Нестационарное течение. Для нестационарных течений метод также позволяет использовать грубые сетки, если размер ячейки достаточен для разрешения зависящих от времени изменений (например, размер ячейки меньше характерной длины бегущих волн). Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим транскритический режим без скачка из предыдущего раздела с зависящим от времени расходом:

$$q_{in} = q_0 \left(1 + a \sin \frac{2\pi t}{T} \right),$$

где $q_0 = 1,53 \text{ м}^2/\text{с}$, $a = 1$, $T = 5 \text{ с}$, 10 с , 15 с , 20 с ; начальные условия соответствуют стационарному решению при $q_{in} = q_0$ (Рис. 3.1.6b).

На Рис. 3.1.7 показано изменение со временем уровня свободной поверхности при $x = 10 \text{ м}$ для четырех периодов колебаний $T = 5 \text{ с}$, 10 с , 15 с , 20 с и для двух сеток с 100 и 3 ячейками. Как только период колебаний становится достаточно большим, даже для нестационарных течений новый метод на сетке из трех ячеек дает отличные результаты.

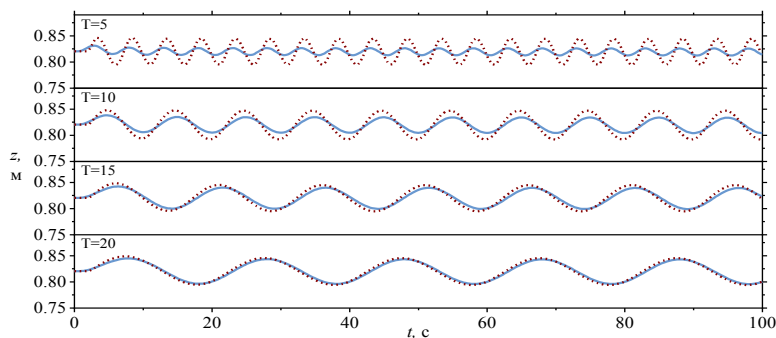


Рис. 3.1.7. Влияние периода колебаний потока на точность решателя с использованием грубой сетки для нестационарного течения над бугорком. Сплошные и пунктирные линии – вычисления свободной поверхности z при $x = 10 \text{ м}$ на 3 и 100 вычислительных ячейках соответственно

3.1.5. Одномерное стекание жидкости с учетом трения

Существует класс точных решений уравнений мелкой воды [MacDonald et al., 1997], которые позволяют протестировать баланс сил инерции, трения и скатывающей силы в численной схеме. Одномерные стационарные уравнения можно записать в виде

$$b_{,x} = - \left(\frac{q^2}{2gh^2} + h \right)_{,x} - n^2 h^{-\frac{10}{3}} q^2. \quad (3.1.8)$$

Точные решения строятся путем рассмотрения обратной задачи: по заданным $h(x)$ и постоянному расходу q необходимо определить $b(x)$, что делается интегрированием (в общем случае численным) соотношения (3.1.8):

$$b = b_0 + (h_0 - h) \left[1 - \frac{q^2(h + h_0)}{2gh^2 h_0^2} \right] - n^2 q^2 \int_0^x h^{-\frac{10}{3}} dx. \quad (3.1.9)$$

Здесь индексом '0' обозначены параметры при $x = 0$.

Рассмотрим два частных случая.

- *Течение с постоянной глубиной.* В этом случае дно задается линейной функцией $b(x) = b_0 - n^2 q^2 h_0^{-10/3} x$.

- *Течение с периодически изменяющейся глубиной.* Например, можно построить следующее точное решение уравнений (3.1.9):

$$h = \left(1 + 0.8 \sin \frac{\pi x}{5} \right)^{-3/10} \quad (3.1.10)$$

$$b = b_0 + (1 - h) \left[1 - \frac{q^2(h + 1)}{2gh^2} \right] - n^2 q^2 \left[x + \frac{4}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{5} \right) \right].$$

Результаты численного решения уравнений мелкой воды с граничными условиями, соответствующими второму случаю, приведены на Рис. 3.1.8 и хорошо согласуются с точным решением. Были выбраны следующие значения параметров: $q = 1$ м/с, $g = 9,81$ м/с², $n = 0,2$ с/м^{1/3} (коэффициент шероховатости выбран большим, чтобы усилить влияние трения в задаче). Расчеты получены на сетке с шагом $\Delta x = 0,1$ по схеме первого и второго порядка.

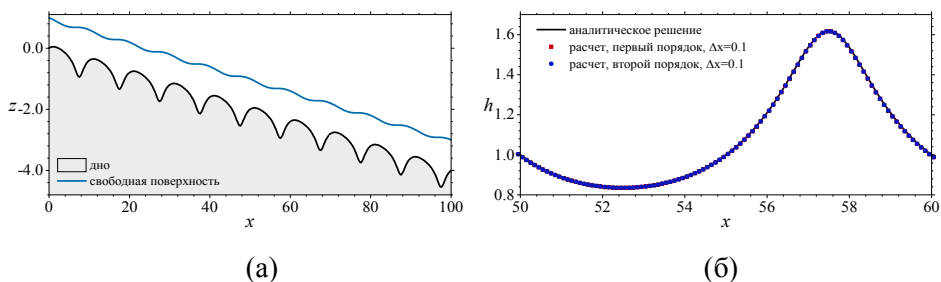


Рис. 3.1.8. Стационарное течение над периодическим дном с трением:
(а) – точное решение; (б) – сопоставление рассчитанной и теоретической глубины на одном периоде

Проверим скорость сходимости схемы второго порядка на этом тесте. Будем выбирать размер ячейки кратно двойке, т.е. $\Delta x_s = 100 \cdot 2^{-s}$, а отличие численного решения h^s на сетке с шагом Δx_s от точного решения $h(x)$ будем оценивать с помощью L_2 -нормы:

$$\varepsilon(s) = \|h - h^s\| \approx \Delta x_s \left(\sum_{i=0}^{2^s} |h(x_i) - h_i^s|^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.1.11)$$

На Рис. 3.1.9 приведен график $\log_2 \varepsilon(s)$ для схем первого и второго порядка – видно, что функция близка к линейной с наклонами $-1,25$ и $-2,12$, что соответствует ожидаемым порядкам сходимости. Схема второго порядка в 9 раз точнее при $s = 6$ и более, чем в 300 раз при $s = 12$.

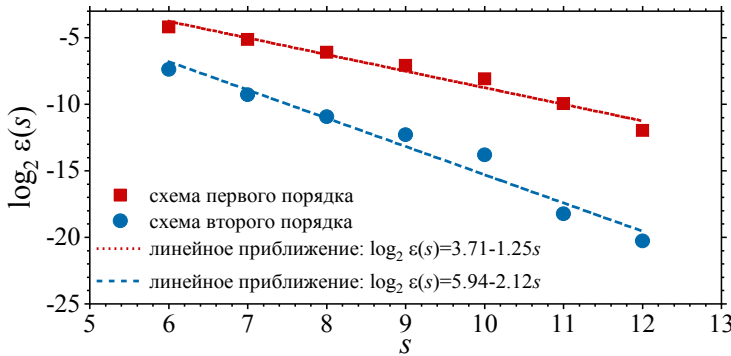


Рис. 3.1.9. Оценка скорости сходимости

3.1.6. Набегание волны на откос

Одномерная задача о периодическом натекании волны на берег с $b(x) = kx$ имеет точное решение [Carrier, Greenspan, 1958], которое можно записать в неявном виде

$$\begin{aligned} u(x, t) &= -\sqrt{Lgk}A \frac{J_1(\sigma)}{\sigma} \sin \lambda, \\ z(x, t) &= -\frac{u^2}{4g} + \frac{Lk}{4} AJ_0(\sigma) \cos \lambda, \\ \sigma^2 &= \frac{16(z - kx)}{Lk}, \lambda = \frac{2(gkt + u)}{\sqrt{Lgk}}, \end{aligned}$$

где J_0, J_1 – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка, L, k, A – параметры. Задача решалась на отрезке $[-100 \text{ м}, 10 \text{ м}]$ при $L = 20 \text{ м}$, $k = 1/30$ и $A = 0,6$. Граничные и начальные условия для расчета задавались на основе точного решения. Вычисления выполнены на сетке с шагом $\Delta x = 0,11 \text{ м}$.

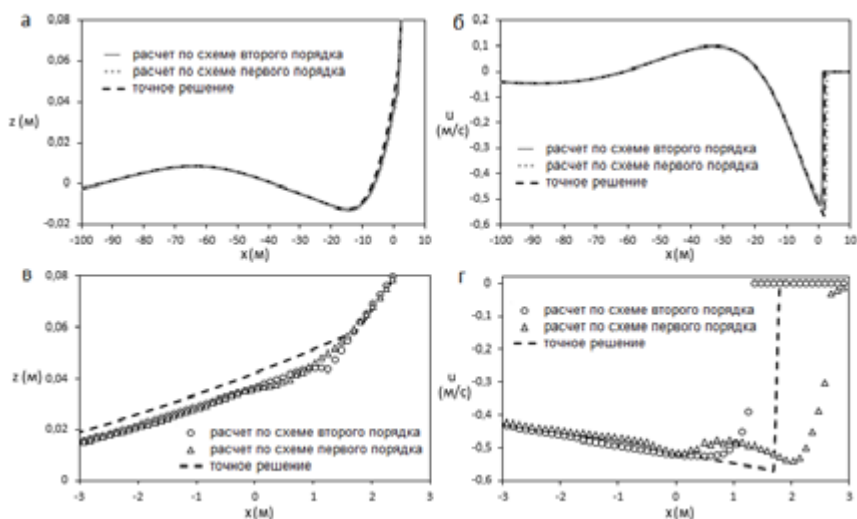


Рис. 3.1.10. Сопоставление расчетов периодического натекания волны на берег по схеме 1-го и 2-го порядка с точным решением [Carrier, Greenspan, 1958]: а, в – уровень $z(x)$; б, г – скорость $u(x)$ при $t = 5$ с

Сравнение расчетов по схемам первого и второго порядков аппроксимации с точным решением приведено на Рис. 3.1.10. По зависимостям $z(x)$ и $u(x)$ при $t = 5$ с видно, что результаты расчетов по схеме второго порядка более точные, но первый порядок дает также приемлемые результаты, несмотря на кусочно-постоянную аппроксимацию дна.

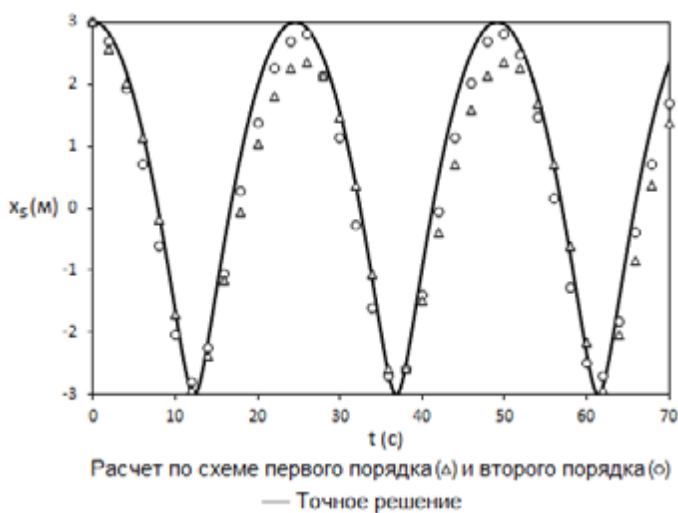


Рис. 3.1.11. Сопоставление зависимости координаты границы сухого дна x_s от времени t , посчитанной по схеме первого и второго порядка, с точным решением [Carrier, Greenspan, 1958]

Период, полученный в расчетах, также согласуется с теоретическим значением $T = \pi\sqrt{L/gk}$. Это видно на Рис. 3.1.11, где приведено сопоставление с точными данными [Carrier, Greenspan, 1958] для зависимости $x_s(t)$ – точки пересечения уровня и отметки дна ($z(x_s(t), t) = b(x_s(t))$). В расчетах эта точка определялась как минимум из координат центров полусухих ячеек (для схемы второго порядка) и как минимум из координат центров ячеек x_p , на которых выполнено соотношение $z(x_i) < b(x_{i+1})$ (для схемы первого порядка).

3.1.7. Косой гидравлический прыжок

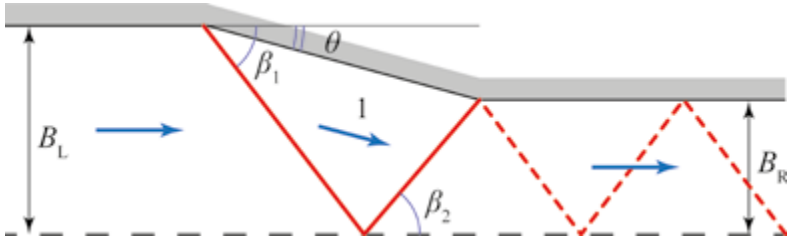


Рис. 3.1.12. Схема течения в сужающемся канале

Постановка задачи схематически изображена на Рис. 3.1.12. Поток воды в сужающемся симметричном быстротоке с числом Фруда $Fr_L > 1$ попадает из прямоугольного канала (лотка) с наклонным дном в область, где стенки сужаются под углом θ , обеспечивая уменьшение ширины потока. При этом от стенки сужения под углом β_1 отходит косой гидравлический прыжок, который отражается от оси симметрии потока, затем снова от стенок и т.д., образуя стационарную систему возвышенностей и впадин уровня свободной поверхности воды. Будем сравнивать с точным решением (с нулевым уклоном дна без трения) наклон косого гидравлического скачка, возникающего в точке излома, и скачка, отраженного от оси симметрии. Углы наклона скачков определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 \operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_1}, \quad \gamma_1 = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_L^2 \sin^2 \beta_1} \right), \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{1 - \gamma_2}{\gamma_2 \operatorname{ctg}(\beta_2 + \theta) + \operatorname{tg}(\beta_2 + \theta)}, \\ \gamma_2 &= \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2 \sin^2(\beta_2 + \theta)} \right), \\ \gamma_1 Fr_1^2 \cos^2(\beta_1 - \theta) &= Fr_L^2 \cos^2 \beta_1, \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

которые следуют из условий на косом скачке. Для того, чтобы второй скачок попадал на излом стенки, необходимо, чтобы

$$B_R = \frac{\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \beta_1}{\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \beta_2} B_L \quad (3.1.13)$$

Например, при $Fr_L = 3$, $\theta = 10^\circ$, $B_L = 1$ м имеем: $\beta_1 = 28,92^\circ$, $\beta_2 = 28,02^\circ$, $B_R = 0,511$ м. Численные расчеты по схеме второго порядка на четырехугольной сетке с $\Delta x = 0,01$ и 100 ячеек поперек канала дают погрешность в определении β_1 , β_2 менее 3%.

На Рис. 3.1.13 представлены результаты расчетов косого гидравлического прыжка по схемам 1-го и 2-го порядков на треугольной сетке. Видно, что схема 2-го порядка (внизу) лучше локализует гидравлические прыжки. Следует отметить, что в реальности гидравлические прыжки имеют конечную длину по нормали к линии разрыва, поэтому с точки зрения решения практических задач это не является существенным преимуществом.

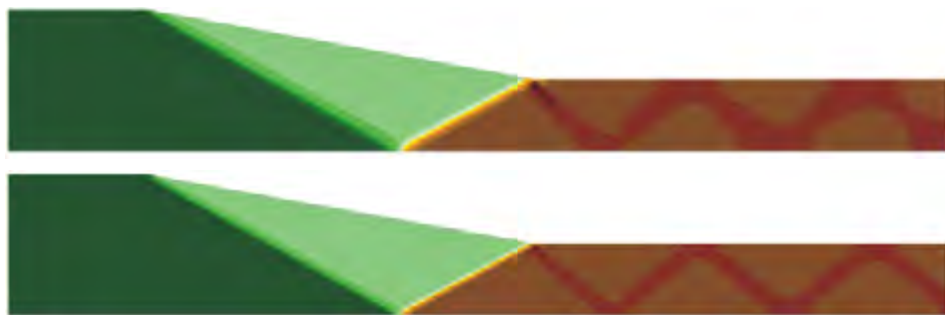


Рис. 3.1.13. Рассчитанные по схемам 1-го и 2-го порядка (верхний и нижний рисунок соответственно) глубины потока в системе косых гидравлических прыжков

На Рис. 3.1.14 приведены результаты расчета этой задачи в условиях эксперимента, проведенного во ВНИИ Транспортного строительства: угол наклона дна равен 0,1, коэффициент шероховатости $n = 0,014$ (материал – бетон), $Fr_L = 2,37$, $h_L = 30$ мм; геометрические характеристики быстрого течения составляли $\theta = 10^\circ$, $B_L = 0,52$ м, $B_R = 0,26$ м. Уровни, вычисленные в сечениях $x = \text{const}$, качественно согласуются с данными экспериментов.

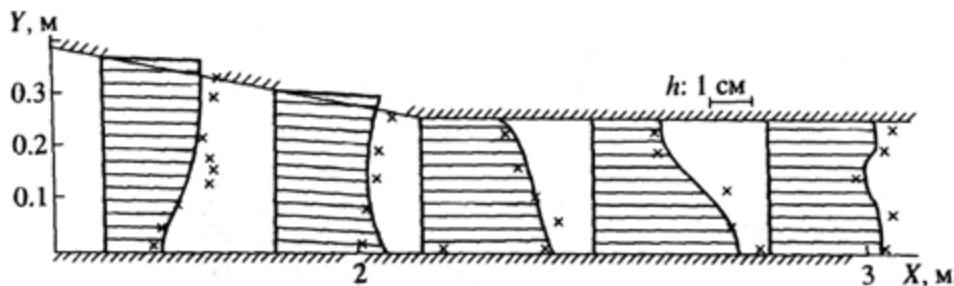


Рис. 3.1.14. Экспериментальные и рассчитанные уровни в различных сечениях. Маркерами отмечены экспериментальные данные

3.2. Данные экспериментов и расчетов

3.2.1. Течение через треугольный водослив Крампа

Переливы воды через плотину являются одной из наиболее частых причин аварий на гидротехнических сооружениях. В настоящее время для повышения точности расчета процессов перелива воды через гребень сооружения стараются использовать сетки с как можно более мелкими ячейками. Такой подход лимитируется производительностью вычислительной техники. Предлагается альтернативный метод повышения эффективности численного моделирования за счет применения решателя задачи Римана над разрывным дном, который позволят получать адекватные результаты на грубых сетках.

В качестве «модели плотины» рассмотрим водослив-водомер Крампа треугольного профиля и проведем сопоставление результатов численного моделирования с данным высокоточных измерений гидравлических характеристик потока [Зуйков, 2016]. В проведенных гидравлических экспериментах использовался водослив с высотой гребня – 0,07 м, шириной гребня – 0,311 м (по всей ширине лотка). Более подробно все параметры экспериментальной установки приведены в [Зуйков, 2016]. Коэффициент шероховатости дна и стенок лотка (стекло, нержавеющая сталь, ПВХ) – $0,009 \text{ с} \cdot \text{м}^{-1/3}$. В лоток подавался установленный расход воды, после стабилизации перелива проводились измерения (не менее 100) и рассчитывалось среднее значение. При помощи высокоточных датчиков уровня (точность измерений в диапазоне от 0 до 455 мм составляла 0,01 мм) проводились измерения глубины потока в установленных точках:

- в верхнем бьефе на расстоянии 0,44 м от гребня водослива – геометрический напор над дном лотка T ;
- на гребне водослива $h_{\text{гр}}$;
- в нижнем бьефе на расстоянии 0,49 м от гребня водослива – глубина потока в сжатом сечении h_c .

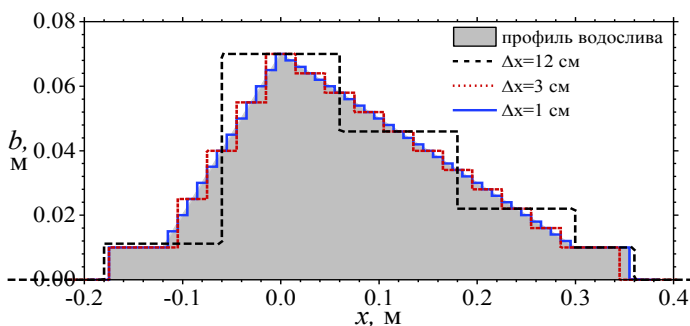


Рис. 3.2.1. Аппроксимация плотины-водослива сетками с ячейками различной крупности

Расчеты проводились на трех расчетных сетках с различной крупностью ячеек. Для самой мелкой сетки длина ячейки составляла 1 см, средней – 3 см, самой крупной – 12 см (Рис. 3.2.1). На входной границе задавался расход воды, соответствующий эксперименту, на выходной – условие водослива. Границы области моделирования задавались достаточно далеко от самого водослива-водомера, так чтобы они не влияли на точность расчета. Расчеты проводились до установления.

Таблица 3.2.1 содержит результаты расчетов на мелкой сетке и экспериментальные данные. Рассчитанная глубина на гребне водослива практически полностью совпадает с экспериментальными данными, погрешность не превышает 1,5%, при этом разница в глубинах в верхнем бьефе в среднем составляет 12%, в нижнем – 7%.

Табл. 3.2.1. Сопоставление экспериментальных и рассчитанных глубин в заданных точках

Q , м ³ /ч	Экспериментальные данные			Результаты расчета		
	T , м	$h_{гр}$, м	h_c , м	T , м	$h_{гр}$, м	h_c , м
5,23	0,08708	0,01372	0,00649	0,089454	0,013536	0,005007
10,11	0,09627	0,0211	0,00998	0,099985	0,020821	0,007929
15,04	0,10414	0,02722	0,0124	0,108845	0,027021	0,010777
19,95	0,11066	0,03291	0,01568	0,116644	0,032536	0,013521
25,18	0,1178	0,0383	0,0188	0,124192	0,037923	0,016357
29,87	0,12283	0,04251	0,02113	0,130469	0,04244	0,018835
35,00	0,12858	0,04736	0,02428	0,13692	0,047116	0,021483
39,98	0,13409	0,05167	0,0269	0,142847	0,051441	0,023999
44,95	0,13883	0,05565	0,02979	0,14848	0,055577	0,026458
50,17	0,14372	0,05987	0,03257	0,154146	0,05976	0,028995
54,86	0,14808	0,0633	0,03479	0,159046	0,063396	0,031236
60,12	0,15248	0,06722	0,03775	0,164351	0,067351	0,03371
64,97	0,15633	0,07086	0,0401	0,169084	0,070895	0,035956
69,92	0,16076	0,07449	0,0425	0,173777	0,074423	0,038218
75,17	0,16483	0,07776	0,04545	0,178617	0,078076	0,040585
80,17	0,16871	0,08123	0,04825	0,1831	0,081472	0,042808

85,15	0,17257	0,08426	0,05018	0,187464	0,084789	0,044999
90,15	0,17599	0,08747	0,05273	0,191744	0,088053	0,047172
95,11	0,17929	0,09079	0,05523	0,195897	0,09123	0,049303
100,30	0,183	0,09433	0,05757	0,200156	0,094497	0,051511
105,26	0,18653	0,09709	0,05998	0,204147	0,097567	0,0536
109,97	0,18953	0,10015	0,06204	0,207867	0,100436	0,055564
114,54	0,19299	0,10269	0,06424	0,21142	0,103182	0,057454

Результаты моделирования перелива воды через гребень водослива Крампа, выполненные для условий реальной и нулевой шероховатости, были сопоставлены с результатами расчета критической глубины (которая, согласно энергетическому принципу Б.А. Бахметева [Бахметев, 1934], должна устанавливаться на гребне водослива) по формуле

$$h_k = \left(\frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot B^2} \right)^{1/3}, \quad (3.2.1)$$

где α – коэффициент Кориолиса, в среднем равный 1,05; Q – пропускаемый расход воды, м³/с; g – ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с²; B – ширина гребня водослива, м.

Из Рис. 3.2.2 видно, что результаты моделирования с шероховатостью $n = 0,009$ значительно лучше соответствуют (3.2.1), чем расчеты с нулевой шероховатостью. Более того, результаты моделирования в 2 раза точнее, чем по формуле (3.2.1), среднеквадратическое отклонение составляет 0,06%.

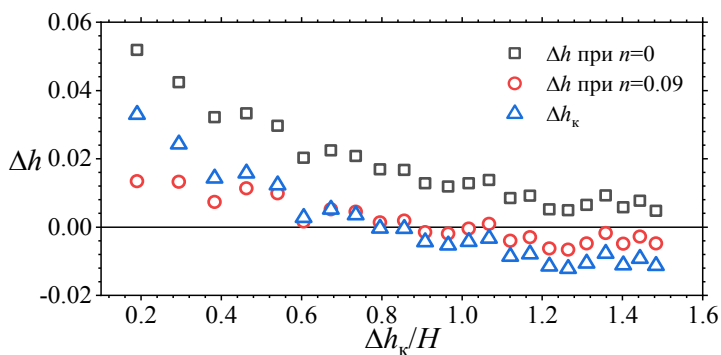


Рис. 3.2.2. Сопоставление расчетов глубины на гребне водослива по формуле (3.2.1) и по результатам моделирования с реальной ($n = 0,009$) и нулевой шероховатостью

$$\text{Здесь } \Delta h = (h_{\text{изм}} - h_{\text{рассч}}) / h_{\text{изм}}.$$

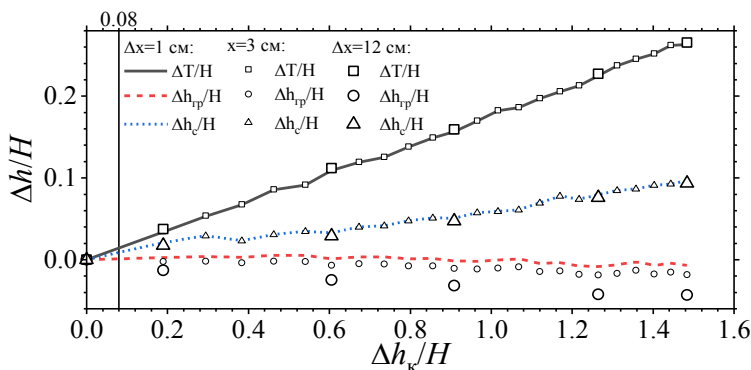


Рис. 3.2.3. Сравнение рассчитанных и измеренных глубин в различных точках водослива Крампа, нормированных по высоте гребня водослива

Сопоставление рассчитанных по программе и измеренных в лотке значений глубины потока в относительных величинах (все значения нормированы по высоте гребня водослива H) приведено на Рис. 3.2.3. По вертикальной оси отложены погрешности глубин (в верхнем и нижнем бьефах и над гребнем водослива), по горизонтальной оси – нормированная критическая глубина на водосливе, рассчитанная по формуле (3.2.1).

На Рис. 3.2.3 видно, что до относительной глубины 1,1 погрешность на гребне водослива не превышает 1%. Если полученные результаты перенести на схожую гидравлическую ситуацию, связанную с аварийным переливом воды через гребень плотины, например, как это произошло в 2002 г. с плотиной на реке Дюрсо под Новороссийском, то можно сделать следующее заключение. В реальной ситуации при высоте плотины 25 м глубина перелива через гребень не превышала 2 м, то есть относительная глубина была не более 0,08 (это соответствует вертикальной линии на Рис. 3.2.3). При таких значениях погрешность не превышает 1% на сетках с ячейками длиной в 1 и в 3 см. То есть даже на не самой подробной сетке программа дает результат с высокой точностью. Для крупной сетки погрешность составляет около 2%. Таким образом, для задач перелива воды через плотину с небольшой относительной глубиной на гребне можно использовать довольно грубые сетки, что значительно сокращает время расчетов. Следует также отметить, что численные результаты при $n = 0$ для разных сеток совпадают (см. задачу о течении над бугром в разделе 3.1.4), поэтому улучшение результатов на более подробных сетках связано с более точным учетом действия сил трения.

3.2.2. Растекание потока по наклонной плоскости

Рис. 3.2.4 иллюстрирует особенности стационарного растекания воды за трубой диаметром 0,1 м и углом раствора 20° . Поток вытекает через оголовок на бетонную плоскость с постоянным уклоном 0,05 и коэффициентом шероховатости $n = 0,014$. Постановка задачи соответствует экспериментам, выполненным в лаборатории мостовой гидравлики ВНИИ транспортно-

го строительства Г.Я. Волченковым и В.В. Беликовым в 1984 г. [Беликов, 1987]. С учетом симметрии задачи расчет проводился в прямоугольной области длиной 3,3 м и шириной 0,9 м. На Рис. 3.2.4 приведено сравнение экспериментальных значений эпюр скоростей и глубин потока с полученными в численных расчетах по схеме распада разрывов первого порядка точности. Сплошными линиями на Рис. 3.2.4 нанесены рассчитанные границы растекания потока, штриховыми линиями – границы растекания потока из эксперимента с оголовком (в расчетах не учитывался). Влияние оголовка сказалось лишь в непосредственной близости выхода из трубы. Следует подчеркнуть, что расчет этой задачи велся по сквозной методике без специального выделения границ областей, занятых водой.

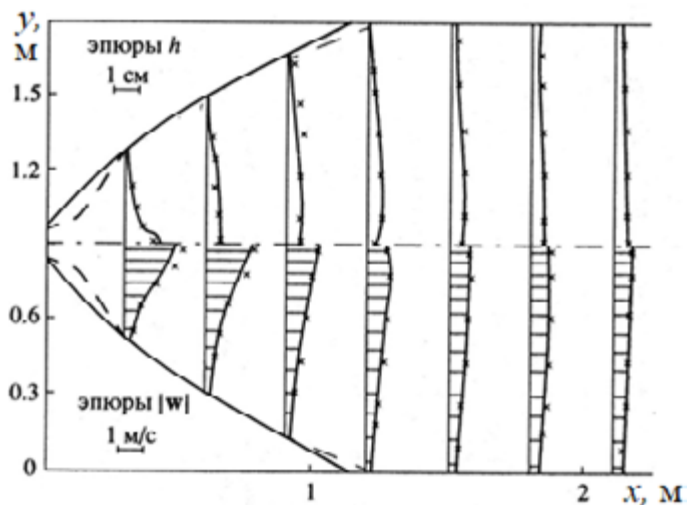


Рис. 3.2.4. Растекание потока по наклонной плоскости: скорость (слева) и глубина (справа). Маркерами отмечены экспериментальные данные

3.2.3. Распространение волны прорыва в расширяющемся канале

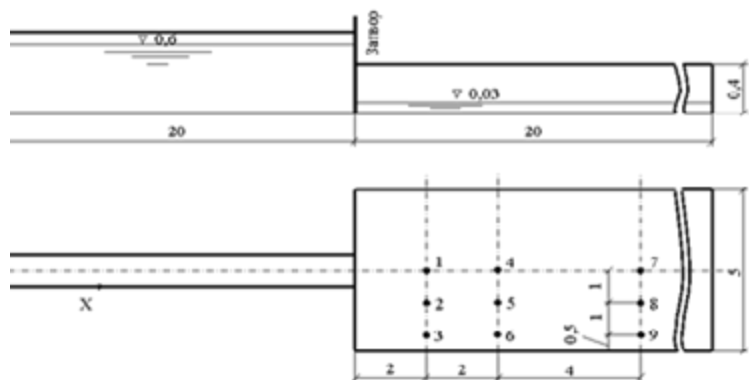


Рис. 3.2.5. Схема проведения опытов по изучению распространения волны прорыва в расширяющемся русле, положение контрольных точек. Размеры даны в метрах

Этот важный для понимания динамики распространения волны прорыва тестовый эксперимент был выполнен в 1970-х годах в Волгоградском филиале Научно-исследовательского сектора института Гидропроект им. С.Я. Жука. Материалы любезно предоставлены авторам профессором Б.Л. Историком. По схеме эксперимент соответствует случаю разрушения ворот нижней головы шлюза с изливом в отводящий канал. Длина экспериментальной установки составляла 40 м, ширина камеры шлюза 1 м, ширина отводящего канала 5 м (Рис. 3.2.5). В шлюзе начальная глубина воды составляла 0,6 м, в отводящем канале 3 см. В нижнем бьефе в девяти точках были установлены автоматические измерители уровня воды. В нулевой момент времени быстро вынималась задвижка, установленная в конце узкой части модели, и волна прорыва устремлялась в нижний бьеф (Рис. 3.2.6а). Эксперимент повторялся несколько раз, для того чтобы установить возможный диапазон разброса уровней в контрольных точках (на Рис. 3.2.7 эта область заштрихована).

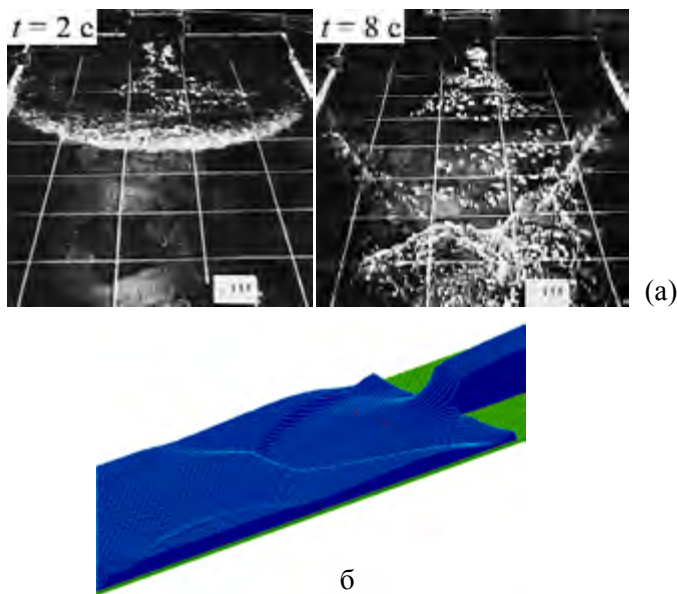


Рис. 3.2.6. Фотографии эксперимента через 2 с и 8 с после начала опыта (а) и результат расчета на момент времени 8 с (б)

Расчеты (Рис. 3.2.6б) выполнялись по схеме распада разрывов первого и второго порядка на квадратных сетках 10×10 см и 5×5 см с коэффициентом шероховатости по Маннингу $n = 0,012$, соответствующего гладкому лабораторному бетону. Сразу отметим, что сгущение сетки в рамках уравнений мелкой воды не привело к повышению точности результатов, поскольку длина гидравлического прыжка конечна, и дробление сетки до размеров существенно меньше длины прыжка не имеет физического смысла.

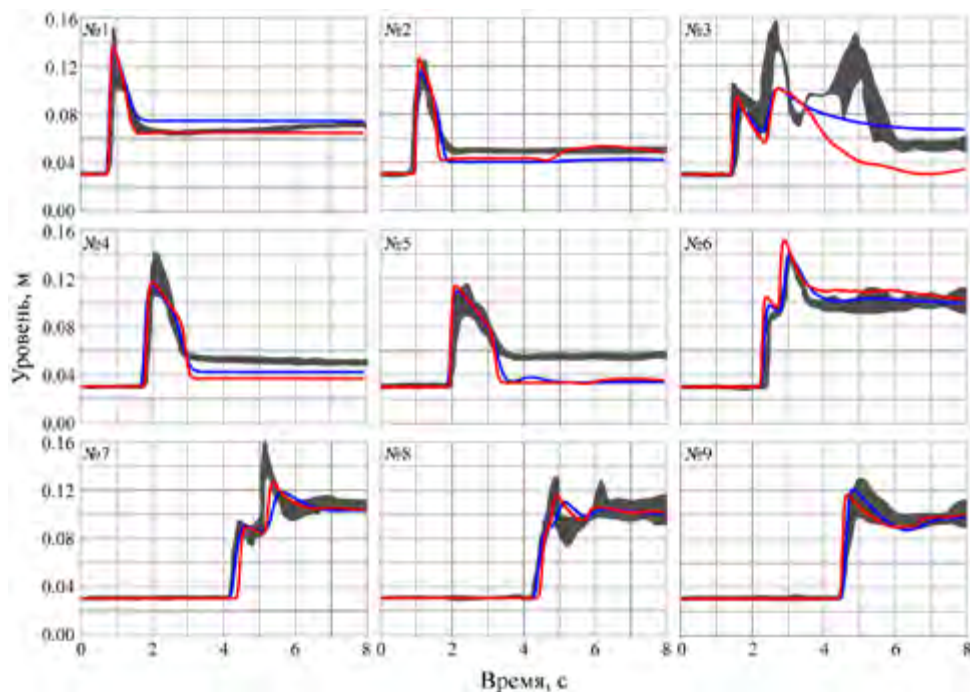


Рис. 3.2.7. Колебания водной поверхности в точках измерения №1–9

Анализ представленных графиков показывает, что во всех контрольных точках, кроме точки №3, совпадение расчетов и экспериментов хорошее. При этом нельзя отдать предпочтение схеме 1-го или 2-го порядка, в данном случае их точность относительно экспериментальных данных примерно одинакова. В точке №3, расположенной вблизи створа резкого расширения потока и вблизи стенки лотка, по измерениям за 8 с имеется 3 максимума уровня водной поверхности. Расчет по уравнениям мелкой воды хорошо показывает первый максимум, отслеживает второй (максимальный) с недобором по высоте и совсем не отражает третий. Следует отметить, что аналогичные расчеты были нами выполнены по программе FLOW 3D, которая учитывает трёхмерность течения. Во всех контрольных точках, кроме №3, результаты получились не лучше, чем представленные выше. В точке №3 по трёхмерной модели второй максимум получился немного выше, чем по модели мелкой воды, и слегка наметился третий. Таким образом, в точке №3, расположенной у стенки лотка, существенно проявляются сложные трёхмерные эффекты.

3.2.4. Разрушение плотины с затоплением конусов на дне

В настоящем разделе рассматривается тест с тремя буграми на дне [Kawahara, Umetsu, 1986] – двумерная задача с нестационарными участками обмеления. Задача решается в области 30×75 м с шагом сетки 0,3 м. Рельеф дна можно представить в виде:

$$b(x, y) = 3\psi(x - 47.5; y - 15; 10) \\ + \psi(x - 30; y - 5.25; 7.5) \\ + \psi(x - 30; y - 24.75; 7.5),$$

где $\psi(x; y; R) = \max(0, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} / R)$. Начальный уровень при $x_1 < 16$ м – $z = 1,875$ м, при $x_1 > 16$ м – $z = 0$ м.

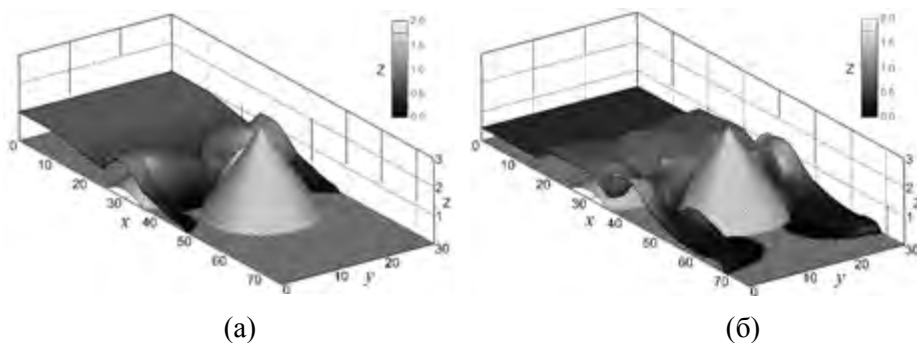


Рис. 3.2.8. Разрушение плотины над горизонтальным дном с последующим затоплением области с тремя буграми при $t = 6$ с (а), 12 с (б).

На Рис. 3.2.8а, б приведены картины течения для моментов времени 6 с, 12 с. Эти результаты хорошо согласуются с данными [Huang, Zhang, Pei, 2013; Liang, Borthwick, 2009; Song et al., 2011]. Получено, что к моменту времени $t = 300$ с течение установилось, а потери объема за все время счета составили $2 \cdot 10^{-4}$ м³, что эквивалентно слою жидкости на одной ячейке с глубиной приблизительно 2 мм – эти потери являются несущественными.

3.2.5.Обтекание вертикального цилиндра

Рассматривается задача обтекания вертикального цилиндра квадратного сечения при малых числах Рейнольдса и Фруда набегающего потока. Это позволяет провести аналогию (нестрогую) с задачей обтекания тела несжимаемой жидкостью (см. раздел 1.2.4), по которой накоплены обширные теоретические и экспериментальные данные, и протестировать алгоритмы численного решения уравнений вязкой мелкой воды.

На Рис. 3.2.9 представлены картины обтекания квадратного цилиндра при $Re = 30$ и $Re = 100$, полученные путем решения уравнений вязкой мелкой воды и уравнений Навье-Стокса, описывающих течения вязкого сжимаемого газа. Течения организованы так, что в первом случае глубина потока ($h \approx 1$) практически не меняется ($Fr = 0,1$ в набегающем потоке), а во втором – эффектами сжимаемости можно пренебречь (число Маха в набегающем потоке $M = 0,1$). Для того, чтобы при решении уравнений мелкой воды значительные изменения аналога давления ($0,5gh^2$) не приводили к существенным изменениям глубины h , ускорение свободного падения выбиралось большим ($g = 100$).

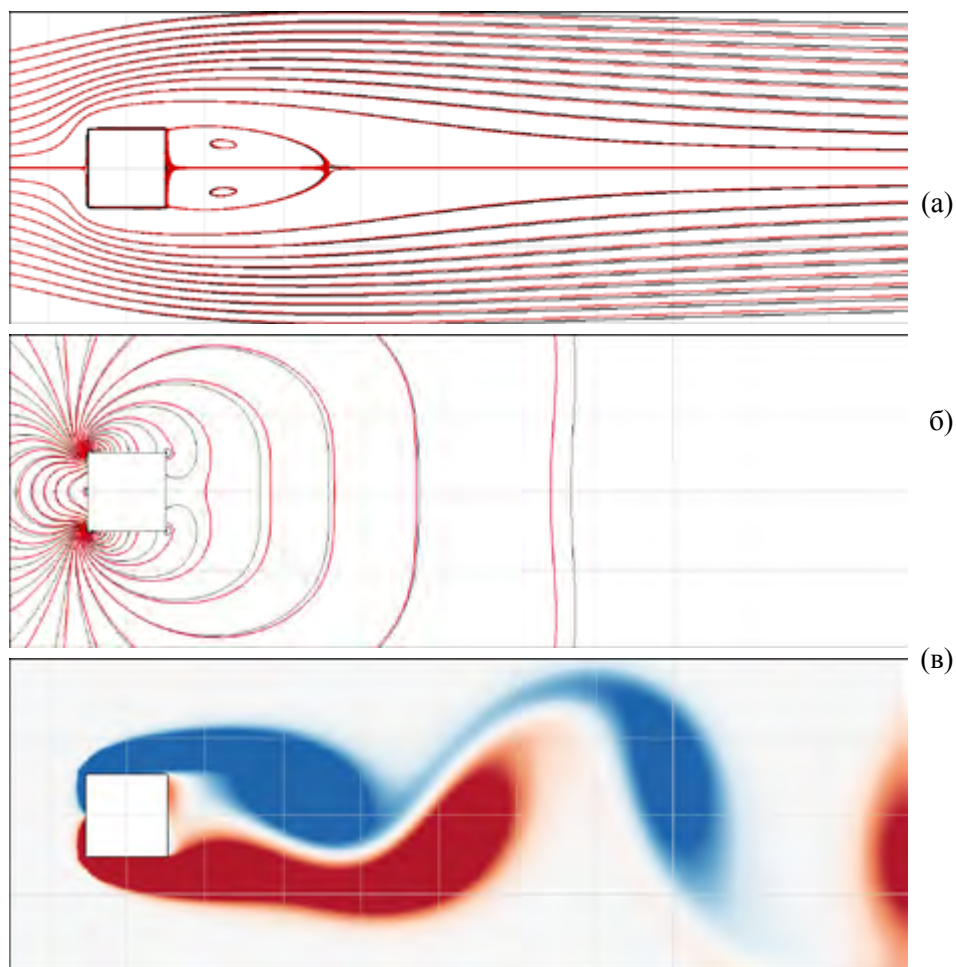


Рис. 3.2.9. Обтекание квадратного цилиндра при $Re = 30$ и 100 : (а), (б) – сопоставление линий тока и коэффициента давления C_p (черные и красные линии соответствуют решениям уравнений Навье-Стокса и вязкой мелкой воды соответственно) для стационарного режима течения при $Re = 30$; (в) – нестационарный режим течения при $Re = 100$ (изображены поля $\omega = u_{,y} - v_{,x}$), соответствующий решению уравнений вязкой мелкой воды

Численное решение уравнений Навье-Стокса проведено на основе стабилизированного метода конечных элементов на неструктурированных треугольных сетках. Более детальное описание использованного алгоритма и результаты его применения для моделирования задач обтекания тел можно найти, например, в [Aleksyuk, 2019; Aleksyuk, Osipov, 2018; Aleksyuk, Shkadov, 2018].

Представленные на Рис. 3.2.9 результаты расчетов согласуются между собой, а также с данными других авторов [Кулаго и др., 2004; Sohankar et

al., 1998; Yoon et al., 2010]. Число Струхали $St = 0,143$ при $Re = 100$ отличается менее, чем на 1% от значения, полученного в рамках уравнений Навье-Стокса.

3.2.6. Обтекание группы вертикальных цилиндров

Для исследования возможностей численного моделирования затопления селитебных территорий в Центре Гидравлических исследований АО «НИИЭС» в 2012–2014 гг. в инициативном порядке были выполнены экспериментальные исследования течений с учетом различной расстановки сооружений на затопляемом участке [Norin, Belikov, Aleksyuk, 2017]. Опыт проводился в гидравлическом лотке с рабочей длиной 7 м, шириной 1,39 м со стеклянными стенками и дном из гладкого бетона, который на участке расположения сооружений был заменён листом оргстекла (Рис. 3.2.10).

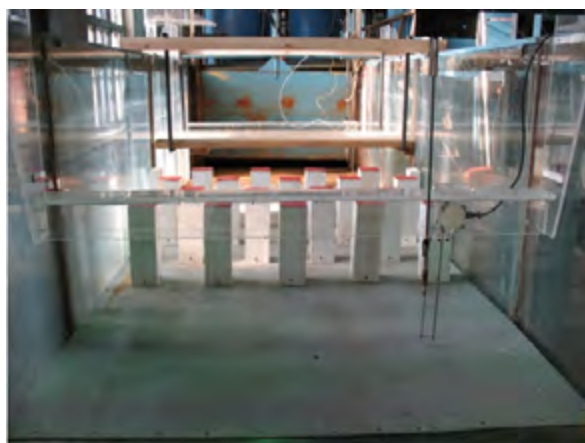


Рис. 3.2.10. Экспериментальный лоток, вид со стороны верхнего бьефа в сторону «застроенной» области

Для изучения сопротивления застроенной территории в лотке были расположены препятствия в виде параллелепипедов («домики»), расставленных в шахматном порядке в середине установки. Размер одного препятствия составлял 10×10 см, высота превышала максимальные глубины затопления. Расстояние от препятствия до препятствия в одном ряду составлял 18 см, расстояние между рядами – 17,8 см. Расположены они перпендикулярно оси лотка. «Домики» были выставлены в 4 ряда, на такой схеме были проведены опыты с различными расходами воды, затем был оставлен 1 ряд препятствий, на нем проведены повторные измерения, затем «домики» были повернуты на 45 градусов. В конце проводились контрольные измерения на лотке без препятствий.

Рассматривались несколько режимов течения: при расходе 10 л/с, 20 л/с и 40 л/с, а также прохождение волны прорыва.

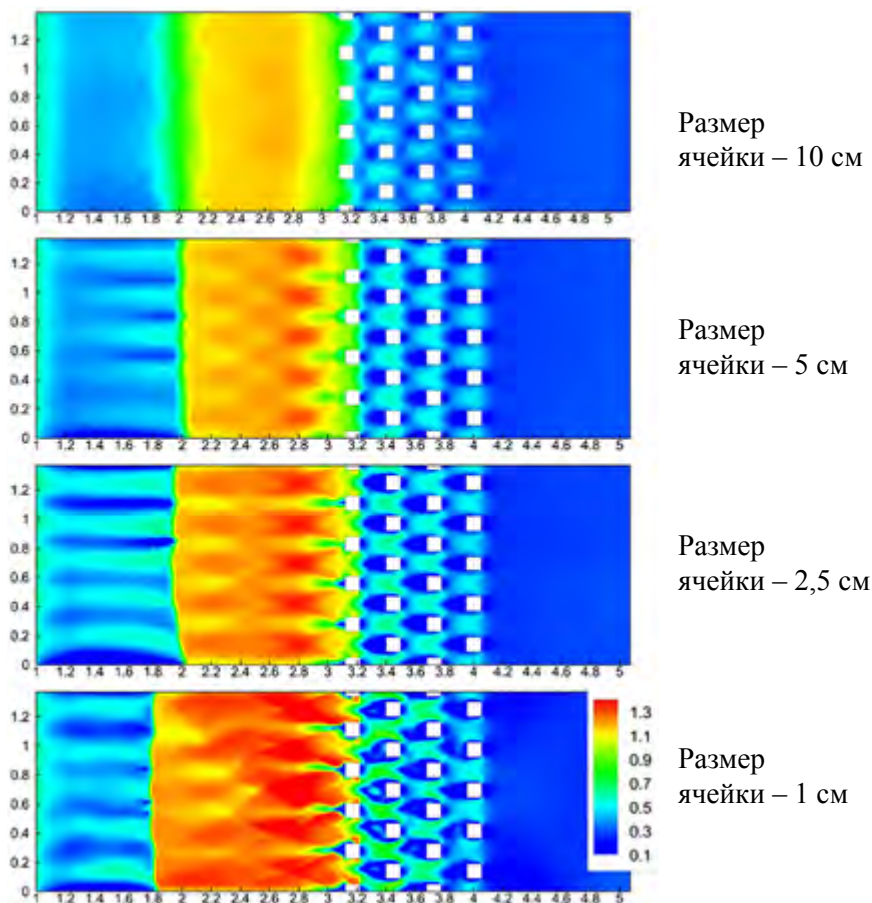


Рис. 3.2.11. Рассчитанные модули скоростей течения (м/с) при расходе 40 л/с и различной густоте сетки. Жидкость течет справа налево. Цифры по осям – координаты в метрах

Во время экспериментов проводились замеры уровня воды в двух фиксированных точках в верхнем и нижнем бьефах (выше и ниже «застроенного» участка). Замеры проводились с помощью пьезометра, после чего переводились в абсолютные отметки. Поскольку измерения уровня проводились непрерывно и с весьма большой частотой, это позволило также выявить пульсации уровня воды. В тех же поперечных створах, где были установлены пьезометры, проводились измерения скоростей потока при помощи вертушки. Измерения проводились на вертикалях через каждые 5 см по 3 замера в каждой точке, что, с учетом пульсаций, позволяет получить достаточно точный профиль скоростей. Учитывая относительно небольшие глубины в эксперименте (от 3 до 15 см), принималось, что изменение скорости течения по вертикали существенно меньше горизонтального, и им можно пренебречь. Фиксировалось также положение гидравлического прыжка в нижнем бьефе.

После обработки полученных результатов были проведены численные эксперименты, в которых моделировался режим течений в лотке при каждом наборе условий.

Одной из главных целей численных экспериментов было изучение влияния размера расчётной сетки на результаты. Были построены 4 варианта сетки: со сторонами ячеек около 10 см (сторона ячейки равняется ширине препятствия), 5 см (две ячейки на препятствие), 2,5 см (4 ячейки) и 1 см (10 ячеек на ширину препятствия). На каждом из вариантов сетки были проведены расчёты для расходов 10 л/с и 40 л/с. Поскольку априори было очевидно, что поле скоростей при подобном загромождении от 10 ячеек до 1 будет существенно отличаться, в основном анализировались две характеристики потока – уровни воды в верхнем и нижнем бьефах и положение гидравлического прыжка.

Как видно из представленных на Рис. 3.2.11 распределений скоростей течения для расхода 40 л/с, при наиболее грубой расчётной сетке – 1 ячейка на ширину препятствия – результаты весьма далеки от реальности, а гидравлический прыжок находится слишком близко к застроенной зоне и сильно размазан. Скорости течения между препятствиями повышаются, но несущественно. Однако уже при сгущении сетки до 2 ячеек на препятствие положение и форма прыжка ближе к экспериментальным данным, появляются застойные зоны за препятствиями и зоны повышенных скоростей между ними. Также слабо выделяются косые волны в нижнем бьефе, которые при дальнейшем сгущении сетки становятся намного более ярко выраженными. Положение гидравлического прыжка практически идеально моделируется на наиболее густой сетке (измеренное расстояние до него в эксперименте – 1,32 м от нижнего края застроенной зоны, что соответствует 1,8 м по продольной шкале на Рис. 3.2.11).

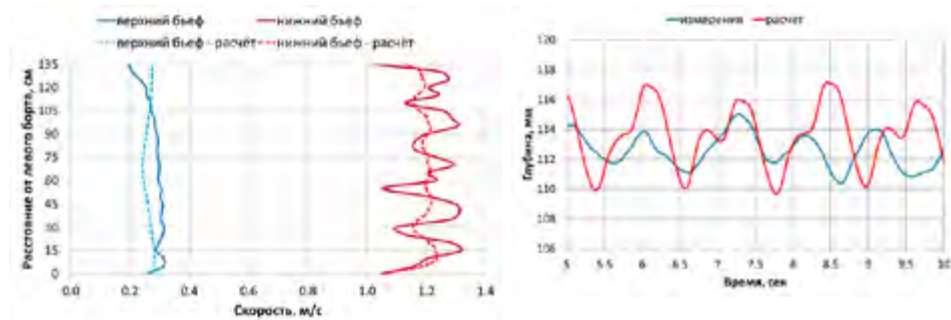


Рис. 3.2.12. Скорости в верхнем и нижнем бьефах при расходе 40 л/с в эксперименте и расчете на мелкой сетке (слева); колебания уровня воды в верхнем бьефе в эксперименте и в расчёте (справа)

Скорости течения в модели на густой сетке воспроизводятся адекватно, при загромождении сетки заметно сглаживаются экстремумы. На наиболее мелкой сетке точно совпадают средние скорости в сечении, однако амплитуда колебаний ниже, чем в эксперименте (Рис. 3.2.12).

За препятствиями и в эксперименте, и в расчётах формируются зоны циркуляции, пульсирующие во времени (Рис. 3.2.11, Рис. 3.2.13). Смещаясь то вправо, то влево относительно продольной оси лотка, с определенной периодичностью происходит отрыв вихря от угла препятствия, его смещение вниз по течению и разрушение. Особенно этот процесс заметен у препятствий, находящихся вдали от продольной оси лотка. Так же пульсируют и уровни водной поверхности (Рис. 3.2.12), причем измеренные и рассчитанные частоты оказались весьма близкими.

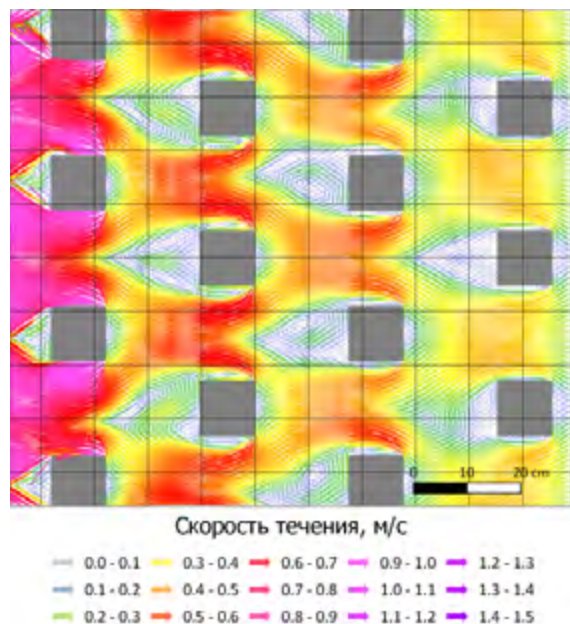


Рис. 3.2.13. Векторное поле скоростей (м/с)

В целом сходимость расчетов и экспериментов оказалась весьма удовлетворительной на «густых» сетках (10 ячеек на сторону квадратного цилиндра — «дома»), что демонстрирует возможность прямого численного моделирования течений по селитебным территориям на основе двумерных уравнений Сен-Венана.

3.3. Данные натуральных наблюдений

3.3.1. Нестационарные течения в нижнем бьефе Горьковской ГЭС (одномерная модель)

Работа выполнялась в 2003 г. по заказу ОАО «Гипроречтранс». Целью работы являлось определение уровенных режимов верхнего и нижнего бьефов проектируемого Нижегородского низконапорного гидроузла (ННГУ) при различных подпорных уровнях с учетом типового суточного регули-

рования расходов через Горьковскую ГЭС. Для этого была построена компьютерная гидравлическая модель участка р. Волга от Горьковской ГЭС до г. Сормово протяженностью 52 км в одномерной схематизации. Расчеты выполнялись по программе RIVER [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2002] с применением неявной конечно-разностной схемы (см. раздел 1.3.1 и Приложение А). Была проведена калибровка модели в нестационарном режиме и выполнены расчеты пропуска постоянных и переменных расходов в диапазоне от 500 м³/с до 5500 м³/с (среднесуточный навигационный расход обеспеченностью 1%) при изменении НПУ от 68,0 м до 69,0 м.

Исходными данными для выполнения калибровки являлись:

- электронная топографическая карта рассматриваемого участка М 1:200000, представленная на Рис. 3.3.1;
- абсолютные отметки дна реки, полученные эхолотированием с применением системы спутникового позиционирования;
- фактические часовые расходы воды через Горьковский г/у и соответствующие им часовые отметки водной поверхности на водомерном посту Городец за июль 2003 г.

При построении компьютерной модели участка реки производилось формирование единого цифрового рельефа русла и поймы. Электронная топографическая карта М 1:200 000 совмещалась с промерами эхолотом и дополнялась топографической основой с карт М 1:10 000 и М 1:25 000. Затем формировался соответствующий единый файл рельефа в виде набора точек в декартовых координатах x , y , z . После этого отметки рельефа интерполировались на вертикали поперечников. По всей длине расчетного участка были построены 44 поперечника на расстоянии около 1 км друг от друга с шагом между вертикалями на поперечнике 20 м.



Рис. 3.3.1. Электронная топографическая карта бассейна р. Волга на участке Городец-Сормово с нанесенными поперечниками

Для калибровки модели использовались имеющиеся гидрологические данные по расходам и уровням воды на водомерных постах Городец, Балахна, Сормово в летние месяцы 2002 и 2003 годов. Анализ соответствующих данных показал, что в течение месяца типовые суточные попуски в н/б Горьковского г/у имеют три характерных пика с различными значениями максимальных и среднесуточных расходов, которые периодически повторяются. Исходя из этого, для калибровки модели и проведения систематических расчетов был выбран характерный период времени, равный 10 суткам, в течение которого наблюдался весь диапазон изменения расходов (Рис. 3.3.2). Это позволило провести калибровку при переменных расходах воды от $500 \text{ м}^3/\text{с}$ до $2900 \text{ м}^3/\text{с}$, значения которых задавались на входной границе расчетной области течения (в створе Горьковской ГЭС). На выходной границе расчетной области, расположенной в 2 км ниже в/п Сормово, уровни принимались по кривой связи расходов и уровней воды. Графики изменения уровней водной поверхности в зависимости от времени для калибровочных расчетов приведены на Рис. 3.3.3, причем на этом рисунке даны и фактические измерения уровней на водпосту Городец. Сопоставление измеренных и рассчитанных значений дало хорошие результаты, особенно по максимальным пиковым значениям уровней воды. При этом коэффициент шероховатости в формуле Маннинга принимался равным $n = 0,0245$, который одинаков на всех поперечниках и не зависит от уровня воды.

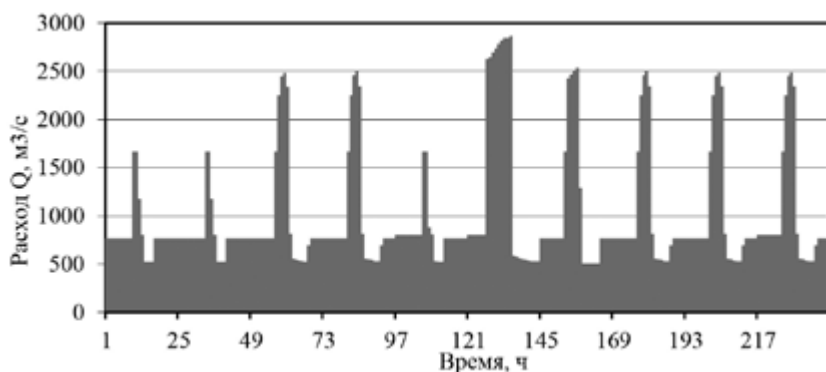


Рис. 3.3.2. График часовых расходов через Горьковскую ГЭС с 20.07.03 по 31.07.03

При анализе графика Рис. 3.3.3 было обращено внимание на характерное расхождение с натурными данными в области малых расходов в ночные часы. Для контроля на той же системе поперечников были выполнены расчеты по программе Датского гидрологического института MIKE 11. Результаты полностью совпали с нашими расчетами. Поэтому причина такого расхождения осталась не до конца понятной. Возможно, ночью измерения проводились нерегулярно.

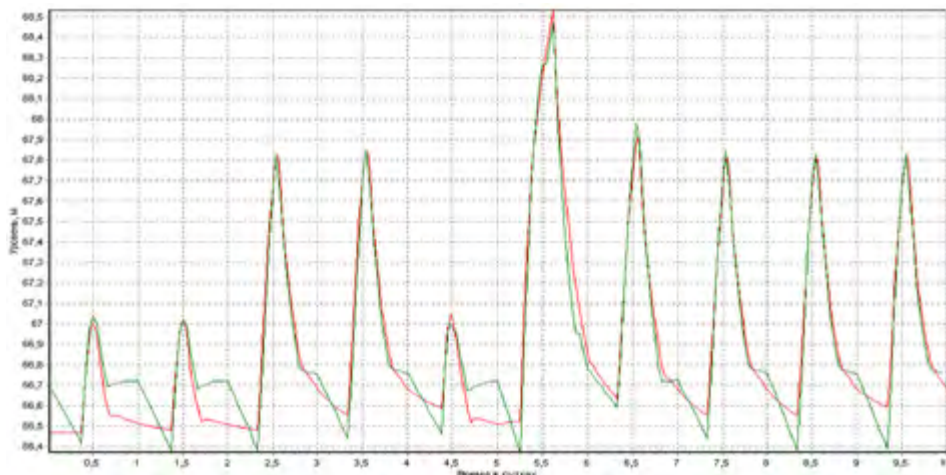


Рис. 3.3.3. Сопоставление измеренных (зеленая линия) и расчетных (красная линия) уровней на водомерном посту Городец

3.3.2. Моделирование быстроразвивающихся дождевых паводков на горном водосборе (двумерная модель)

Объектом исследования является водосбор реки Западный Дагомыс, площадь которого составляет 49,0 км². Максимальная высота на водоразделе составляет 935 м (г. Максимовка).

Исходными данными для моделирования являлись:

- данные о высотных отметках HydroSHEDS – скорректированные растры радарной топографической съемки SRTM с разрешением 3 угловых секунды;
- часовой ход осадков по данным с автоматической метеостанции Солох-аул (37092) за период 25–26.06.2015 и 23–25.10.2018;
- данные по уровням воды с гидропостов (ГП р. Западный Дагомыс – п. Дагомыс, АГК-159, АГК-186).

Расчеты проводились с использованием модели геоморфологического мгновенного единичного гидрографа KW-GIUH [Lee, Yen, 1997; Ли и др., 2009], основанной на уравнении кинематической волны; и программного комплекса STREAM 2D CUDA [Алексюк, Беликов, 2017в], основанного на численном решении уравнений мелкой воды в двумерной (плановой) постановке (см. п. 2.3).

ЦМР водосбора была построена на основе матрицы высот HydroSHEDS (Hydrological data and maps based on SHuttle Elevation Derivatives at multiple Scales), которая, в свою очередь, является гидрографическим продуктом совместного проекта WWF и USGS на основе данных SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) с пространственным разрешением 3 угловых секунды. Речная сеть была построена с использованием инструментов программного

комплекса ArcGIS пакета Spatial Analyst – Hydrology. Для модели STREAM 2D CUDA дополнительно проводилась коррекция рельефа путем понижения отметок на 2 м в руслах рек.

Численная модель STREAM 2D CUDA строилась на всем водосборе р. Западный Дагомыс, включая участок реки после слияния с р. Восточный Дагомыс и прибрежный (до 250 м) участок Черного моря, что диктовалось выбором простого граничного условия на выходной границе модели – уровня моря. Вычисления проводились на гибридной треугольно-четырёхугольной сетке, адаптированной под плановые очертания речной сети. Вдоль русел рек использовалась четырёхугольная сетка в одну ячейку поперек русла, остальная область покрывалась треугольной сеткой. Задавались две расчетные границы: 1 – выходная в Черном море; 2 – контрольная в створе гидропоста р. Западный Дагомыс – Дагомыс. Контрольные точки задавались для трех гидропостов: р. Западный Дагомыс – ГП Дагомыс, АГК-159, АГК-186 (Рис. 3.3.4).

Результаты моделирования паводков 25–26 июля 2015 г. и 23–25 октября 2018 г. На первом этапе исследований на модели STREAM 2D CUDA проводились расчеты по подбору оптимальных значений коэффициентов шероховатости русла и склонов водосбора р. Западный Дагомыс. Аналогичные расчеты проводились на модели KW-GIUN. Наилучшее совпадение расчетных и измеренных гидрографов у обеих моделей было получено при $n_{\text{рус}} = 0,03$ и $n_{\text{пойм}} = 0,1$ (Рис. 3.3.5).

На втором этапе исследований при принятых значениях коэффициентов шероховатости проводилось сопоставление моделей STREAM 2D CUDA и KW-GIUN для паводков июня 2015 и октября 2018 года (Рис. 3.3.6).

При моделировании дождевого паводка 25 июня 2015 г. (Рис. 3.3.6а) обе модели STREAM 2D CUDA и KW-GIUN показали близкие пиковые значения расходов воды к максимальному по наблюдениям ($366 \text{ м}^3/\text{с}$), а именно $355 \text{ м}^3/\text{с}$ и $327 \text{ м}^3/\text{с}$ соответственно. Можно отметить некоторое отставание у модельных расчетов по времени прохождения пика (на полтора часа и час соответственно) относительно фактического. Начало подъема паводка модель STREAM 2D CUDA показывает с чуть большей задержкой, чем KW-GIUN. Ветвь спада модели описывают схожим образом, быстро срабатывая русловые запасы воды в нижней части графика, тогда как в реальности сток уменьшается не столь интенсивно за счет увеличения запасов воды в бассейновой емкости.

Паводок 24–25 октября (Рис. 3.3.6б) имел на р. Западный Дагомыс 5 пиков вслед за ходом осадков. Первая волна паводка была сильно завышена обеими моделями по сравнению с натурными данными. Эти расхождения обусловлены неучетом в расчетах инфильтрации, поскольку в начале паводка недонасыщенный влагой грунт интенсивно впитывает осадки, чем замедляет продвижение паводковой волны и её интенсивность.

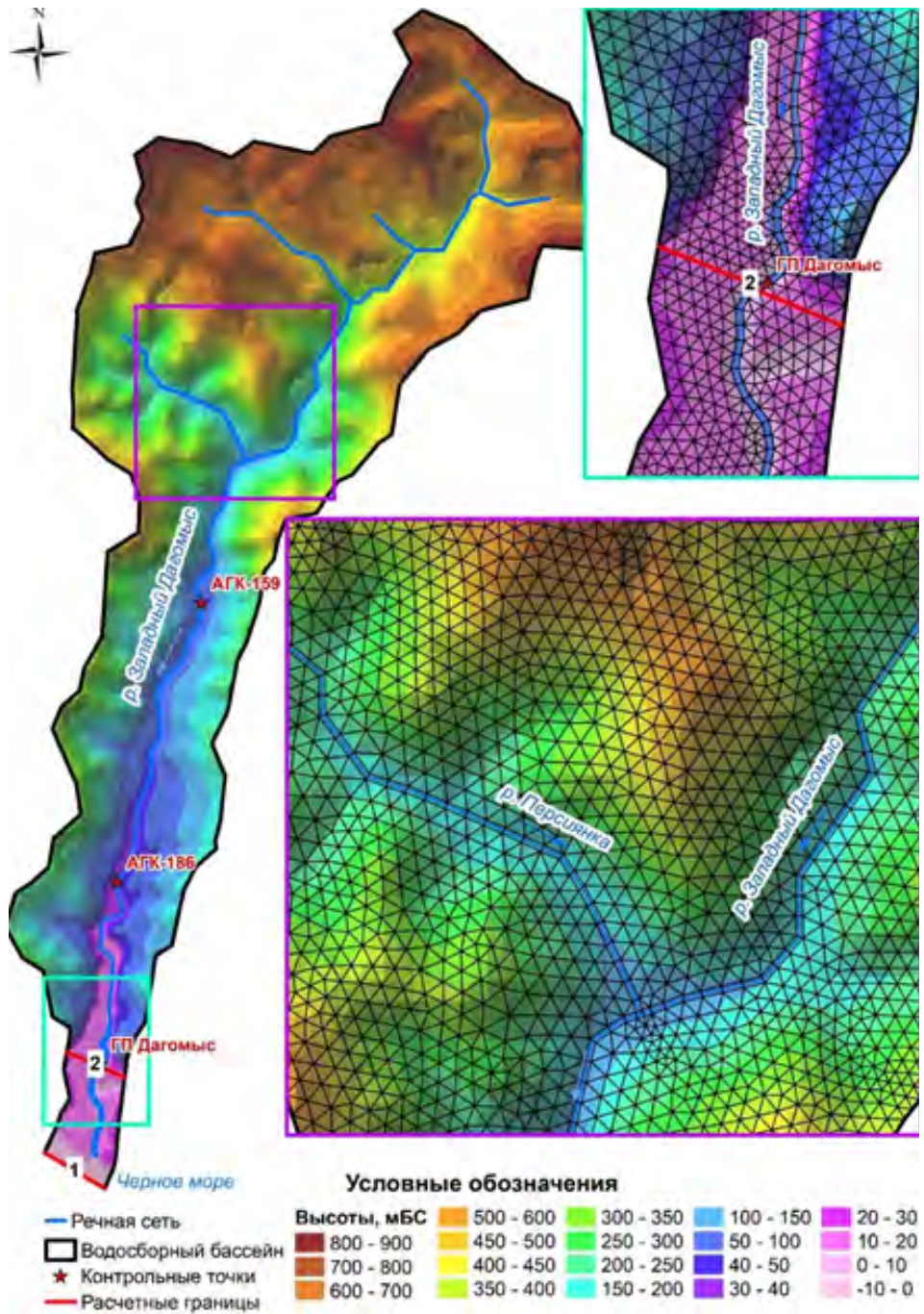


Рис. 3.3.4. Область моделирования р. Западный Дагомыс и фрагменты расчетной сетки модели STREAM 2D CUDA

Наиболее высокий пик ($325 \text{ м}^3/\text{с}$) пришелся на третью волну из-за усиления интенсивности осадков ($>20 \text{ мм/ч}$ в течение 3 часов), смоделированный STREAM 2D максимальный расход воды составил $320 \text{ м}^3/\text{с}$, по модели KW-GIUH – $356 \text{ м}^3/\text{с}$. Время прохождения пика по модели KW-GIUH совпадает с фактическим (при часовом шаге моделирования), по модели STREAM 2D отстает примерно на 1 час.

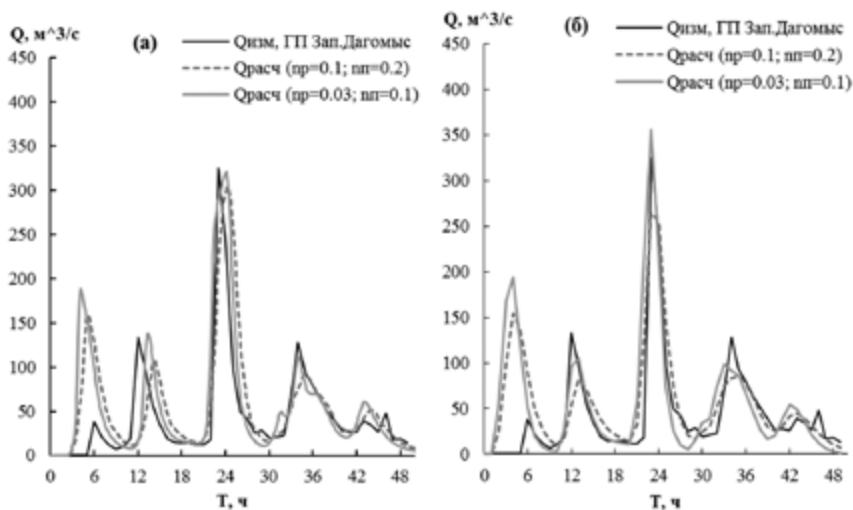


Рис. 3.3.5. Гидрографы расхода по калибровочным расчетам подбора коэффициентов шероховатости: а) модель STREAM 2D CUDA, б) модель KW-GIUH

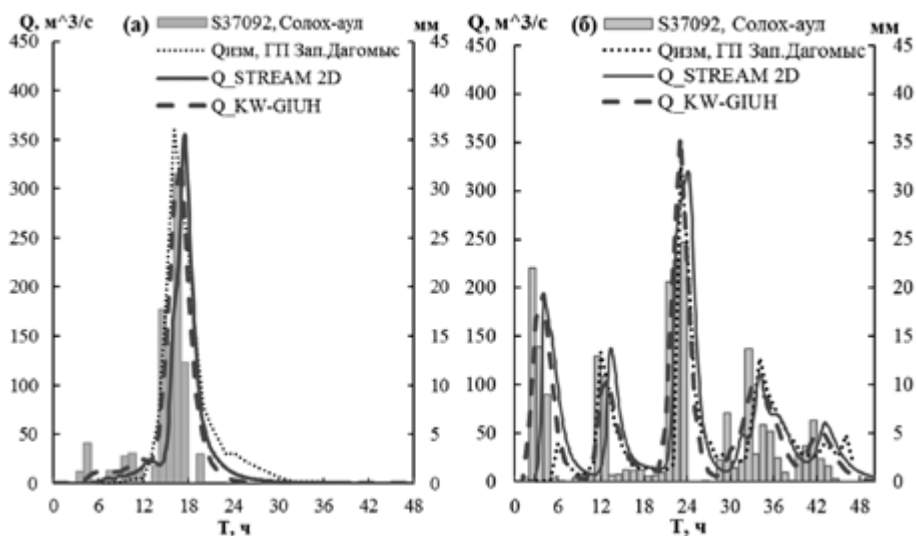


Рис. 3.3.6. Сопоставление гидрографов расхода по данным измерений и расчетов по STREAM 2D CUDA и KW-GIUH: а) 2015 г., б) 2018 г.

В целом модели удовлетворительно описывают динамику паводка. Разница в максимальных расходах наиболее высоких паводков не превышает 5–10% по сравнению с наблюдаемыми, что лежит в пределах точности оценки самого максимального расхода в полевых условиях. Модель KWGIUH несколько лучше описывает время прохождения пика, тогда как модель STREAM 2D более точно отражает максимальные расходы и кривую спада. Более подробно результаты моделирования изложены в работе [Васильева и др., 2020].

Часть II

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ РЕЧНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Глава 4. ТЕХНОЛОГИИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТКРЫТЫХ ПОТОКОВ

В настоящей главе описываются технологии компьютерного моделирования, которые в совокупности с представленными в главе 2 алгоритмами позволяют производить построение компьютерных гидравлических моделей реальных водных объектов и обеспечивают получение результатов, пригодных для практического использования. Рассмотрены вопросы применения электронных топографических карт и ГИС-технологий; современных методов измерений; выбора адекватных натуре численных моделей и масштабов моделирования; построения треугольных и гибридных адаптивных расчетных сеток; эффективной интерполяции функций, заданных на нерегулярных наборах точек; калибровки и верификации численных моделей. Кратко описаны основные программные комплексы, разработанные авторами монографии (некоторые из них с соавторами) и широко используемые при решении практических задач речной гидравлики и гидрологии.

4.1. Сбор и обработка исходных данных, схематизация объекта исследования, выбор адекватных численных моделей

Для построения компьютерной гидравлической модели конкретного объекта следует собрать топографические, батиметрические, гидрологические и литологические исходные данные. Ниже вкратце перечисляются требуемые исходные данные и методы их преобразования в форму, необходимую для использования в расчетах. Их конкретизация приведена при описании реальных объектов в главах 5–9 монографии.

Топографические и батиметрические данные прежде всего необходимы для построения цифровой модели рельефа местности (ЦМР), которая может быть подвержена затоплению. Цифровая модель является основой для компьютерной гидравлической модели реального объекта, причем от точности первой модели напрямую зависит и точность второй. Кроме того, для проведения расчетов и оценки возможных ущербов необходима информация о дорогах, дамбах, мостовых переходах, населенных пунктах, характере растительности на пойме и др. Наиболее удобно для этих целей

использовать электронные (цифровые) топографические карты и планы требуемого масштаба, а при их отсутствии проводить векторизацию отсканированных растровых изображений либо использовать данные дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), из которых наиболее точным и дорогостоящим на настоящий момент является лидарная съемка. Чаще всего при построении ЦМР реальных объектов используется несколько или даже все перечисленные выше источники данных.

Батиметрические данные (промеры глубин в руслах, заливах, водохранилищах) могут быть получены несколькими способами:

- Стандартными (устаревшими) технологиями промеров с использованием эхолота или ручного лота, которые предполагают предварительную разбивку створов с последующим движением промерного судна вдоль этих створов

- Современными промерными технологиями с использованием систем спутникового позиционирования (GPS) и вертикальной привязки на местности (в этом случае абсолютные отметки дна русла, т.е. гидрографическая съемка, получаются в виде цифровых файлов в глобальной системе географических координат)

- Векторизацией имеющихся лоцманских карт (для судоходных рек) с их последующей привязкой к глобальной системе координат и абсолютной системе высот (применяется при отсутствии данных актуализированных измерений, может приводить к значительным погрешностям).

Объединение топографических и батиметрических данных позволяет построить ЦМР местности, которая будет являться основой для построения компьютерной гидравлической модели. Построение и редактирование ЦМР производится с помощью специализированных программных комплексов, наиболее популярным из которых на сегодняшний день является ArcGis. Существуют и другие программы редактирования данных, одна из которых разрабатывалась под руководством и при участии одного из авторов монографии для практических нужд и позволяет эффективно редактировать файлы исходных данных, содержащие до нескольких миллионов точек. На Рис. 4.1.1 представлена цифровая модель местности в районе пос. Зырянка на р. Колыма [Беликов, и др., 2004а] в виде нерегулярного набора точек с координатами x , y , z и в трехмерной проекции. Промеры в русле были выполнены русловой экспедицией МГУ под рук. А.А. Зайцева в 2002, 2003 гг. с помощью эхолота и системы спутникового позиционирования, пойменные участки оцифровывались с топографических карт М 1:25000 с пересчетом на квадратную сетку с шагом 40 м. Путем совмещения эхолотных промеров с векторизованными топокартами построены цифровые модели рельефа и для других объектов: р. Лена в районе городов Ленска (Рис. 4.1.2) [Беликов, и др., 2004б], Якутска, Олекминска; р. Волга на участке Горьковский гидроузел – г. Сормово, Захарковской поймы (п.8.1) и многих, многих других.

Здесь следует отметить, что современные методы ДЗЗ (лидарная съемка и др.) уже в настоящее время позволяют строить ЦМР на площадях сотни и тысячи квадратных километров с разрешением 1 м в плане и 0,1 м по вертикали (что более чем достаточно для гидродинамического моделирования), и в перспективе достаточно высокая на сегодняшний момент стоимость такой съемки будет уменьшаться.

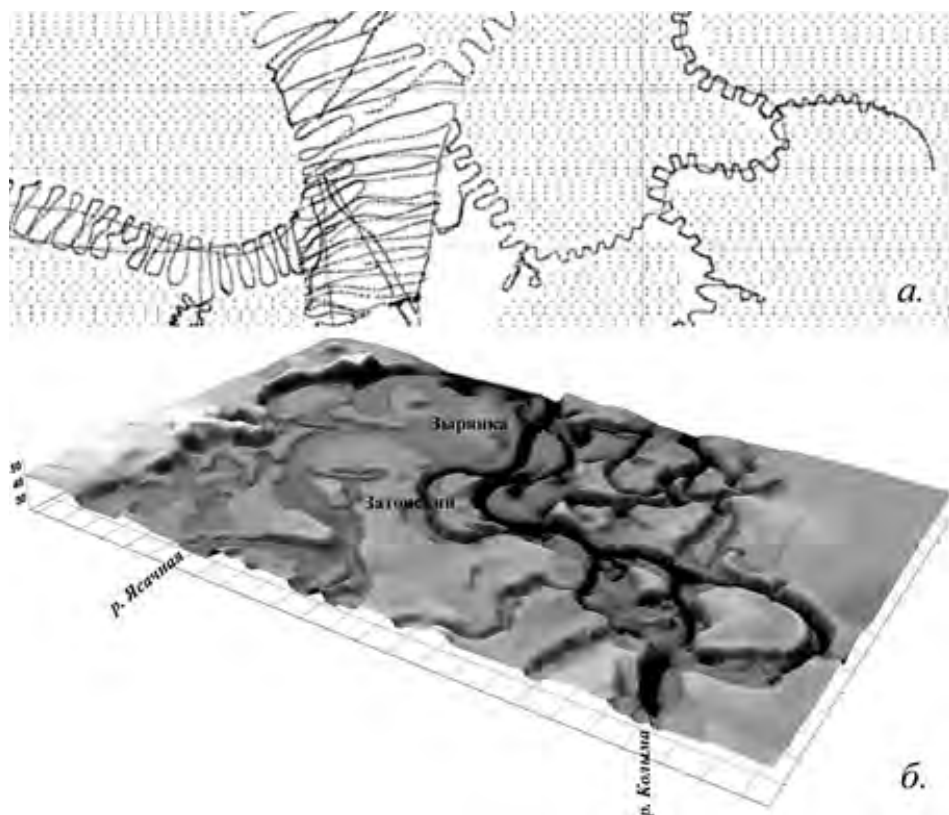


Рис. 4.1.1. Фрагмент поля сухопутных и гидрографических точек (а), использованных для построения численной модели (б) рельефа долины р. Колымы в районе пос. Зырянка

Векторизации лоцманских карт состоит из набора трудоемких технических шагов (включая оцифровку глубин, изобат, береговых линий, островов, обрывов; привязку точек лоцманских карт к векторным и т.п.), которые могут быть проделаны в различных современных редакторах.

Подобная процедура применялась при построении цифровых моделей местности для многих объектов: Угличского, Рыбинского, Саратовского, Волгоградского, Новосибирского водохранилищ, устья р. Сызранка (приток Волги), рукава Бузан в дельте р. Волги и др. Так, например, при построении компьютерной модели Саратовского и Волгоградского водохранилищ отсканированы и векторизованы все листы лоцманских карт от г. Тольятти до

г. Волгоград. Векторизованные лоцманские карты совмещены с электронной топографической картой на означенном участке, в результате чего построена полная топографическая карта, включающая в себя как долину реки, так и непосредственно русло. Окончательно была получена цифровая модель рельефа долины и русла р. Волга на участке протяженностью более 830 км, которая использовалась для моделирования волны прорыва Жигулевской и Саратовской ГЭС (см. п. 9.1).

Гидрологическая информация должна содержать сведения о расходах и уровнях воды в основных руслах и притоках, связи расходов и уровней на гидрологических постах, кривые обеспеченности расходов и уровней воды, характеристики боковой приточности, параметры водохранилищ (объем, площадь поверхности при НПУ и ФПУ, кривые связи объемов и уровней воды), суточные режимы сбросных расходов ГЭС и т.п. При моделировании процессов снеготаяния для определения расходов с водосборов надо знать параметры водосборов (уклон, лесистость, заболоченность и т.п.), запас воды в снеге, среднесуточные значения температуры воздуха и осадков. При наличии данных измерений следует обязательно проводить калибровку и верификацию (валидацию) численной модели (см. п. 4.5).

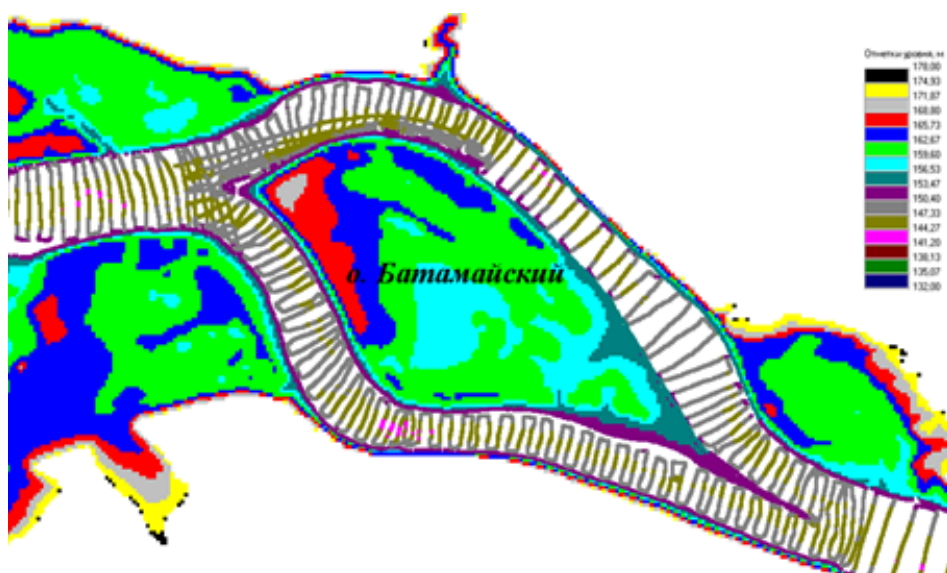


Рис. 4.1.2. Цифровая модель рельефа р. Лена в районе о. Батамайский (точки с координатами x , y , z , зигзагообразные линии – промеры галсами)

Схематизация объекта исследования и выбор адекватных численных моделей. Параллельно с процессом сбора и подготовки исходных данных производится анализ требуемых по условиям задачи масштабов пространственного осреднения, иными словами – выбор размерности математической модели. Этот выбор зависит от ряда факторов, в том числе

от точности и детальности имеющихся исходных данных, геометрических размеров расчетной области, требуемой по существу поставленной задачи точности расчетов и т.п. Так, при моделировании протяженных участков русел и системы русел часто применяются одномерные либо двухслойные двумерные схематизации, в то время как при моделировании относительно коротких участков с расположенными на них берегозащитными, регулирующими или водозаборными сооружениями следует применять двумерные (в плане) либо трехмерные (или многослойные по глубине) модели. Приведем несколько примеров.

Компьютерная модель Москворецкой речной системы в целом (Глава 5) была построена на основе одномерной схематизации главного русла и основных притоков. Такой выбор определялся несколькими причинами:

- Большими размерами и длиной расчетной области (с притоками больше 600 км) при незначительных ширинах русел (от 30 до 150 м) и относительно небольшой ширине затопляемых пойм (за исключением района гидроузла Фаустово)
- Расстояниями между измеренными поперечниками от 500 м до 2000 м, что при малых ширинах русел делает нерациональным применение двумерной схематизации
- Сутью решаемых моделированием задач, основной из которых являлось обеспечение прогноза и безаварийного пропуска паводковых расходов через водосбросные плотины городского бьефа и нижнего течения р. Москва (с учетом управления затворами), в том числе при осуществлении гидравлических промывок русла.

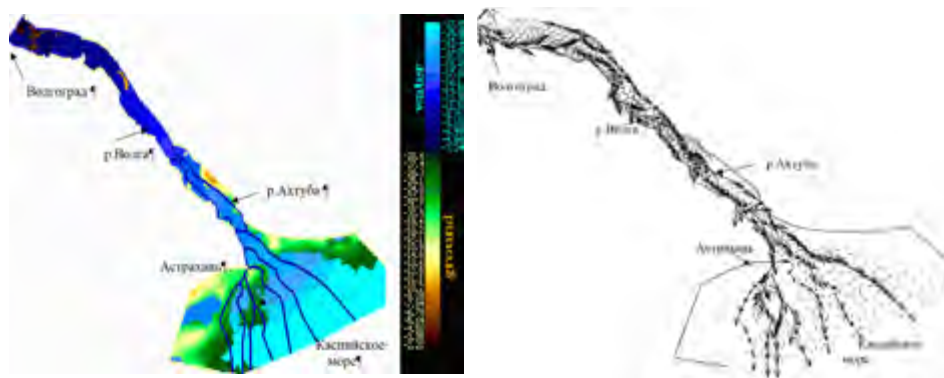


Рис. 4.1.3. Отметки водной поверхности р.Волга (а) и векторы скорости течения (б) при расходе 30 000 м³/с и уровне Каспийского моря –27,5 м.

Компьютерная модель низовьев р. Волга (Рис. 4.1.3) была построена на основе двухслойной схематизации (п. 1.3.2), в которой русла рек Волги и Ахтубы и основных протоков дельты ниже бровок были представлены в одномерной схематизации, а выше бровок русел вся затопляемая пойма и

дельта описывались в двумерной (плановой) постановке. Причины такого выбора:

- Большая длина расчетной области (> 400 км) при большой ширине затопляемой поймы и особенно дельты и относительно небольшой ширине основных русел

- Расстояния между измеренными поперечниками до 10–15 км, что при ширинах русел порядка километра делает нерациональным применение двумерной схематизации для русел

- Задачи исследования, основной из которых являлось определение зон затопления поймы при паводках, и, следовательно, чрезмерная детализация течений в руслах не требовалась.

Компьютерная модель распространения волны прорыва при разрушении плотины на крупной сибирской реке (п. 7.4) исследовалась в однослойной двумерной схематизации, хотя протяженность расчетной области составила около 300 км. Причина в том, что ширина русла и водохранилища в этом случае сопоставима с шириной затопляемой поймы, и в тоже время детализация расчетов течения волны прорыва на пойменных участках чрезвычайно важна, поскольку позволяет оценить степень возможных разрушений конкретных городских районов (в отличие от одномерной схематизации).

Для большинства задач, связанных с исследованием течения на относительно коротких участках русла, применяется стандартная однослойная двумерная схематизация (Глава 2). Однако в некоторых случаях ее оказывается недостаточно. Так бывает, когда размер гидротехнического сооружения настолько мал либо его конструкция такова, что там становятся существенными трехмерные эффекты. Например, при проектировании водозаборного ковша г. Якутска для правильной оценки процесса заилиenia ковша мелкими фракциями наносов пришлось на участке вблизи ковша и в нем самом производить расчеты по трехмерной численной модели. При этом граничные условия для расчетов по трехмерной модели брались из расчетов по двумерной модели, выполненных на значительно более протяженном (в 10 раз) участке русла. Такой подход называется многомасштабным, или многоуровневым компьютерным моделированием и применяется в практике гидравлических расчетов весьма часто.

При расчете паводковых течений на полуострове Ямал [Belikov, Militeev, Rodionov, 2002] применялось трехмасштабное (трехуровневое) моделирование. Сначала по двухслойной двумерной модели рассчитывалось течение в области размером 60×70 км в междуречье рек Се-яха, Морды-яха, Надуй-яха (глобальная модель 1-го уровня). Затем выбирался фрагмент размером примерно 10×15 км в районе слияния рек Се-яха и Морды-яха, на котором более детально моделировалась сеть промысловых автодорог (глобальная модель 2-го уровня). Параллельно с этим рассчитывались небольшие фрагменты размером 2×1 км (локальные модели 3-го уровня) на участках мостовых переходов, которые позволили правильно задать гидравлические

сопротивления отверстий мостов при расчете по глобальным моделям. Следует отметить, что эта модель разрабатывалась достаточно давно (в 1991–92 гг.), а в настоящее время современные вычислительные возможности позволяют объединить все три модели в одну, и такие расчеты для этого объекта также впоследствии были выполнены.

Значительной экономии сил и средств при расчете протяженных речных объектов можно достичь за счет совместного (гибридного, многомасштабного) расчета по одномерной и двумерной моделям. При этом весь протяженный участок моделируется одномерной системой уравнений, а некоторый его фрагмент – двумерной или двумерной многослойной. Такой подход реализован при расчете течений в бьефах Саратовского гидроузла, на р. Лене у г. Ленска и др. Однако в последнее время наметилась явная тенденция перехода от одномерных моделей к двумерным (в плане) даже для очень протяженных участков рек и речных долин, поскольку при одномерной схематизации трудно выделить транзитные и аккумулятивные зоны на пойме, учесть разные коэффициенты шероховатости в русле и на пойме, учесть мостовые переходы и дамбы, пересекающие пойму, получить правильные времена добегания расхода по русловой сети и т.д. и т.п.

При компьютерном моделировании открытых потоков возможно использование как явных, так и неявных по времени численных схем. Эффективность применения явной или неявной схемы зависит от решаемой задачи, в частности от величины числа Фруда, характеризующего отношение силы инерции к силе тяжести. Практика численных расчетов показала, что при малых числах Фруда неявные схемы оказываются эффективнее явных, и наоборот. Очевидно, что глубоководные озера и водохранилища предпочтительнее считать с применением неявных схем, а бурные потоки, волны прорыва и задачи, связанные с затоплением пойменных территорий и движением потока по руслу и по сухому дну (при затоплении поймы) – по явным схемам.

Достаточно широкий класс течений успешно может моделироваться по уравнениям мелкой воды в диффузионном приближении (пп. 1.4.2, 5.3, 6.2, 8.1 монографии, [Маханов, Семенов, 1994, 1996]) либо без инерционных членов. В этих случаях снятие или уменьшение ограничений на шаг по времени может повысить эффективность расчетов на порядок без существенной потери точности (см. пп. 1.3.2, 5.3).

4.2. Применение ГИС-технологий для построения ЦМР и визуализации результатов расчетов

4.2.1. Принципиальная схема применения ГИС-технологий

При определении динамики прохождения паводковой волны и оценках ущерба от естественных паводков или волн прорыва возникает необходимость анализа огромного объема информации как о самих источниках опасности, так и об объектах, попадающих в зону затопления. Первым и самым

надёжным источником являются топографические цифровые карты разнообразных масштабов. Эти карты изготавливаются, например, на предприятиях Роскартографии и представляют собой векторизованные с высокой точностью изображения объектов топографических карт. Векторизация ведется с использованием пластиковой подложки, что в 2–3 раза повышает ее точность по сравнению с векторизацией на основе бумажной топоосновы. Наличие векторной информации имеет ряд несомненных преимуществ в решении задач распространения паводковой волны и определения ущерба:

- каждый объект на топографической карте имеет независимое описание, представленное метрической частью – расположение объекта на местности, и семантической частью – содержательность (названия и численность населения городов и посёлков, судоходность рек, классы автодорог, наличие мостов и бродов, характеристики растительности и многое другое);

- наличие высотных отметок и горизонталей позволяет воссоздать рельеф и использовать его в расчётных задачах;

- возможен простой и эффективный отбор интересующих объектов по их категориям;

- результаты расчётов можно отображать непосредственно на фоне этих же карт (возможно, предварительно разгруженных от лишней для визуализации, хотя и участвующей в расчётах, информации);

- при наличии дополнительных баз данных возможна стыковка их с объектами на картах по метрическим или семантическим ключам;

- работая в ГИС, можно сравнительно легко использовать информацию, имеющуюся на картах различных масштабов и тематических картах;

- работы, постоянно проводящиеся по обновлению цифровых карт в Роскартографии, позволяют поддерживать сведения о местности (актуальность) как можно ближе к современному состоянию.

Опыт работы показывает, что многие проекты оказываются нежизнеспособными из-за невозможности собрать необходимую, или хотя бы минимальную информацию. Сбор информации на векторизованной картографической основе позволяет привязывать её к одной системе координат, состыковывать разнородные данные с обозримыми трудозатратами. Получая оценочные результаты по имеющимся, пусть и грубым данным, можно, пересекая построенные зоны опасности со значащими объектами, отображёнными на карте, вычленять графическими построениями категории опасности и возможного ущерба. А далее дополнять и уточнять исходные данные только в значащих местах. Это позволяет в реально обозримые сроки получить как общую картину по интересующим регионам, так и по конкретным объектам.

Следует учесть, что в настоящее время ГИС-технологии интенсивно развиваются, поэтому детальное их изложение не является целью настоящей монографии. Одна из первых работ по применению ГИС-технологий в численных гидравлических исследованиях в России опубликована в [Алабян, Беликов, Баталкина, 1998].

4.2.2. Использование ГИС-технологий и специализированных баз данных при численном моделировании экстремальных затоплений поймы Н. Дона

В данном разделе в качестве примера применения ГИС-технологий при численном моделировании рассматривается структура программно-информационного комплекса «Нижний Дон», построенного на основе базы данных и электронной модели затопления поймы Нижнего Дона, освещаются вопросы сбора и подготовки разнородных данных о цифровом рельефе местности. Использование географических информационных систем (ГИС) «Нева» и ARCVIEW позволило собрать в единое пространство картографический и фактографический материал, автоматизировать создание отчётов для оценки возможного ущерба от паводков и наводнений.

Исследование по теме «Создание электронной модели затопления поймы Нижнего Дона при расходах различной обеспеченности на основе технологий геоинформационных систем (ГИС)» выполнялось в 2006–2007 годах по заказу Комитета по охране окружающей среды и природных ресурсов Администрации Ростовской области с целью разработки системы оперативного контроля паводковой ситуации на территории Нижнего Дона для своевременного предотвращения и минимизации последствий чрезвычайных ситуаций [Беликов, и др., 2008, 2010]. Созданная модель может также использоваться при определении возможных ущербов от наводнений.

Затопление поймы Нижнего Дона (от Цимлянского гидроузла до Таганрогского залива Азовского моря) может возникнуть при различных обстоятельствах как природного характера (высокое половодье, ветровые нагоны и их сочетание), так и техногенного происхождения. К последним можно отнести: террористический акт, приводящий к прорыву напорного фронта Цимлянского гидроузла с образованием волны излива (не основано на реальной угрозе); повреждение сооружений напорного фронта ЦГУ, требующее опорожнения водохранилища для выполнения срочных ремонтно-восстановительных работ; аварийный сброс загрязненной воды из Цимлянского водохранилища.

Затопление населенных пунктов и промышленных предприятий может привести к большим экономическим ущербам и человеческим жертвам на территории Ростовской агломерации (города Ростов-на-Дону и Батайск) и других населенных пунктов. Поэтому создание электронной модели затопления поймы Нижнего Дона с использованием современных баз данных и геоинформационных технологий для оперативного прогноза и отображения развивающейся ситуации являлось актуальной и важной задачей.

Решение подлежащей рассмотрению проблемы Нижнего Дона требовало комплексного подхода. В число составляющих, которые важны для разработки, должны были войти вопросы гидрологии, вычислительной гидравлики, гидравлики сооружений, гидротехники, экономики, энергетики, водного транспорта и других областей знаний. Решение этих вопросов в на-

стоящее время находится на достаточно высоком уровне. Однако интеграция решений отдельных задач в соответствующий комплекс применительно к такому важному и протяженному объекту, как долина реки Дон ниже Цимлянского гидроузла, составляет сложную научную и инженерную задачу.

Структура информационно-аналитического комплекса «Нижний Дон». С учетом вышеизложенного были разработаны математические основы компьютерной модели зон затопления, собрана подробная гидрологическая и другая информация по бассейну Нижнего Дона, разработан информационно-аналитический комплекс «Нижний Дон», включающий в себя подсистемы: информационно-графическую и информационно-аналитическую (Рис.4.2.1).



Рис 4.2.1. Структура информационно-аналитического комплекса «Нижний Дон»

Информационно-графическая подсистема состоит из информационной базы данных «Дон», программ для управления этой базой, картографического макета и ГИС ARC VIEW.

Информационно-аналитическая подсистема состоит из цифровой гидродинамической модели долины и русла Нижнего Дона, программ, обеспечивающих проведение расчётов паводковых течений, построение тематических графических слоёв об уровнях водной поверхности, глубинах затопления поймы, скоростях течения и сохранение полученных результатов в информационной базе «Дон».

Общим элементом для обеих подсистем является база данных «Дон». В ней хранятся как данные по гидрологии, так и описания к картографическим объектам, результаты проведённых расчётов паводковых течений и сводные данные об объектах, попадающих в зоны затопления. По гидрологическим наблюдениям хранятся данные о наблюдаемых уровнях и расходах на водомерных постах за различные периоды.

По картографическим объектам имеется информация о: районах области, водных объектах, водомерных постах, населенных пунктах, водозаборных и водосбросных сооружениях, железных дорогах, автодорогах, гидротехнических сооружениях и т.д. Все объекты базы данных имеют связь с их отображением в графических тематических слоях ГИС.

Просматривая информацию об объекте в базе, можно посмотреть его положение на карте и наоборот, выделив объект на карте, получить дополнительную информацию о нём из базы данных. Картографический макет представлен цифровыми топокартами: векторными М 1:200 000 на Ростовскую область и растровыми М 1:100 000 на бассейн Нижнего Дона, для работы с ними, а также выполнения операций по обработке тематических слоёв, используется ГИС.

Компьютерная гидродинамическая модель долины и русла Нижнего Дона построена на основе цифровой модели рельефа (ЦМР) бассейна Нижнего Дона и основана на решении двумерных уравнений мелкой воды с применением гибридных треугольно-четырёхугольных расчетных сеток. Проведена калибровка модели на фактических данных высоких половодий 1917 г. и 1963 г., налажена взаимосвязь компьютерной модели с базой данных «Дон». Отметим здесь, что через 10 лет в рамках другой работы была создана более детальная и точная модель долины Н. Дона [Беликов и др., 2018] (см. Главу 6 п.6.5).

Создание цифровой модели рельефа с применением ГИС-технологий. Основной задачей при создании цифровой модели рельефа было сведение разнородной топографической информации в единую систему. В качестве базовых были выбраны цифровые топографические сертифицированные карты М 1:200 000, выполненные в равноугольной проекции Меркатора на эллипсоиде Красовского (шаг высот – 20 м., точность планового положения 60-140 м.). На этапе разработки это были единственно доступные карты открытого использования.

Для задания рельефа дна русловой части Нижнего Дона были взяты лодчанские карты из «Атласа единой глубоководной системы европейской части РФ» [Атлас, 2006]. При составлении этого тома использованы материалы гидрографических работ 2003–2005 гг., аэрофотосъёмки 2004 г., корректуры, собранные в навигацию 2005 г. (Рис.4.2.2).

Однако, довольно плоская пойменная часть бассейна Нижнего Дона, из-за редкого шага горизонталей (20 м) оказалась совершенно невыраженной, поэтому было принято решение о дополнении собранной информации ра-

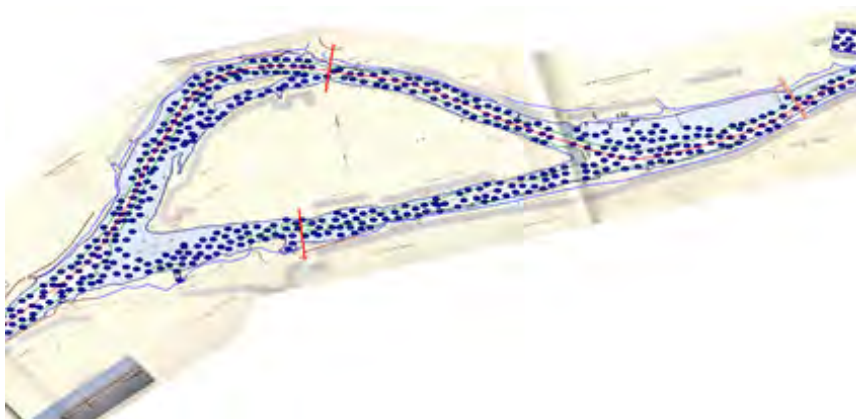


Рис 4.2.2. Фрагмент растровой лоцманской карты с оцифрованными объектами

дарной топографической съёмкой Shuttle radar topographic mission (SRTM), произведенной в феврале 2000 г. с помощью двух радиолокационных сенсоров SIR-C и X-SAR. Изначально эта съёмка планировала распространение данных с максимальным разрешением на местности 30 м (1 угловая секунда), но, в связи с угрозой терроризма было принято решение распространять генерализованные данные с разрешением 90 м (3 угловых секунды) на всю отснятую территорию, кроме территории США, на которую данные распространяются с максимальным разрешением. Результирующие данные соответствуют спецификации интерферометрических данных о рельефе (Interferometric Terrain Height Data (ITHD)-2). А именно, размер элемента 30×30 м, ≤ 12 м точность по высоте для равнинных территорий. Данные были преобразованы в доступный вид, помещены в цифровую модель рельефа и согласованы с имеющимися данными. Цифровая модель рельефа приобрела вид (Рис. 4.2.3).

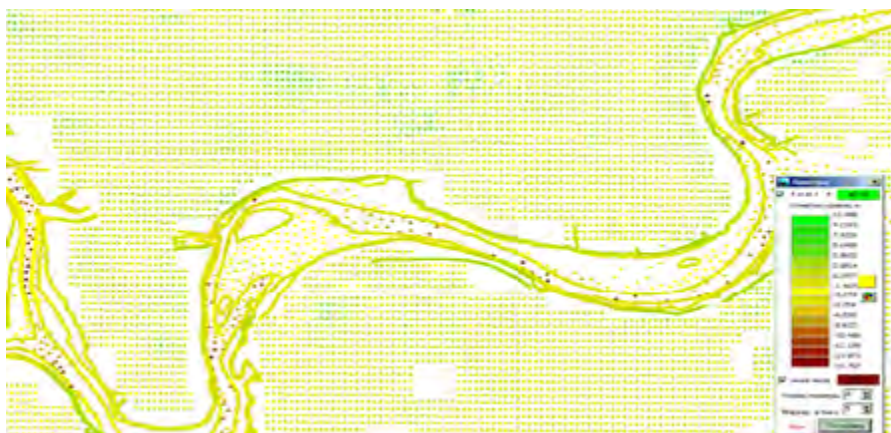


Рис 4.2.3. Фрагмент цифровой модели рельефа Нижнего Дона

По созданной цифровой модели рельефа с учетом топографического положения реки Дон и её притоков, была построена адаптивная гибридная треугольно-четырёхугольная сетка нерегулярной структуры.

Проведение расчётов на гидродинамической модели. В базу данных «Дон» были внесены данные о половодье 1963 г. обеспеченностью 50% (1 раз в 2 года) и паводке 1917 г. обеспеченностью 0,5% (1 раз в 200 лет). По данным 1963 года были проведены расчёты и произведена калибровка математической модели. По результатам счёта на данных 1917 г. была произведена верификация уровней на водомерных постах, давшая удовлетворительные результаты (Рис.4.2.4).

После выполнения расчётов создаётся ряд слоёв, содержащих заливочные области, построенные по характеристикам водного потока во всех ячейках расчётной области (уровни, глубины и скорости потока) на указываемые пользователем моменты времени и для максимальных значений за весь расчёт. Эти файлы архивируются в базу данных «Дон» и могут вызываться для просмотра (совместно с картографическим материалом) в ГИС Arc View. Предусмотрен вызов одного или двух наборов заливочных слоёв, что позволяет, накладывая один слой на другой, просматривать динамику паводка. Далее, используя средства ГИС, строятся слои, образованные пересечением заливочных зон с тематическими слоями карты, и выдаются отчёты об объектах, попавших в зону затопления (площади затопления, длины дорог, численность населения, попадающего в эти зоны и т.д.).

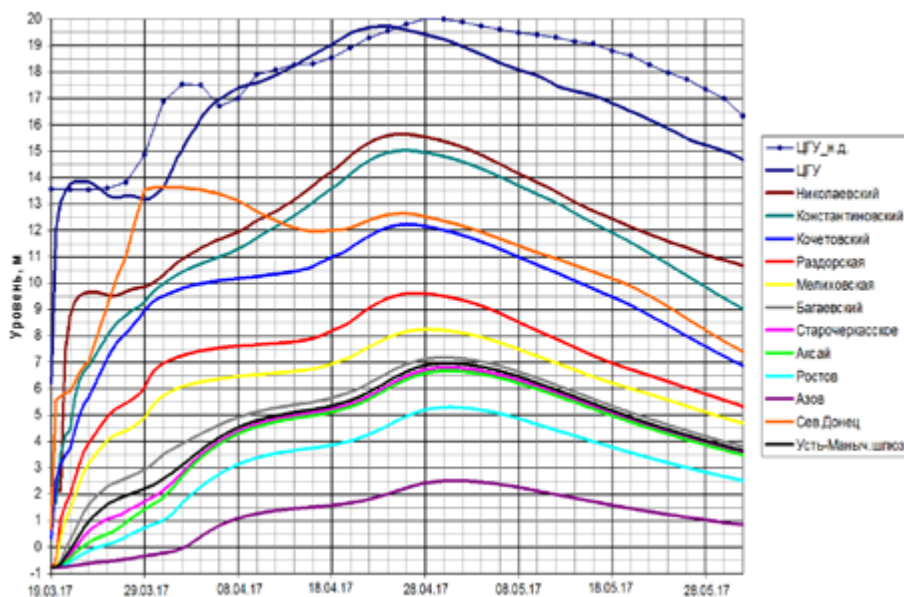


Рис. 4.2.4. Ход уровней в паводок 1917 г.
Сравнение расчетных и натурных данных

4.3. Генерация неструктурированных адаптивных гибридных сеток

Построение сеток является важной неотъемлемой частью компьютерного моделирования открытых потоков в двумерной и трехмерной схематизации. Если на заре развития численных методов разрабатывались в основном методы конечных разностей на прямоугольных сетках, то в последние десятилетия бурное развитие получили алгоритмы метода конечных элементов, метода конечных объемов и др., реализуемые на криволинейных четырехугольных, треугольных и смешанных (гибридных) треугольно-четырёхугольных сетках. Криволинейные и неструктурированные сетки могут легко адаптироваться к особенностям геометрии и батиметрии расчетной области, особенностям течения, на них точнее могут быть реализованы граничные условия. В тоже время реализация вычислительных алгоритмов при этом заметно усложняется, особенно для схем высокого порядка точности.

Один из авторов монографии с 1980 г. занимался разработкой алгоритмов решения уравнений мелкой воды на треугольных, а в последствии на гибридных сетках [Беликов, 1984б; Беликов, Волченков, 1985; Беликов, 2002; Беликов, Зайцев, Милитеев, 2001, 2002; Беликов, Семенов, 1997а,б; Belikov, Militeev, Rodionov, 2002]. Еще в середине 80-х годов был разработан и сдан в Государственный фонд алгоритмов и программ комплекс программ построения треугольных сеток «**TRIANA**» [Беликов, 1984а], который в дальнейшем постоянно совершенствовался и развивался. Современная версия этой программы позволяет строить треугольные и гибридные сетки хорошего качества в областях сложной геометрии с учетом особенностей рельефа дна и интенсивно используется в настоящее время. Примеры сеток приведены в главах монографии, посвященных конкретным приложениям.

Программный комплекс «TRIANA**»** предназначен для автоматического построения сеток треугольных и четырехугольных элементов в плоских областях с любыми очертаниями границ. Он может использоваться при решении различных задач механики сплошной среды численными методами в качестве эффективного генератора расчетных сеток. Характерными особенностями комплекса, позволяющими значительно сокращать затраты труда на подготовку исходной информации для расчетов и повышать их точность, являются:

- возможность задания узлов сетки только на границе расчетной области (во всех внутренних точках сетка строится автоматически);
- возможность задания границ области с помощью набора кривых различного порядка (отрезков прямых, дуг окружностей, квадратных парабол), что позволяет в несколько раз сократить информацию о местоположении граничных узлов;
- возможность оптимизировать построенные сетки по ряду параметров, а также дробить их автоматически для получения более мелкой разбивки;

– ввод исходных данных с экрана монитора с учетом реальной конфигурации и топографии расчетной области, что позволяет адаптировать сетку к особенностям течения;

– эффективный алгоритм перенумерации узлов сетки, минимизирующий ширину ленты или профиля конечноэлементных матриц.

Сетка строится внутри расчетной области с учетом локальных свойств текущей границы сетки (метод ТГС, маршевый алгоритм), причем можно варьировать степень сгущения или разрежения сетки внутри зоны. Если зона ограничена четырьмя линиями, то для триангуляции может быть также применен метод, основанный на использовании функций формы для криволинейных четырехугольников, который позволяет строить более регулярные сетки и работает значительно быстрее.

Обозначая число узлов в зоне через N , получим, что число операций, которые надо выполнить в методе функций формы, пропорционально N , а в методе ТГС – пропорционально $N^{3/2}$, причем коэффициент пропорциональности во втором случае тоже больше. Для областей сложной геометрии наилучший результат в смысле времени и качества построения сетки дает сочетание указанных методов.

После того, как сетка внутри зоны построена, проводится ее регуляризация (оптимизация) на основе численной минимизации функционала формы ячеек [Иваненко, 1985, 2000], реализованного в специальной программе в виде итерационного процесса, что обычно приводит к значительному улучшению качества разбиения (ячейки приближаются по форме к равносторонним).

Для эффективного применения неявных по времени численных схем необходимо, чтобы ширина ленты матрицы системы (либо размер оболочки для профильных матриц) были как можно меньше. С этой целью производится перенумерация узлов построенной сетки обратным алгоритмом Катхилла-Макки [Джорж, Лю, 1984].

Подробное описание алгоритмов, реализованных в комплексе «TRIANA», дано в [Беликов, 1984а]. Комплекс «TRIANA» апробирован при решении большого количества различных задач гидравлики, гидродинамики, теплопроводности и т. п., обеспечивая в каждом конкретном случае построение качественных расчетных сеток, и успешно применяется нами в настоящее время, в том числе при разработке крупных проектов.

О расчетах на треугольных, четырехугольных и гибридных сетках. Однозначно ответить на вопрос, использование каких сеток в задачах гидравлики открытых потоков наиболее предпочтительно, по-видимому, нельзя. Выбор того или иного вида сеток определяется свойствами расчетного алгоритма, геометрической формой области, батиметрией, специфическими особенностями задачи и рядом других факторов.

Явная схема распада разрывов реализована на гибридных сетках, поэтому при расчете речных течений с достаточно большими числами Фруда, нижних бьефов гидроузлов, а также волн прорыва при разрушении ги-

дротехнических сооружений возможно использование любых сеток. Здесь критериями выбора являются простота подготовки исходных данных и точность расчетов. Если геометрия области простая, то хорошие результаты дает расчет на криволинейных четырехугольных сетках блочно-регулярной структуры (см., например, модель нижнего бьефа гидроузла Капанда, п. 6.3).

Если в расчетной области есть русла рек и пойменные участки, то в руслах в пределах бровок можно построить криволинейную четырехугольную сетку, а на поймах треугольную, задав увеличение размеров ячеек при удалении от русла (с целью уменьшения времени счета). При этом ячейки в русле могут иметь вытянутую по направлению течения форму, что так же экономит время счета без потери точности (если только не рассматриваются деформации дна). Фрагмент треугольной и гибридной сеток на участке р. Лена у острова Батамайский (месте образования огромного ледового затора в 2001 г.) приведен на Рис. 4.3.1 [Беликов и др., 2004б; Zaitsev, Belikov, Militeev, 2004].

Если же производится расчет течений над деформируемым дном, то использовать сильно вытянутые по направлению течения ячейки сетки нельзя, так как даже крупные русловые формы (побочни, осередки) имеют резко обрывающийся крутой низовой откос, который будет «размазываться» на редкой сетке. В этом случае преимущество гибридной сетки перед треугольной теряется.

При численном моделировании волн прорыва при разрушении грунтовых плотин и дамб удобно участок подвергающейся разрушению дамбы покрыть четырехугольной (если дамба прямолинейная, то прямоугольной) сеткой. При этом более точно моделируется раскрытие прорана во времени. В остальной области может быть построена треугольная сетка.

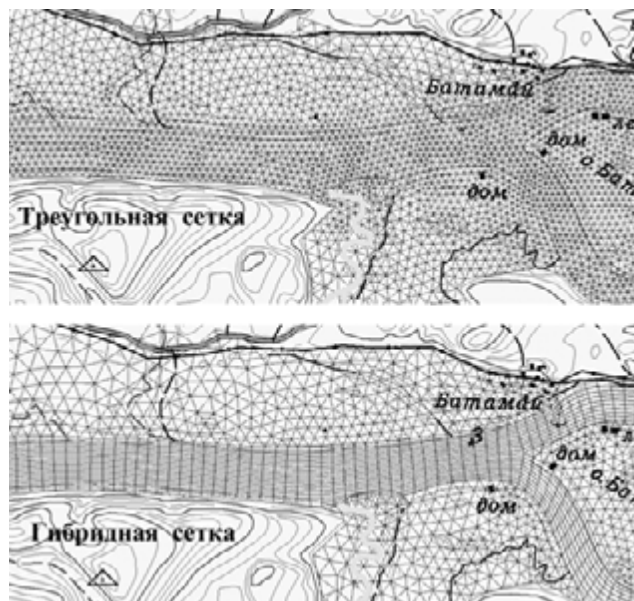


Рис. 4.3.1. Треугольная и гибридная расчетные сетки для р. Лена у острова Батамайский

Новая технология построения расчетных сеток для численного моделирования затопления селитебной территории. Одной из основных проблем при создании подробных численных моделей затопления урбанизированных территорий является учет застроенной области. В главе 3 п.3.3 показано, что наиболее точным является прямое выделение препятствий на расчётной сетке, длина стороны которой, к тому же, должна составлять не более четверти, а лучше – десятой части характерного размера здания.

Традиционный алгоритм построения сетки включает в себя обширный объём ручной работы по описанию расчётной области, что годится для стандартного метода, когда выделяются лишь основные элементы – водные объекты, мосты, гидротехнические сооружения, пойменные области и т.д. Для того, чтобы описать застроенную территорию с выделением каждого отдельного здания подобным методом, ушло бы больше времени, чем на всю остальную работу вместе взятую, поэтому был предложен альтернативный вариант.

На данный момент существует много алгоритмов построения расчётных сеток, позволяющих триангулировать полигон «с вырезом». Однако при построении сетки без дополнительных условий результат не удовлетворяет требованиям модели – либо сетка получается слишком мелкой на всей области, что приводит к огромному, избыточному количеству расчётных элементов, либо происходят сбои на участках вблизи застроенных областей, когда триангуляция некорректна. Для получения адекватных результатов требуется коррекция параметров алгоритмов на отдельно взятых участках, что опять возвращает нас к ручной проработке всей расчётной области. А учитывая обширные площади, рассматриваемые в модели, это приводит к слишком большим временным затратам, делающим использование подобных методов невозможным или неэффективным.

Учитывая эти проблемы, был разработан порядок автоматической подготовки исходных данных для последующего описания участка расчётной сеткой. В качестве исходных данных используется векторная карта на участок, содержащая полигоны зданий, линии авто- и железных дорог, рек, водные объекты, в некоторых случаях – полигоны, описывающие характерные ландшафты (леса, сельхоз-угодья и прочее). В зависимости от характерных размеров сооружений и линейных объектов, строится сплошное покрытие на расчётный участок, описывающее плотность и длину стороны элементов сетки, удовлетворяющее заданным условиям по минимальному числу ячеек на ширину «линейного» объекта и на стену здания. Также задаются условия для определенных ландшафтов – например, сельхоз-угодья, являющиеся плоскими участками без препятствий, могут быть описаны грубой сеткой без ущерба для результатов моделирования. Поскольку практически все условия могут быть получены путём расчётов на векторной основе, исходя из конкретной ситуации, процесс подготовки данных для построения сетки

проходит при минимальном вмешательстве исследователя и практически не требует ручной работы. Для построения используются современные алгоритмы BlueKenue [BlueKenue, 2016] и GMSH [Geuzaine, Remacle, 2009], результаты которых впоследствии конвертируются в формат, принятый в программном комплексе STREAM 2D CUDA, применяемом при моделировании. Подробный пример построения такой сетки для г. Ярославль приведен в п.8.3 главы 8.

4.4. Методика интерполяции рельефа земной поверхности в узлы расчетной сетки

Пересчет измеренных в руслах и переведенных с карт отметок земной поверхности (а также ряда других параметров, например, коэффициентов шероховатости) в узлы или центры ячеек нерегулярной расчетной сетки является нетривиальной задачей. Здесь важно использование как подходов, учитывающих специфику руслового и пойменного рельефов, так и чисто математических алгоритмов, обеспечивающих однозначность и непрерывность получаемых на сетке полей интерполируемых величин. Эти и ряд других полезных свойств обеспечиваются алгоритмом гармонической интерполяции функции на произвольном наборе точек в двумерном, трехмерном и N-мерном пространстве. Следует отметить, что собственно алгоритм и формула интерполяции были предложены В.В. Беликовым в 1992 году, важное свойство линейности доказано А.Ю. Семеновым, а сравнительный анализ гармонической («несибсоновской») интерполяции и интерполяции Сибсона проведен сотрудниками Московского Физико-Технического института В.Д. Ивановым и С.А. Корытником. Методика опубликована в работах [Беликов, и др., 1997а, б; Belikov, Semenov, 1998б, 2000]. Интересно, что в последующем предложенная интерполяционная формула была применена в новом варианте метода конечных элементов с «натуральными» базисными функциями [Sukumar et al., 2001].

Далее в разделе описан, следуя в основном [Беликов, и др., 1997б], алгоритм гармонической («несибсоновской») интерполяции – нового варианта интерполяции значений функции на системе произвольных точек в конечномерном евклидовом пространстве E^n . Доказан ряд свойств этого метода, приведены результаты его сравнения с интерполяцией Сибсона [Sibson, 1980, 1981] и интерполяцией, основанной на триангуляции Делоне.

Предлагаемый алгоритм решает задачу о вычислении в заданной точке x_0 в E^n значения f_0 некоторой скалярной функции $f = f(x)$ по ее значениям $\{f_k\}$, заданным на фиксированной системе точек-узлов $[x_k]$ в E^n . При этом предполагается, что точка, в которую интерполируется значение f , находится внутри области, ограниченной выпуклой оболочкой, построенной по $\{x_k\}$.

Потребность в такого рода интерполяционных алгоритмах возникает в ряде научных и прикладных задач, в частности, в задачах компьютерной графики; вычислительной гидродинамике и гидравлике (например, расчеты течений на неструктурированных сетках или различными методами частиц); при обработках массивов данных в картографии и геодезии и др.

В п.4.4.1 дан обзор основных методов интерполяции и их свойств, в п.4.4.2 изложен и исследован предлагаемый алгоритм, в п.4.4.3 на основе численных расчетов проведено сравнительное исследование различных способов интерполяции.

4.4.1. Формулировка методов интерполяции и их свойств

Будем рассматривать такие алгоритмы решения задачи о вычислении в заданной точке x_0 в E^n значения f_0 некоторой функции по ее значениям $\{f_k\}$, заданным на фиксированной системе точек $\{x_k\}$ в E^n , которые сводятся тем или иным способом к окончательной формуле вида

$$f_0 = \sum_{m=1}^M \alpha_m f_m, \quad \sum_{m=1}^M \alpha_m = 1, \quad \alpha_m \geq 0, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (4.4.1)$$

где α_m – коэффициенты интерполяции, зависящие от расположения системы точек и не зависящие от f ; M – число точек, по которым производится интерполяция функции f (назовем их соседями x_0). Дополнительным требованием на формулу (4.4.1) и коэффициенты α является точное выполнение этого равенства для случая линейной функции f (интерполяция первого порядка). При этом условие $\sum_{m=1}^M \alpha_m = 1$ обеспечивает точное выполнение равенства (4.4.1) для функции f , равной константе. Условия $\alpha_m \geq 0$ и $\sum_{m=1}^M \alpha_m = 1$ обеспечивают ограниченность нормы результата интерполяции: $\|f_0\| \leq \max \|f_m\|$.

Различные алгоритмы интерполяции отличаются способами выбора коэффициентов α_m и методами выбора соседей для данной точки x_0 в E^n . Среди множества известных методов особое место занимает интерполяция Сибсона [Sibson, 1980, 1981], которая, помимо перечисленных выше свойств, обеспечивает также единственность и непрерывность результатов интерполяции и их устойчивость относительно малых возмущений исходных данных. Далее описывается «несибсоновский» метод интерполяции на произвольном наборе точек, обладающий такими же свойствами.

Проблема единственности и непрерывности интерполяции связана с тем, что одним из подходов к интерполяции функций является разбиение пространства непересекающимися симплексами в E^n : треугольниками при $n = 2$, тетраэдрами при $n = 3$ и т.д., с вершинами симплексов, соответственно, в данной системе узлов $\{x_k\}$. Далее интерполируемая функция внутри симплекса приближается гладкой, например линейной, функцией. Это позволяет построить f_0 в любой точке x_0 . Корректное разбиение пространства на треугольники (или симплексы в E^n), называемое триангуляцией,

может производиться различными способами. При этом точность интерполяции зависит от качества триангуляции: показано, что ошибка при линейной интерполяции уменьшается при увеличении минимального угла. Среди множества триангуляций существует выделенная, обладающая рядом минимаксных свойств. Это – триангуляция, при которой достигается максимум минимального угла по всем треугольникам, и она называется триангуляцией Делоне, которая также неоднозначна (достаточно рассмотреть прямоугольник, в котором для триангуляции может быть проведена как одна, так и другая диагональ). Неоднозначность приводит к структуре соседей, которая может резко меняться при малом изменении координат узлов и тем самым приводить к резким изменениям (негладкости) результатов интерполяции.

Другим важным случаем разбиения пространства является разбиение на ячейки Дирихле или выпуклые многогранники области Дирихле. Ячейка Дирихле для данной узловой точки x_0 – это объединение точек пространства, расстояние от которых до x_0 меньше, чем до остальных узлов. Среди многочисленных свойств этих ячеек особо следует отметить единственность разбиения и непрерывную зависимость всех геометрических параметров ячеек от координат узловых точек. Конструктивный способ построения таких ячеек, хотя и медленный для практических приложений (с числом операций $O(N^2)$, где N – общее число точек), следующий. Если соединить точку x_0 отрезками со всеми точками x_k и из середин каждого отрезка провести в обе стороны перпендикуляр (или перпендикулярную n -плоскость), то получившийся выпуклый многоугольник (многогранник) является ячейкой Дирихле. Ячейки Дирихле разбивают все пространство на выпуклые многоугольники (многогранники), в каждом из которых находится только один из узлов системы точек. Разбиение на ячейки Дирихле однозначно строится по триангуляции Делоне. При этом справедливо, хотя и неоднозначно, и обратное утверждение.

Примеры генераций ячеек Дирихле приведены на Рис. 4.4.1. Крестиками отмечены узлы, линиями – границы ячеек и границы области. Для построения разбиения в этой работе использован метод, аналогичный методу Бауэра, с некоторыми частными модификациями работы. Во-первых, все точки были заключены в объемлющий симплекс, чтобы избежать неограниченных ячеек Дирихле. Во-вторых, для ускорения геометрического перебора и поиска использовался быстрый алгоритм 4-дерева (quadtree) или 8-дерева в 3-мерном случае. Число операций у такого алгоритма разбиения составляет $O(N \lg N)$, где N – число узлов.

Построение ячеек Дирихле естественным образом приводит к определению соседей для точки x_0 . Это те узлы, принадлежащие ячейкам Дирихле, которые имеют общую грань с ячейкой вокруг x_0 . Такое определение соседей позволяет сформулировать метод интерполяции Сибсона [Sibson, 1980, 1981], в виде (4.4.1).

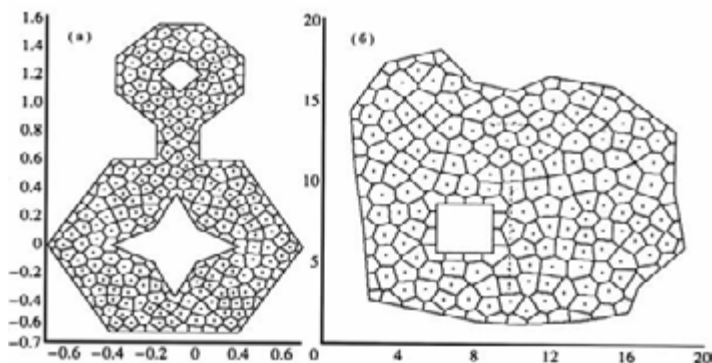


Рис. 4.4.1. Примеры разбиения области на ячейки Дирихле

При этом коэффициенты α_m полагаются пропорциональными площадям (объемам) многоугольников (многогранников), которые вырезаются из ячейки Дирихле для x_0 соответствующими ячейками Дирихле, принадлежащими соседям x_0 и построенными в отсутствие x_0 .

Строгое определение интерполяции Сибсона дается в следующем виде. Пусть $\{x_i\}$, $i = 0, 1, \dots, N$, – отдельные точки евклидова пространства E^n . Пусть $T_k = \{x \in E^n: d(x, x_k) < d(x, x_m), m \neq k\}$ и $T_{km} = \{x \in E^n: d(x, x_k) < d(x, x_m) < d(x, x_l), l \neq mk\}$ (d – евклидово расстояние, T_k – ячейка Дирихле для x_k). Тогда $T_k = \bigcup_{m \neq k} T_{km}$ (T_{km} может быть пустым множеством). Если $|T_k| < +\infty$, тогда имеет место $\sum_{m \neq k} |T_{km}| x_m = |T_k| x_k$, где $|\cdot|$ обозначает меру Лебега в E^n . Таким образом определенные $|T_{km}|$ называются коэффициентами (координатами) Сибсона. С их свойствами, формальным определением и обобщениями можно познакомиться в [Sibson, 1980, 1981]. При этом в использованных ранее обозначениях α_m вводятся как $\alpha_m = |T_{0m}|/|T_0|$ (запись α_m для точки x_0).

4.4.2. Несибсоновская (гармоническая) интерполяция и ее свойства

Метод интерполяции основан на определении соседей с помощью разбиения Дирихле. Пусть точка x_0 принадлежит многоугольнику (многограннику) Дирихле с числом сторон (граней), равным M . Обозначим длины сторон многоугольника (или площади граней в трехмерном случае) через s_m , $m = 1, 2, \dots, M$, а высоты, опущенные из x_0 на s_m (или расстояние от x_0 до m -й грани), – через h_m . Тогда (4.4.1) принимает вид:

$$f_0 = \sum_{m=1}^M \alpha_m f_m, \text{ где } \alpha_m = (s_m/h_m) \left(\sum_{j=1}^M s_j/h_j \right)^{-1}, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (4.4.2)$$

Такой способ определения коэффициентов α_m проще и экономичнее, чем в методе Сибсона, как не требующий вычисления площадей частей пересечения многоугольников в двумерном случае или трудоемкого вычисления объемов частей пересечения многогранников в трехмерном случае и т.д.

Строгое определение нового метода дадим в следующем виде. Пусть $\{x_i\}$, $i = 0, 1, \dots, N$ – отдельные точки евклидова пространства E^n . Пусть $T_k = \{x \in E^n: d(x, x_k) \leq d(x, x_m), m \neq k\}$ и $t_{km} = \{x \in T_k \cap T_m, m \neq k\}$ (d – евклидово расстояние), T_k – ячейка Дирихле для x_k , t_{km} может быть пустым множеством. Если $d^{-1}(x_k, x_m) < +\infty$, тогда имеет место равенство $\sum_{m \neq k} x_m |t_{km}| / d(x_k, x_m) = x_k \{\sum_{m \neq k} |t_{km}| / d(x_k, x_m)\}$, где $|\cdot|$ обозначает меру Лебега в E^{n-1} . При этом в использованных ранее обозначениях $\alpha_m = [|t_{om}| / d(x_0, x_m)][\sum |t_{om}| / d(x_0, x_m)]^{-1}$ (запись α_m для точки x_0).

Докажем свойство линейности сформулированного метода интерполяции для случая E^n . Рассмотрим аналогично линейную функцию $f(x)$ в E^n и покажем, что (4.4.2) выполнено для нее тождественно. Поместим сначала x_0 (для определенности) в точку $x = 0$ и сдвигом на постоянную (это можно сделать, так как $\sum_{m=1}^M \alpha_m = 1$) добьемся, чтобы $f(0) = 0$. Тогда доказываемое свойство линейной интерполяции принимает вид:

$$\left(\sum_{m=1}^M x_m s_m / h_m \right) \left(\sum_{j=0}^M s_j / h_j \right)^{-1} = 0. \quad (4.4.3)$$

Для доказательства введем в рассмотрение I_p – единичный орт с номером p в ортогональной системе координат, введенной в E^n , где $p = 1, 2, \dots, n$. Рассмотрим теперь скалярный поток постоянного векторного поля, равного I_p , через замкнутую поверхность S_0 многогранника Дирихле, окружающего точку $x = 0$ и имеющего объем V_0 . По теореме Остроградского-Гаусса,

$$\oint_{S_0} I_p dS = \int_{V_0} \text{div} I_p dV = 0. \quad (4.4.4)$$

Используя (4.4.4), получаем следующую цепочку тождеств:

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^n I_p \oint_{S_0} I_p dS &= \sum_{p=1}^n I_p 0 = 0 = \sum_{p=1}^n I_p \sum_{m=1}^M \left(\frac{s_m x_m}{|x_m|, I_p} \right) = \\ &= \sum_{p=1}^n I_p \sum_{m=1}^M s_m (x_m, I_p) / (2h_m) \\ &= \left[\sum_{m=1}^M s_m / (2h_m) \right] \sum_{p=1}^n I_p (x_m, I_p) = \sum_{m=1}^M x_m s_m / (2h_m). \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

Тем самым (4.4.3) доказано (при доказательстве использовано $|x_m| = 2h_m$). Другие свойства интерполяции, такие, как однозначность и непрерывность ее коэффициентов от координат узлов, следуют из ее определения.

4.4.3. Сравнительное исследование алгоритмов интерполяции

Ниже приводятся результаты сравнительного численного анализа с применением трех способов интерполяции: графики на основе триангуляции

Делоне помечены через D , с помощью интерполяции Сибсона – через S и несибсоновской – через nS .

Для применяемой триангуляции разбиение производилось один раз вначале и далее не менялось. При этом для интерполяции на основе триангуляции Делоне рассматривалось, в какой из треугольников попадала точка x_0 , и далее производилась соответствующая линейная интерполяция. При интерполяции по ячейкам Дирихле всегда производился расчет нового разбиения Дирихле-Вороного при добавлении или любом перемещении точки x_0 . Примеры сеток из ячеек Дирихле показаны на Рис. 4.4.1.

Первая группа тестов была осуществлена на примере гладких функций, которые задавались в узлах с Рис. 4.4.1. При этом оказалось, что на гладких функциях все методы дают практически совпадающие, эквивалентные результаты, визуально неразличимые.

Поэтому далее приводятся результаты для функций, сильно отличающихся своими значениями в узлах сетки, где характерная разница между методами более заметна. На Рис. 4.4.2а приведены типичные графики проинтерполированной функции, заданной на узлах с Рис. 4.4.1б вдоль горизонтальной штриховой линии, соответственно, тремя методами интерполяции. В качестве базовой функции использовалась функция типа ступеньки. А именно, на сетке с Рис. 4.4.1б была задана функция, равная нулю при $x < 10$ и равная 1 при $x > 10$.

На Рис.4.4.2б в более крупном масштабе изображен верхний фрагмент Рис. 4.4.2а. Из Рис.4.4.2 следует, что nS и S дают более гладкое восполнение, чем D , к тому же эти методы обеспечивают непрерывную зависимость от начальных данных. При этом по S получаются чуть более гладкие результаты, чем по nS .

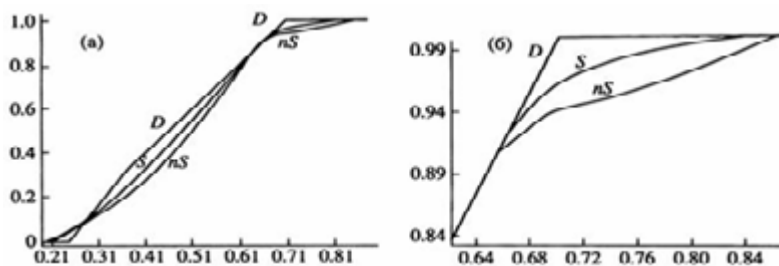


Рис. 4.4.2. Сравнение различных методов интерполяции на горизонтальном разрезе

На Рис. 4.4.3а изображен фрагмент восполнения этой функции вдоль вертикального сечения, также изображенного пунктиром на Рис. 4.4.1б. Сечение бралось по границе разрыва. Видна большая гладкость nS и S , к тому же эти методы обеспечивают непрерывную зависимость от начальных данных, в то время как результаты, полученные по D , как видно, дают сильно отличающуюся интерполяцию в соседних точках при малом перемещении

узлов. Аналогичные результаты наблюдались и в других случаях при использовании изотропного распределения узлов.

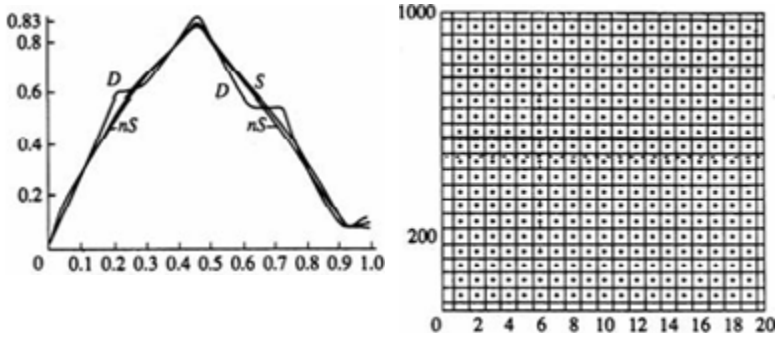


Рис. 4.4.3. Сравнение различных методов интерполяции на вертикальном разрезе (а) и неизотропная сетка (б) с отличием размеров шагов по направлениям в 50 раз

Тем не менее встречались случаи, когда D давало более удовлетворительные результаты, но это наблюдалось достаточно редко при использовании сильно анизотропного распределения узлов. Рис. 4.4.3б – иллюстрация такого случая: это выбранная для интерполяции регулярная сетка, в узлах которой задана функция, равная 100 при $5 \leq x \leq 10$ и равная нулю в остальных точках. При этом сетка выбрана с большой разницей (в 50 раз) в шагах по разным направлениям. На Рис. 4.4.4а изображен пример интерполяции на этой сетке в горизонтальном сечении и на Рис. 4.4.4б – в вертикальном сечении. Оба сечения отмечены на Рис. 4.4.3б штриховой линией. На Рис. 4.4.4а происходит сравнительно сильное сглаживание результатов при использовании методов S и nS . Это объясняется вовлечением в интерполяцию большего числа соседей, чем при D . Этот же эффект на Рис.4.4.5б приводит уже к немонотонным результатам интерполяции (как и на Рис.4.4.3а).

Пиковые значения результатов интерполяции по S и nS близки к реальным, только когда точка интерполяции близка к узлам со значением функции, равным 100. При удалении от них происходит сглаживание результата из-за вовлечения большего числа соседей, чем в D . Но и в этом случае результаты S и nS достаточно близки.

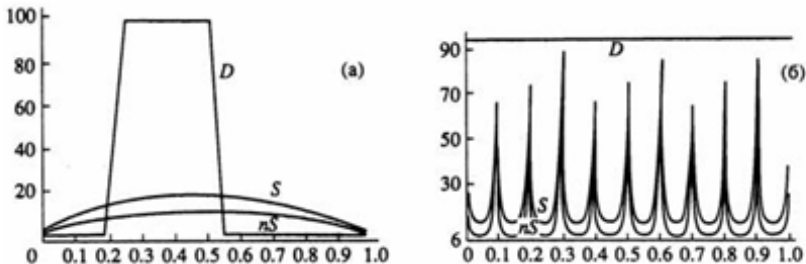


Рис. 4.4.4. Сравнение различных методов интерполяции на неизотропной сетке рис. 4.4.3б

Таким образом, каждый из рассмотренных методов интерполяции имеет свои позитивные и негативные черты. В частности, триангуляционный метод, вообще говоря, неоднозначен, как неоднозначна и сама триангуляция Делоне, и, как следствие, при этом нет непрерывной зависимости от начальных данных. Но, с другой стороны, в триангуляции наблюдается большая локальность результатов по сравнению с nS и S . Действительно, пусть в некотором узле задана единица, при этом значения функции в остальных узлах полагаются нулевыми. Тогда для D ненулевые значения получаются только в треугольниках, одна из вершин которых в узле с единицей, в то время как у nS и S ненулевые значения на кругах, описанных вокруг этих треугольников. Дополнительное преимущество для D – это более простой алгоритм вычисления значения функции.

Далее, в силу того что методы nS и S оба опираются на понятие ячейки Дирихле, из этого следует однозначность и непрерывная зависимость интерполяции от начальных данных и координат узлов. Непосредственная причина формулировки нового метода nS – сложность реализации S , особенно в трехмерном случае. Действительно, в E^n метод S требует вычисление сложных n -мерных объемов, образуемых пересечением ячеек Дирихле. Метод nS позволил снизить громоздкость таких вычислений, во-первых, устранив необходимость расчета площадей пересечения и, во-вторых, позволив ограничиться только вычислением площадей граней ячеек (по сути дела, объемов, но размерности уже $n - 1$). Вследствие этого nS проще в реализации, работает более быстро и может найти применение, в частности, в компьютерной графике и компьютерных вычислениях, где важна скорость работы алгоритмов.

Новый метод интерполяции, реализованный в виде алгоритма и программы пересчета значений функции из одного нерегулярного набора точек в другой, успешно использовался при пересчете рельефа земной поверхности в узлы сеток при численном решении более 200 реальных задач. Он может быть рекомендован для практического применения.

4.5. Калибровка и верификация компьютерных моделей. Выбор коэффициентов гидравлических сопротивлений

Адекватность математической и численной моделей описываемому классу течений должна обосновываться сопоставлением с данными наблюдений и измерений. Сопоставления могут быть прямыми и косвенными (опосредованными), причем как с экспериментальными, так и с натурными данными. Важное значение при разработке численных алгоритмов имеет проверка точности дискретных аналогов исходных уравнений на аналитических тестах. Построение компьютерной модели реального объ-

екта должно завершаться ее калибровкой и валидацией, подтверждающей соответствие модели и натуры. Рассмотрим все перечисленные аспекты подробнее.

Широкий класс природных течений со свободной поверхностью (в реках, озерах, на шельфе и т.п.) достаточно хорошо описывается одномерными, двумерными или трехмерными уравнениями мелкой воды, основным допущением при выводе которых является предположение о гидростатическом законе распределения давления по глубине потока. Это нелинейные уравнения в частных производных гиперболического типа, и класс их аналитических решений достаточно узок. Здесь можно назвать задачу о прямолинейном равномерном движении в наклонном призматическом русле при наличии сил трения, задачу Римана о распаде произвольного разрыва (задача о разрушении плотины), задачу о точечном взрыве, задачу о течении при больших числах Фруда в сужающемся русле с образованием косых гидравлических прыжков, и ряд других (см. Главу 3). В основном аналитические тесты используются для оценки точности и сходимости численных схем. Сопоставление расчетов с некоторыми аналитическими тестами приведено в главе 3. Более широкий и разнообразный класс тестов образуют физические эксперименты, выполненные в гидравлических лотках и на русловых площадках специально для этой цели. Важным аспектом здесь является возможность проверить не только точность численных схем, но и адекватность применяемых систем уравнений (математических моделей) реальным физическим процессам. Некоторые известные тестовые эксперименты: течение в канале с обратным уступом в плане, обтекание ступеньки на дне, течение в прямоугольной каверне, растекание бурного потока по наклонной плоскости, разрушение плотины в криволинейном русле и в русле с изломом (коленом), распространение волны прорыва при внезапном расширении русла, накат длинных волн на берег и ряд других. Характерной особенностью экспериментальных тестов являются известные с достаточно высокой точностью характеристики потока (расходы, уровни воды) и параметры расчетной области (батиметрия, коэффициенты шероховатости и т.п.). Сопоставление расчетов по разработанным авторами монографии алгоритмам с экспериментальными тестами приведено в главе 3.

Наиболее важным с точки зрения практических результатов является компьютерное моделирование натурных объектов. После построения компьютерной модели реального объекта очередным шагом является ее калибровка, т.е. достижение минимальных отклонений расчетов от данных измерений (например, на водомерных постах) посредством подбора (изменения) свободных параметров математической модели. Обычно погрешность определения батиметрических, гидрологических и гидравлических параметров потока составляет 5–10%, что в большинстве случаев не позволяет требовать и большей точности расчетов. Для двумерных уравнений мелкой воды единственным свободным параметром (если исключить фиктивный

коэффициент искусственной вязкости, присутствующий в некоторых алгоритмах для обеспечения устойчивости схемы, или аналогичные параметры моделей турбулентности) является коэффициент гидравлического сопротивления либо заменяющий его коэффициент шероховатости. Поэтому калибровка соответствующих моделей производится в основном путем подбора коэффициентов шероховатости и уточнением граничных условий.

Здесь следует сформулировать важное принципиальное замечание относительно подбора коэффициентов шероховатости. До эпохи применения ЭВМ и особенно возможности решения двумерных и трехмерных задач на подробных сетках основным расчетным уравнением для решения гидравлических задач считалось уравнение Шези. При этом не учитывались инерционные свойства потока, а в коэффициент сопротивления включались все потери энергии потока по длине (на трение, конвективные, на внезапное расширение и т.п.). Поэтому для реальных объектов коэффициенты шероховатости обычно сильно варьировались по длине и площади, а зачастую выходили за пределы разумных значений. Напротив, при численном решении двумерных уравнений Сен-Венана с учетом детальной батиметрии на густых сетках все потери энергии, кроме потери на собственно трение о шероховатую поверхность дна русла или поймы, учитываются автоматически в процессе решения и не должны включаться в коэффициент шероховатости. Тем самым в таких расчетах коэффициент шероховатости становится параметром, характеризующим исключительно шероховатость подстилающей поверхности, а его изменчивость для конкретного участка русла или поймы становится минимальной, в чем убеждают многочисленные расчеты реальных объектов (см. гл. 5–9). Для обоснования этого положения приведем несколько примеров расчетов из числа объектов, не вошедших в последующие главы.

Верификация численной модели (в данном случае неявной схемы, изложенной в [Беликов, Зайцев, Милитеев, 2001]) проводилась на устойчивом с точки зрения русловых деформаций отрезке средней Лены, где на перекате Хатын-Тумул русло реки пересекает скальный порог. Поэтому можно было проследить гидродинамику потока в различные фазы водного режима без учета русловых деформаций, определить вариацию коэффициентов шероховатости. В качестве расчетной области был принят 11-ти километровый (при средней ширине 1 км) участок русла от верхней плесовой ложины переката Хатын-Тумул, на который выполнен большой комплекс натурных измерений уровней и уклонов водной поверхности (Рис. 4.5.1). Существенная протяженность участка позволяет в расчете «установиться» равновесной структуре течения в зависимости от рельефа дна и граничных условий. В широком диапазоне изменения расходов воды (от меженных до максимальных паводковых) скоростное поле менялось весьма сильно (Рис. 4.5.2), вплоть до образования водоворотной зоны у правого берега длиной до 1 км (Рис. 4.5.3).

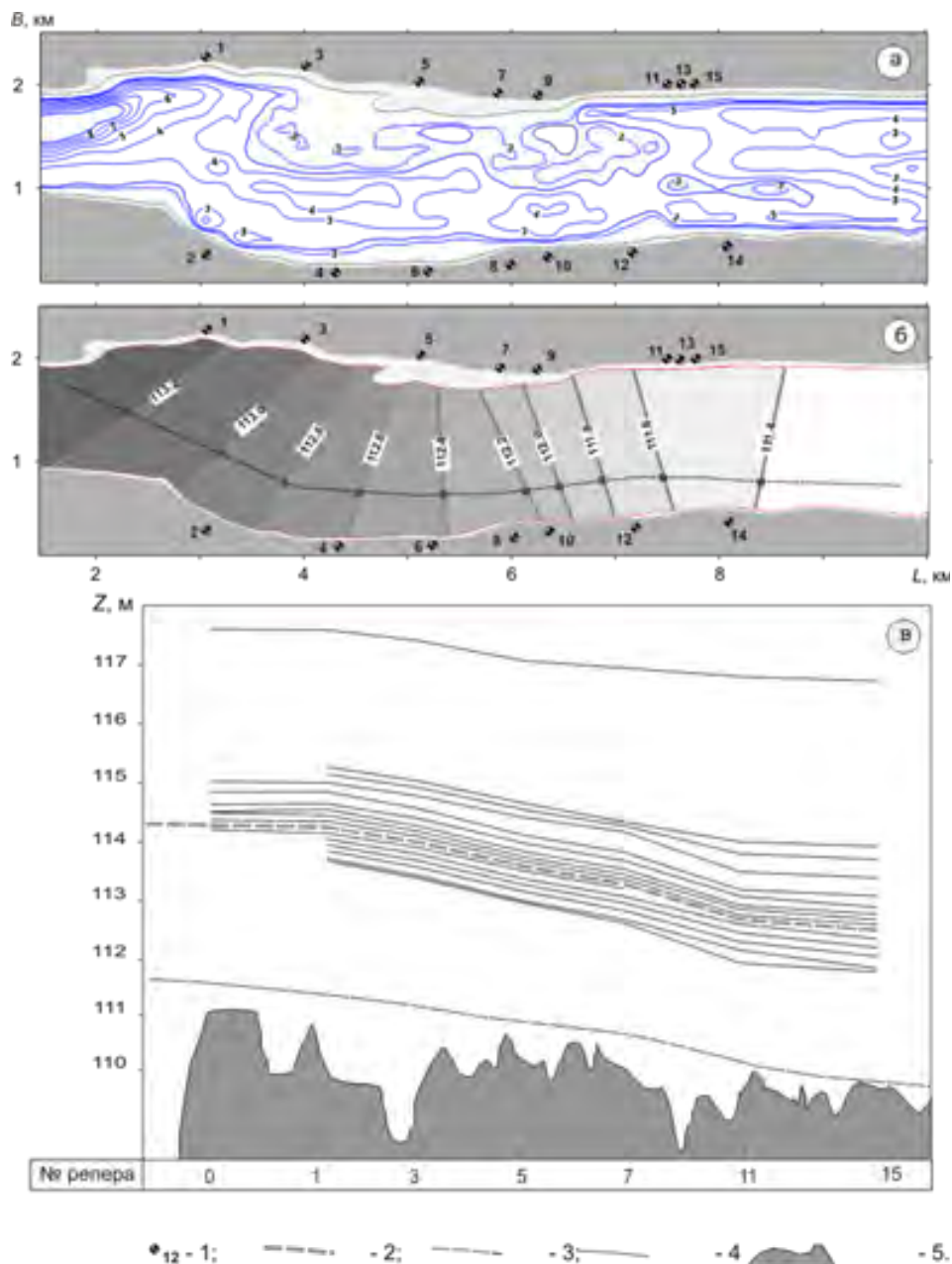


Рис. 4.5.1. Результаты натурных наблюдений на перекате Хатын-Тумул.
 а и б – соответственно глубины переката и отметки водной поверхности при проектном уровне; в – продольные профили при различных уровнях. 1 – репер; 2 – проектный уровень; 3 – осредненное дно; 4 – измеренные профили свободной поверхности; 5 – продольный рельеф дна по линии наибольших глубин

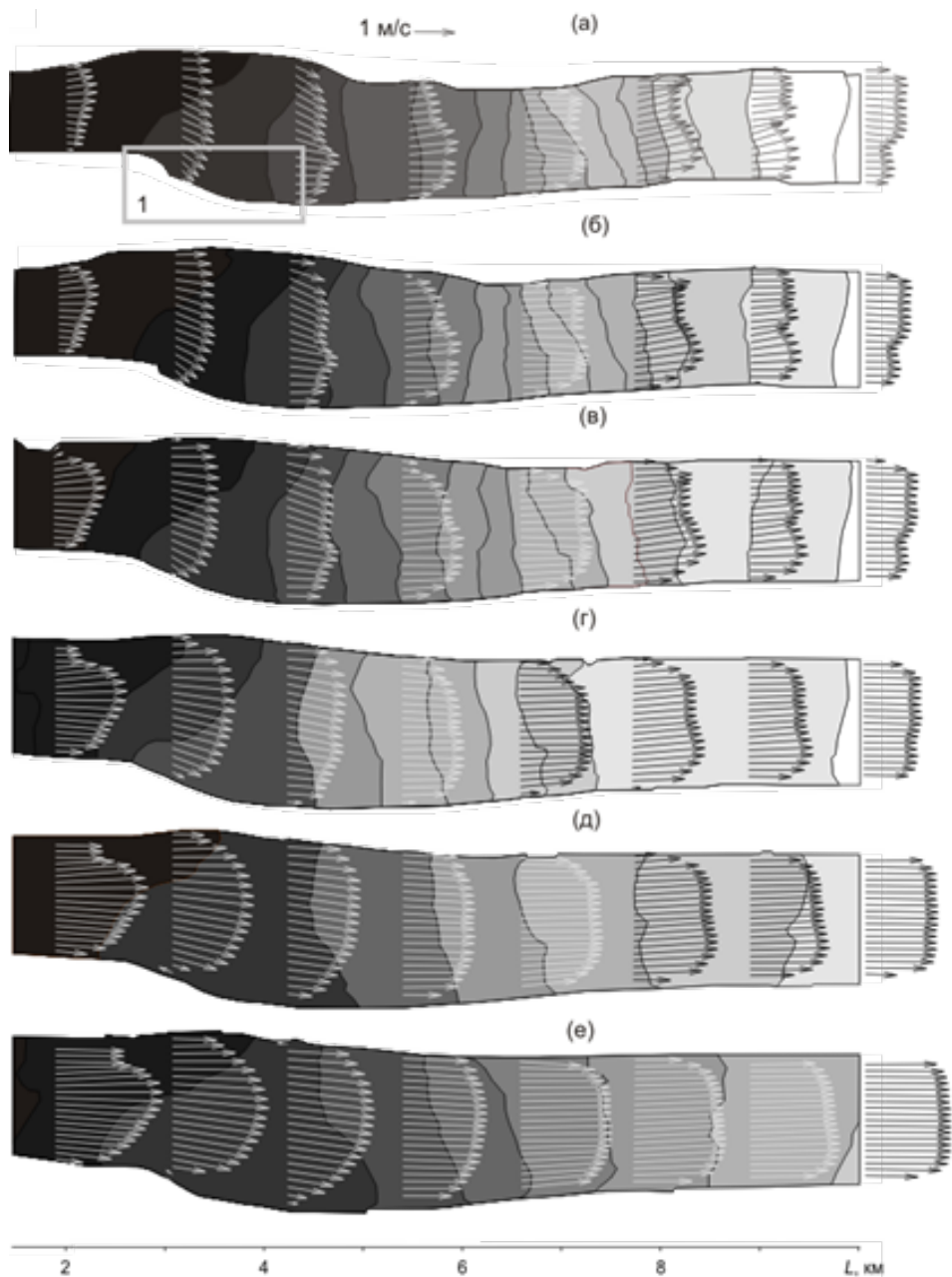


Рис. 4.5.2. Рассчитанные скорости течения и уровни водной поверхности на перекате Хатын-Тумул при $Q = 3200, 4800, 7000, 14000, 26000, 44000 \text{ м}^3/\text{с}$ (а–е соответственно)

Калибровка выполнялась по величине перепада уровней водной поверхности между начальным и конечным створами наблюдений. Наилучшее совпадение рассчитанных и натурных данных при всех значениях расхо-

дов было достигнуто при одном и том же коэффициенте шероховатости в формуле Маннинга $n = 0,028$ (несколько повышенное значение n объясняется, по-видимому, пластинчатым выходом скальных пород в русле реки на участке переката).

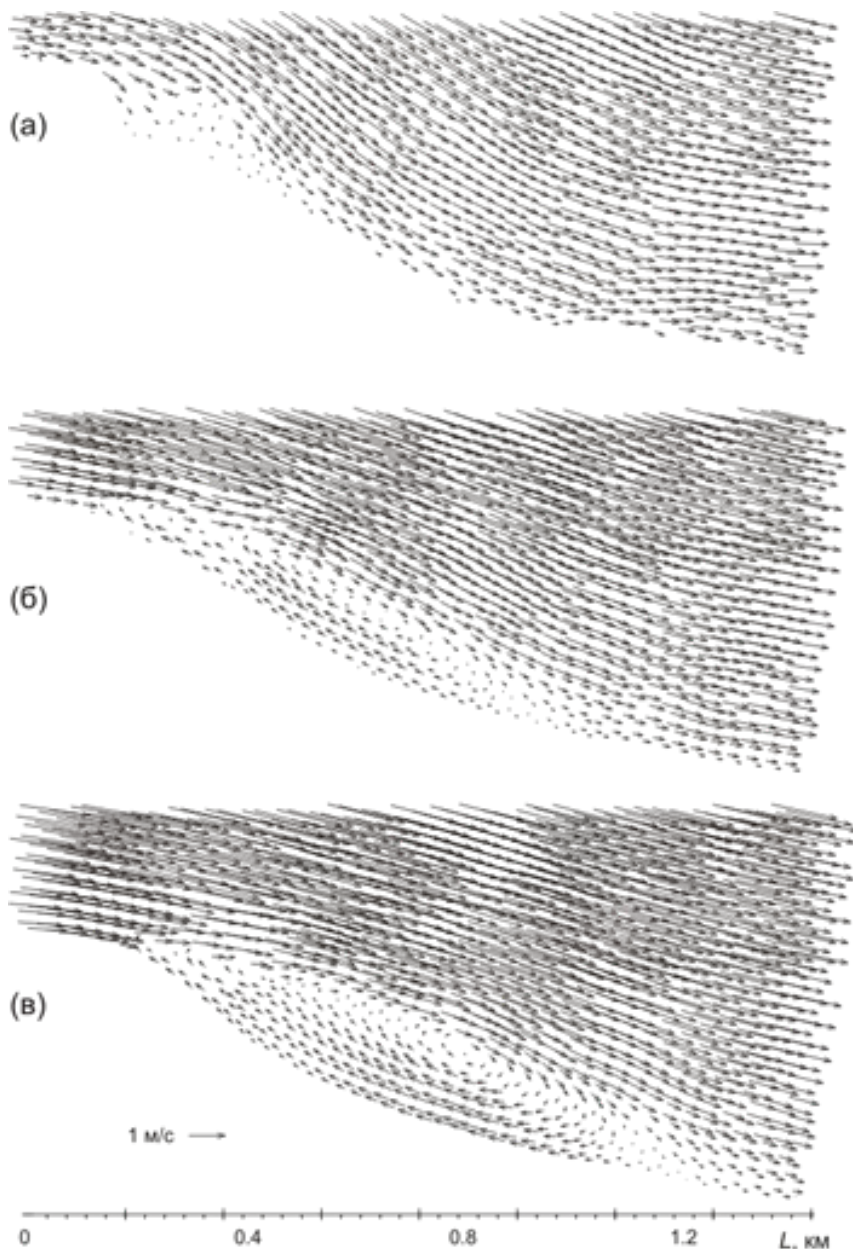


Рис. 4.5.3. Развитие водоворота в области отрыва течения на изгибе береговой линии при $Q = 7000, 26000, 44000 \text{ м}^3/\text{с}$ (а, б, в соответственно)

Другой пример относится к расчету участка слияния рек Лены и Алдана (так называемый Алданский узел) [Беликов, Зайцев, Милитеев, 2002]. На этом участке ширина Лены достигает 6 км, в русле много крупных островов (в расчетах учитывалось больше двадцати). При известных расходах воды в Лене и Алдане проводились натурные измерения распределения расходов между рукавами русла, и эти значения сопоставлялись с расчетами при различных коэффициентах шероховатости (Рис. 4.5.4). Хорошее совпадение было получено при значении $n = 0,025$, одинаковом для всех рукавов. Отметим, что в обоих перечисленных случаях существенными были инерционные эффекты, которые достаточно хорошо моделируются двумерными уравнениями Сен-Венана по разработанным авторами алгоритмам. Фактически можно утверждать, что одна из основных задач гидравлики открытых потоков о распределении расходов между рукавами русла в настоящее время имеет обоснованное достаточно точное решение в произвольном случае при применении современных численных методов и наличии хорошей батиметрии.

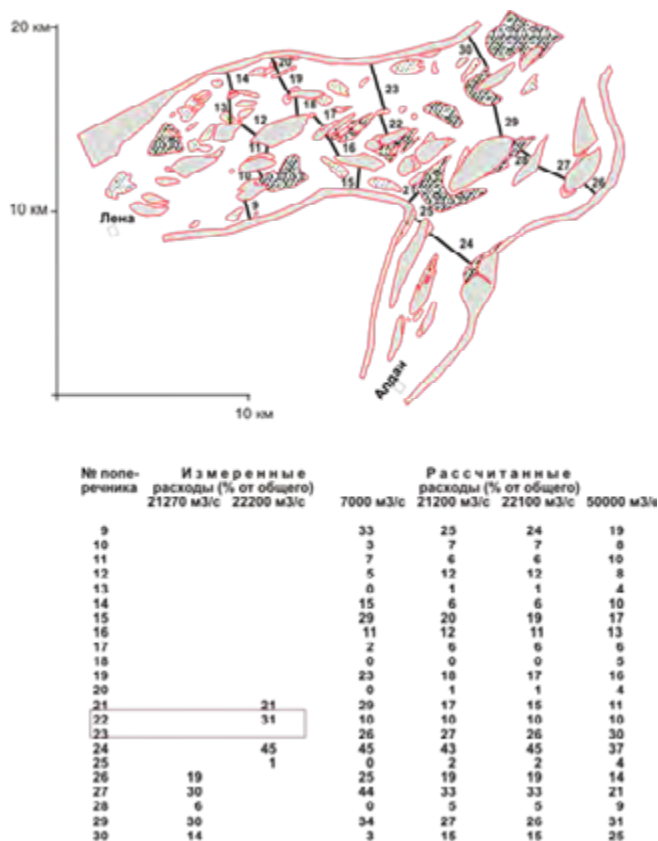


Рис. 4.5.4. Сравнение результатов измерений и расчета распределения воды по рукавам и протокам на участке слияния рек Лена и Алдан

В задачах моделирования наводнений эффективным средством валидации результатов расчетов является сопоставление зон затопления с данными космических снимков (см. Рис. 4.5.5, а также п. 8.4).

Большой опыт реальных расчетов показывает, что хорошее совпадение с данными измерений может быть достигнуто при единых для всей расчетной области коэффициентах шероховатости, отличающихся только для русловых и пойменных участков и принимающих в основном значения, близкие к стандартным (для русла 0,025, для поймы 0,05). Так, при расчете катастрофического наводнения в Приморье на притоках р. Усури (см. п.8.2) коэффициент шероховатости русел после калибровки был принят 0,025, поймы 0,05; при расчете р. Волги у г. Саратова 0,0245 и 0,05 соответственно во всем диапазоне изменения расходов от меженных до паводковых (Рис.4.5.6); для модели р. Колымы в районе пос. Зырянка 0,024 и 0,06, и т.д.

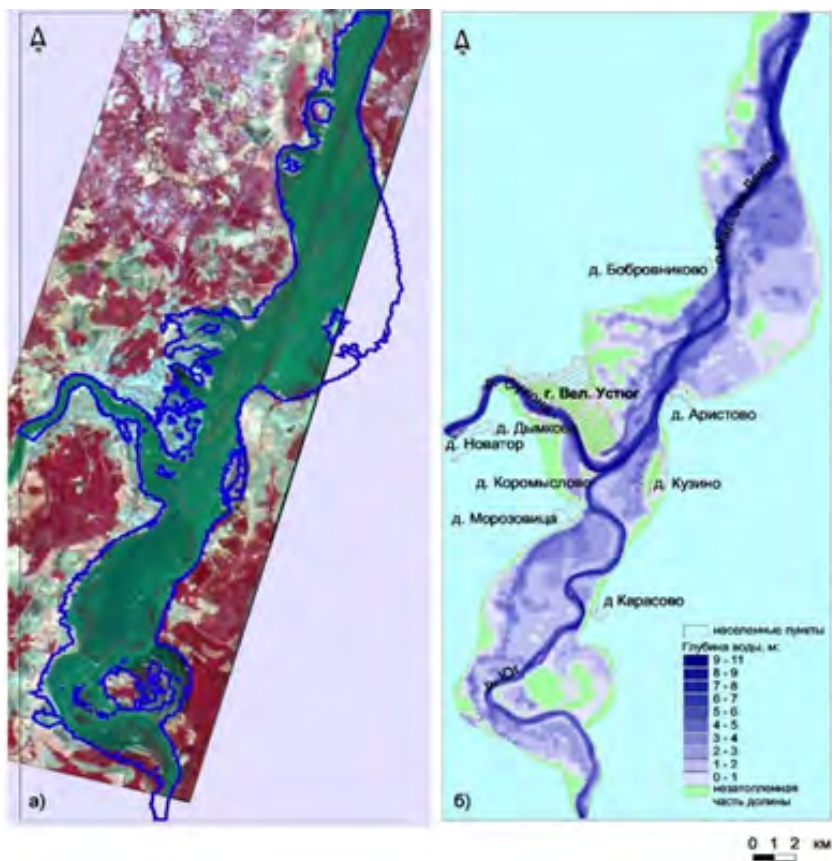


Рис. 4.5.5. Затопление пойм в районе г. Великий Устюг в период весеннего половодья: (а) – космический снимок (синяя линия – рассчитанная по гидрологической модели граница затопления совмещенная с со снимком); (б) – глубины воды, полученные на основе гидрологического моделирования (уровень по г/п г. Великий Устюг – 654 см, расход р. Сухоны – 4210 м³/с, р. Юг – 2780 м³/с)

Иногда встречаются случаи косвенного подтверждения точности выполненных расчетов и правомерности предлагаемых рекомендаций. Так, например, при определении схемы защиты г. Виллойска от размывов берега во время наводнений [Беликов, Зайцев, Милитеев, 2002; Zaitsev, Belikov, Militeev, 2004] были даны рекомендации по устройству четырех полузапруд, которые должны были защитить весь размываемый участок берега (Рис.4.5.7). Реально были сооружены две полузапруды из четырех, и на незащищенном участке подмыв берега длительное время продолжался.

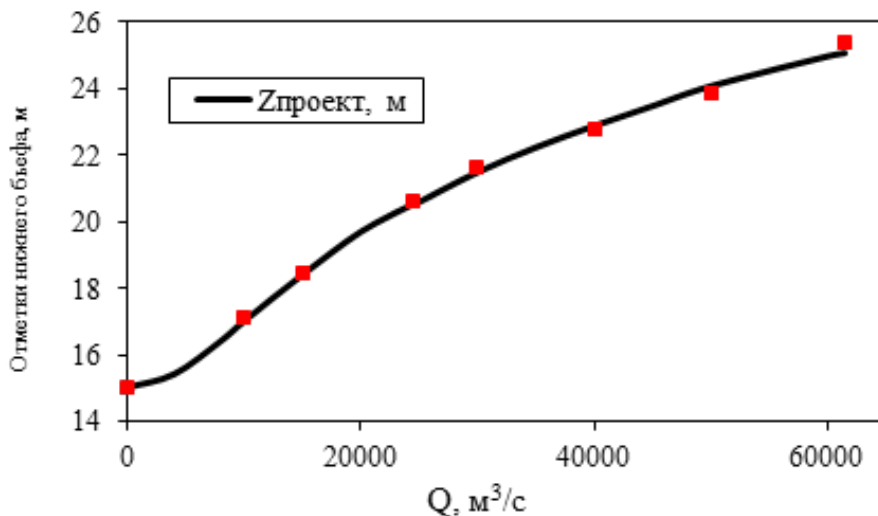


Рис. 4.5.6. Кривая зависимости $Q(H)$ в нижнем бьефе Саратовской ГЭС (точки – расчет по математической модели, сплошная линия – уровни по проекту)

Важным методом оценки достоверности и точности производимых расчетов является сопоставление результатов, полученных для одного объекта по различным алгоритмам (например, по явной и неявной схемам, схемам первого и более высоких порядков) и на различных сетках (вложенных, прямоугольных, треугольных, гибридных). Так, например, при расчете приливных и ветровых течений в мелководных заливах на о. Сахалин [Беликов, 2005] применялись явная и неявная по времени схемы на одной и той же сетке. Максимальная по акватории сложной формы протяженностью более 40 км разница уровней водной поверхности составила 5%, средняя около 2% относительно максимальной амплитуды колебаний уровня. Расчеты течения участка р. Припять в районе Чернобыльской АЭС производились по явной схеме на гибридной сетке и по неявной схеме на прямоугольной сетке. Кроме того, производилось физическое моделирование на воздушно-напорной модели. Результаты оказались достаточно близкими. Участок р. Лены у г. Ленска рассчитывался на треугольной сетке по неявной схеме и на гибридной треугольно-четырёхугольной сетке по явной схеме. Разница

в результатах оказалась незначительной. Комплексное исследование реальных объектов на основе нескольких различных алгоритмов, а также с применением фрагментарного компьютерного и физического моделирования является наиболее правильным и точным в настоящее время. Вопросы калибровки и верификации компьютерных гидравлических моделей рассмотрены при описании многочисленных конкретных объектов в главах 5–9 монографии.

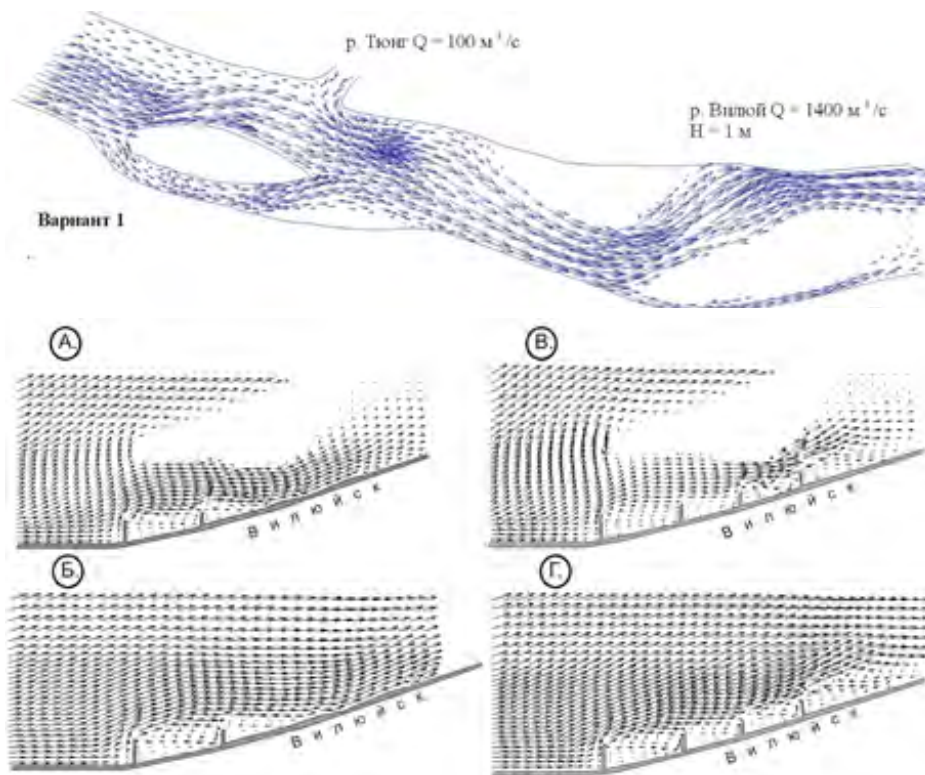


Рис. 4.5.7. Расчет поля скоростей при проектировании вариантов расположения берегозащитных полузапруд. (р. Вил'юй у г. Вил'юйска). А. – две полузапруды – меженный уровень, берег размывается в нижней части города. Б. – две полузапруды – уровень половодья, берег размывается в нижней части города. В. – четыре полузапруды – меженный уровень воды, берег не размывается потоком. Г. – четыре полузапруды – уровень половодья, скорости течения вдоль берега не достаточны для развития процесса размыва

4.6. Авторские компьютерные программы для моделирования открытых потоков

Для проведения гидравлических исследований методами компьютерного моделирования авторами монографии (с соавторами) начиная с 1984 года разработаны 12 зарегистрированных в СССР и Российской Федерации

программных комплексов, основанных на оригинальных алгоритмах, опубликованных в отечественных и зарубежных научных изданиях. Ссылки на программы даны в списке литературы.

Ниже приводятся краткие сведения о трёх программах в схематизации 1D, 2D, 3D, актуальных и наиболее используемых в настоящее время.

4.6.1 Программный комплекс «RIVER 1D» для расчета течений и переноса загрязнений в протяженной и разветвленной системе русел

Программный комплекс предназначен для гидродинамического моделирования речных течений и переноса загрязняющих веществ в реках, каналах, протяженных долинах и системах русел. В основу модели положены одномерные нестационарные уравнения Сен-Венана и переноса неконсервативной примеси, а также оригинальные авторские алгоритмы их дискретизации (Приложение А).

Программа RIVER 1D позволяет рассчитывать как стационарные, так и нестационарные режимы течения (в том числе при разрушении напорных фронтов гидроузлов) с учетом аккумуляции воды на пойме и управления режимами водотоков при помощи водоподпорных плотин. Развитый интерфейс с использованием ГИС-технологий позволяет эффективно анализировать и редактировать исходную информацию (поперечные сечения, гидрографы расходов), а также просматривать результаты расчетов (скорости и уровни воды, зоны затопления, концентрации загрязняющих веществ) на электронной топографической карте и распечатывать их в заданном масштабе.

Численное моделирование с помощью комплекса RIVER 1D позволяет принимать рациональные проектные решения и прогнозировать влияние природных явлений и человеческой деятельности на окружающую среду. Комплекс апробирован на ряде реальных объектов: бассейн р. Москва с притоками (см. Главу 5); четыре протяженных участка р. Волги (см. Главу 3); Камское и Воткинское водохранилища на р.Каме; р.Уфа, низовья р. Дон; р. Лена у г. Ленска и др.

4.6.2. Программный комплекс «STREAM 2D CUDA» для расчета течений, деформаций дна и переноса загрязнений в открытых потоках

Программный комплекс предназначен для гидродинамического моделирования речных течений в меженных и паводковых условиях, прогнозирования донных деформаций и переноса загрязняющих веществ, расчета волн прорыва напорных фронтов гидроузлов, распространения волн природных и техногенных паводков по урбанизированным территориям, моделирования течений в бьефах гидроузлов и у гидротехнических сооружений. В основу модели положены двумерные нестационарные уравнения мелкой воды, уравнения транспорта наносов с учетом неоднородного состава грунта, уравнения переноса неконсервативной примеси.

Для расчетов используется эффективный алгоритм численного решения уравнений мелкой воды на неструктурированных треугольно-четыреугольных сетках, основанный на методе типа Годунова второго порядка точности, который позволяет моделировать течения с зонами отрыва, нестационарными областями сухого дна и сложным рельефом подстилающей поверхности с резкими перепадами. Используется кусочно-линейная аппроксимация с разрывами для поверхности дна и новый алгоритм точного решения задачи о распаде гидродинамического разрыва над скачком дна, обеспечивающий единственность решения на неровном дне. Для расчета течений с сухими негоризонтальными участками дна предлагается упрощенный метод, допускающий отрицательные глубины и сохраняющий массу жидкости и состояние покоя. Для ускорения расчетов выполнено распараллеливание алгоритмов на графических процессорах

Точность и работоспособность метода подтверждена расчетами широкого набора аналитических тестов и сопоставлением с результатами экспериментальных исследований и натурных данных (Глава 3). Программный комплекс был применен для расчета более сложных задач – моделирования наводнений и волн прорыва с учетом гидротехнических сооружений и показал хорошие результаты на более чем 50 реальных объектах. В частности, было смоделировано печально известное наводнение 2012 года в г. Крымске, причем применение современных вычислительных технологий позволило выделить в расчетной области более 10 тысяч зданий и сооружений, обеспечив тем самым воссоздание реальной картины затопления города (см. Главу 8).

4.6.3. Программный комплекс «STREAM 3D» для расчета гидротермических режимов и переноса загрязнений в водотоках, водоемах и на шельфе

Программный комплекс предназначен для расчета трехмерных гидродинамических и термических полей, полей солености и загрязнений в водоемах и водотоках с учетом температурной и плотностной стратификации, приливных и ветровых течений при наличии гидротехнических сооружений. В основу модели положены трехмерные уравнения Рейнольдса в гидростатическом приближении, уравнения переноса температуры и примеси, схематизированные в приближении многослойной мелкой воды. Широко применялся для решения задач оптимизации гидротермических режимов систем внешнего охлаждения тепловых и атомных станций, расположенных как на берегу замкнутых водоемов-охладителей: Ростовская АЭС [Беликов, Румянцев, Норин, 2017], Нововоронежская АЭС [Belikov, Rumyantsev, Norin, 2018], Шатурская ГРЭС, Сургутские ГРЭС 1, 2, Верхнетагильская ГРЭС; так и в прибрежной зоне морей и океанов: АЭС «Куданкулам (Индия)» [Беликов, Румянцев, Норин, 2019], АЭС Аккую (Турецкая Республика) [Беликов, Румянцев, Норин, 2019], плавучая АЭС в г.Певек.



Рис. 4.6.1. Копии сертификатов на программы

Глава 5. КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ МОСКВОРЕЦКОЙ РЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

В течение 16 лет в несколько этапов разрабатывалась гидродинамическая модель р. Москвы от Верхнемоскворецких водохранилищ до устья с учетом основных притоков (Руза, Истра, Пахра, Нерская, Северка) и 8 водоподъемных плотин, обеспечивающих условия водозабора и судоходства. В основу модели и реализующего ее программного комплекса «Река Москва» заложены одномерные уравнения Сен-Венана и переноса примеси (см. п. 1.3.1, Приложение А) с учетом инерционных членов и эффектов аккумуляции расхода на пойме. Для определения боковой приточности с незарегулированной части водосбора применялись два способа расчета – по модулю стока и по метеорологическим данным, что позволило существенно повысить точность расчетов гидрографов в контрольных створах. Разработана методика расчета склонового и руслового паводкового стока, основанная на решении уравнений диффузионной волны по оригинальному численному алгоритму (см. Приложение А), обеспечивающему неотрицательную глубину стекающего слоя воды в любых ситуациях. При построении модели использовались данные о поперечных сечениях русел, лоцманские карты, чертежи и параметры водопропускных сооружений, гидрологические данные, измерения на плотинах. Модель откалибрована на пропуске 11 половодий, в том числе при осуществлении гидравлических промывок русла р. Москвы в 1998, 1999 годах.

Программный комплекс «Река Москва» применялся для прогноза весенних половодий и летне-осенних паводков, прогноза притока к Рублевским водозаборам (обеспечивающим г. Москву питьевой водой) в период ледостава, для оптимизации работы гидроузлов в период половодий, для расчета переноса загрязнителей по русловой сети. Выполнено численное моделирование реальных выбросов загрязняющих веществ (ЗВ), результаты сопоставлены с данными натурных измерений. Проведен сравнительный анализ эффективности разбавления ЗВ попусками из Верхнемоскворецких водохранилищ. Выведены формулы для расчета времени добегания загрязнителя на водосборе, построены карты времен добегания до Рублевского водозабора. Совместно с моделью использовалась специально разработанная компьютерная база данных объектов-загрязнителей Москворецкого водоисточника, в которую включено более полутора тысяч объектов. Работы проводились по заказам ФГУП «Канал им. Москвы» и МГП «Мосводоканал» в 1994–2009 гг. творческим коллективом под общим руководством Ю.М. Колесникова. Результаты опубликованы в [Беликов, Колесников, Иваненко, 2001; Беликов и др., 2002а; Беликов и др., 2003а; Боровков et al., 1997; Колесников, Беликов, Милитеев, 1997; Беликов, 2005 Дисс.].

5.1. Задачи и объект исследований

Известно, что наиболее сложными и напряженными периодами в процессе эксплуатации водоподпорных гидротехнических сооружений р. Москвы являются периоды пропуска весенних и летне-осенних паводков. На входе в г. Москву и в пределах городской черты (протяженность так называемого городского бьефа составляет 92 км) расположены плотина Рублевской водопроводной станции, ниже по течению Карамышевский и Перервинский гидроузлы (Рис. 5.1.1), являющиеся составной частью канала им. Москвы; на выходе – гидроузел транспортного назначения Трудкоммуна, входящий в Москворецкую шлюзованную систему. Рублевский гидроузел предназначен для подъема меженных уровней воды на 3,5 м с целью подачи воды на очистные сооружения одноименной водопроводной станции. Карамышевский и Перервинский гидроузлы обеспечивают подъем меженных уровней воды в р. Москве на 6 м для создания гарантированных судоходных глубин в черте города, а также выработки электроэнергии на ГЭС; гидроузел Трудкоммуна, в свою очередь, поддерживает в навигационный период подпор в 2,3 м.

После завершения строительства четырех водохранилищ в верховьях р. Москвы и ее притоков – Можайского, Истринского, Рузского и Озернинского (Рис.5.1.1), вероятность наводнений в пределах г. Москвы снизилась. Однако в очень многоводные годы даже при незначительном превышении отметок нормального подпорного уровня (НПУ) и не снижающемся притоке к водохранилищам для предотвращения угрозы их переполнения, перелива воды через плотины и т.д. в соответствии с правилами эксплуатации затворы водосбросов должны быть полностью открыты. При этом становится вполне реальной опасность выхода р. Москвы из берегов.

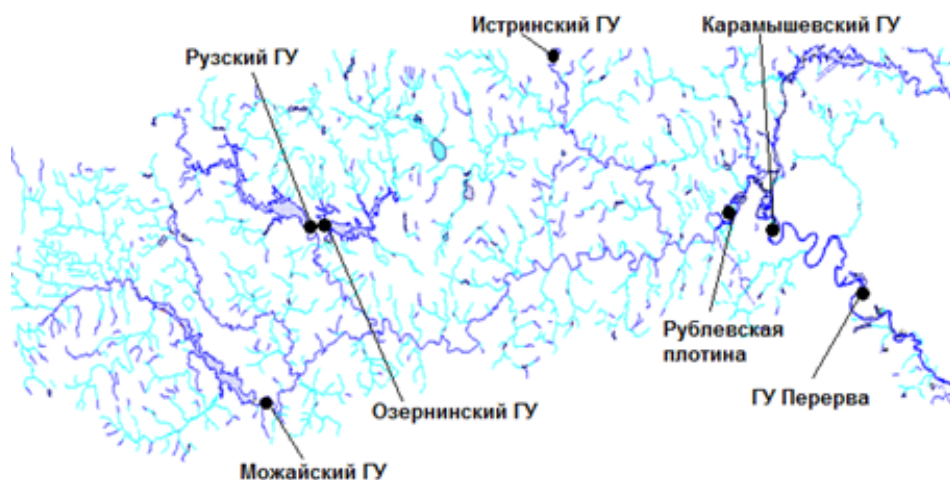


Рис. 5.1.1. Бассейн верхнего и среднего течения Москва-реки

К особым и сложным условиям пропуска водных масс через городские плотины следует отнести искусственную промывку русла во время половодья, проводимую с целью предотвращения накопления донных отложений и удаления загрязнений. Суть ее состоит в том, чтобы в период прохождения весеннего паводка наложить на него искусственную волну сбросов из водохранилищ для обеспечения расходов воды не менее 700–800 м³/с в течение 2–3 дней. Только при таких расходах можно полностью раскрыть Карамышевскую и Перервинскую плотины и не опустить уровень воды в районе городских промышленных водозаборов ниже критических отметок, при которых возникает угроза нарушения их работы и остановки производственных объектов.

Образованные обеспечивающими судоходство гидроузлами искусственные водоемы (подпертые бьефы) имеют небольшой полный объем (10–50 млн м³) и практически не имеют полезного объема, что не позволяет им регулировать сток реки. Отсюда следует, что при пропуске половодий и проведении санитарных гидравлических промывок русла р. Москвы весьма важным является обеспечение согласованного маневрирования затворами водосбросов верхнемоскворецких и городских плотин во избежание возникновения аварийных и чрезвычайных ситуаций. При этом службы эксплуатации сталкиваются с необходимостью выполнения ряда противоречивых требований, основные из которых следующие:

- 1) максимально возможное или даже полное раскрытие водосливных плотин на пике паводка для реализации наибольшего эффекта очистки (промывки) русла реки;
- 2) недопущение понижения уровней воды ниже некоторых критических отметок, обусловленных нормальной работой водозаборов и безопасными условиями отстоя судов;
- 3) ограничение чрезмерного повышения уровней воды для исключения угрозы затопления городских набережных и прилегающих территорий.

Таким образом, принятие управленческих решений с учетом всех особенностей пропуска высокого стока представляет собой достаточно сложную и важную практическую задачу.

Программный комплекс «Река Москва» изначально разрабатывался для расчета и прогноза высоких половодий и режимов гидравлических промывок русла р. Москвы. Это было инициировано, в первую очередь, неэффективно проведенной промывкой 1998 года. Тогда в прессе в связи с предстоящей промывкой предсказывался подъем уровней воды в р. Москве до 7 м от ординара, затопление Кремлевской набережной и т.п. Одним из авторов настоящей работы в тот период с использованием уже существующих к тому времени версий программы был выполнен прогнозный расчет максимальных уровней подъема воды на участке от Можайского г/у до устья р. Москвы. Сопоставление результатов прогноза с фактическими данными после прохождения половодья показали, что погрешность на длине всего

водопрпускного тракта не превысила 0,5 м при максимальном подъеме уровня в пределах 3–4 м. Было получено хорошее совпадение измеренных и рассчитанных уровней и расходов воды в створах Рублевского, Карамышевского, Перервинского и нижележащих гидроузлов (результаты представлены в ряде научно-технических отчетов и публикаций [Беликов, Колесников, Иваненко, 2001; Беликов и др., 2002а; Беликов и др., 2003а; Боровков и др., 1997; Колесников, Беликов, Милитеев, 1997; Беликов, 2005 Дисс.]).

Прогнозирование высоких половодий важно для разработки обоснованных противопаводковых мероприятий, оповещения населения, синхронизации работы Москворецких гидроузлов. Расчет высоких половодий и особенно гидравлических промывок русла с применением в компьютерной модели расчета русловой сети уравнений Сен-Венана позволили учесть резкую нестационарность сбросных гидрографов гидроузлов, описать трансформацию паводковой волны и волны попуска, эффект аккумуляции воды на пойме, явление подпора от дорожных и гидротехнических сооружений (мостов, плотин, запруд) и другие эффекты. Соответствующие алгоритмы и расчетные программы, входящие в комплекс программ «Река Москва», многократно апробировались авторами путем сопоставления с аналитическими решениями [Беликов, 2005 Дисс.] и натурными данными (например, расчет нестационарных суточных режимов попусков Горьковской ГЭС, см. п.3.3.1, [Беликов, 2005 Дисс.]); с расчетами по известной программе MIKE II (для рек Волги [Беликов, Глотко, 2005 а,б] и Истры); а также с расчетами волн прорыва гидроузлов по двумерным моделям (для участков рек Волги, Истры, Клязьмы).

Для расчета боковой приточности были разработаны специальные модули склонового и руслового стока, причем для моделирования интенсивности водоотдачи при снеготаяния применялась модель Гидрометцентра с некоторыми корректировками, а для моделирования поверхностного и подповерхностного стока модель диффузионной волны, реализованная в виде оригинального численного алгоритма. Кроме верхнего течения р. Москва модель стока была проверена на водосборах рек Пахра, Нерская, Северка (все относятся к бассейну р.Москвы в нижнем течении) и дала хорошие результаты.

Калибровка общей модели стока с водосбора и трансформации в русловой сети путем подбора управляющих параметров модели проводилась на данных о пропуске высоких половодий и гидравлических промывок, в качестве которых были выбраны данные 1994, 1998, 1999, 2001 годов. Паводок 1994 г. формировался в основном боковой приточностью с незарегулированной части водосбора (сбросы гидроузлов были незначительными), паводки 1998, 1999 гг. формировались в основном попусками из водохранилищ для создания концентрированной волны (гидравлическая промывка русла), паводок 2001 г. был двухпиковый. Результаты расчетов показали достаточно хорошую сходимость с натурой при одних и тех же параметрах модели для

этих годов (см. п.5.3). В дальнейших исследованиях верификация модели была выполнена ещё на ряде весенних половодий, так что всего проверка была проведена по 11 годам. При этом следует отметить, что метеорологические данные (запасы воды в снеге, осадки, температуры воздуха) во всех этих расчетах брались по трем метеостанциям (Можайск, Звенигород, Н.Иерусалим), которые охватывают практически всю расчетную область.

В 2004 году руководством Мосводоканала была поставлена задача включения в программу блока переноса загрязняющих веществ по тракту водоподачи. На модели переноса неконсервативной примеси были выполнены работы по исследованию возможности разбавления аварийных сбросов пусками из верхнемоскворецких водохранилищ и даны соответствующие рекомендации. С применением этой модели можно давать прогноз распространения загрязняющих веществ от места аварийного сброса вниз по тракту водоподачи, а также она может служить инструментом для решения обратной задачи – нахождению точки выброса по измеренным концентрациям загрязнителя в нижележащих створах.

В 2005 г. специалистами Географического факультета МГУ им. Ломоносова при участии разработчиков программы «Река Москва» на современном промерном оборудовании была выполнена русловая съемка р. Москвы от Рублевской плотины (Рис. 5.1.2) до устья р. Истры (всего 33 поперечника с расстояниями между ними 400–500 м). Эти данные были включены в откорректированную компьютерную модель р. Москвы (ранее на этот участок было только 2 измеренных поперечника). В дальнейшем современная гидрографическая съемка была произведена и на некоторых участках русла р. Москвы ниже Рублевского гидроузла, в том числе в районе Захарковской поймы, планируемой под жилую застройку (см. также п.8.1).



Рис. 5.1.2. Верхний бьеф Рублевской плотины

Еще одна гидрологическая проблема Москворецкого тракта водоподачи состояла в сложности прогноза потери расхода при ледоставе, когда несколько дней нижний бьеф Рублевской плотины оставался без нормативного обводнения (минимальный сброс в нижний бьеф 6 м³/с). Эта проблема в первом приближении была решена в 2007 г. Программа «Река Москва» была модифицирована с учетом образования и нарастания ледяного покрова и шугообразования при переходе к отрицательным температурам воздуха. На модели были исследованы режимы и параметры пусков из водохранилищ, обеспечивающие санитарное обводнение нижнего бьефа Рублевского гидроузла при ледоставе в различных температурных и гидрологических условиях. В частности, показано, что в средних стандартных условиях ледостава необходим пуск объемом не менее 2–3 млн м³ из Истринского водохранилища по специальному гидрографу, чтобы обеспечить бесперебойное нормативное обводнение. Эти материалы публикуются впервые.

5.2. Математические модели Москворецкой речной системы

Компьютерное моделирование и прогнозирование широко используются как универсальный и эффективный инструмент для управления водными ресурсами. Так, результаты численного моделирования могут быть применены в качестве основы для определения режимов оптимального управления ими, планирования предупредительных и защитных мероприятий, включая предотвращение ущербов от затоплений в чрезвычайных природных ситуациях при катастрофических паводках, и пр.

Принимая во внимание вышесказанное, на протяжении ряда лет разрабатывались математические модели р. Москвы сначала применительно к городскому бьефу, впоследствии – вплоть до устья [Беликов и др., 2003а], а затем и для верхнего участка реки. Для этого были собраны и обработаны необходимые сведения о рельефе территории, морфометрии русла и современных ситуационных особенностях пойменных участков¹, многолетнем гидрологическом режиме реки, боковой приточности, а также информация о водозаборах и водосбросах, характеристиках пропускной способности плотин².

При численном моделировании использовались два способа схематизации. Первый базировался на применении двухслойной модели паводковых течений «FLOOD» [Беликов, Милитеев, 1992; Беликов, Милитеев, 2002а; Belikov, Militeev, Rodionov, 2002] (см. п.1.3.2) и применялся

¹ Обобщены по результатам трех циклов экспедиционных обследований.

² Например, в период пропуска весеннего половодья в 1998 и 1999 гг. осуществлены натурные исследования пропускной способности водосливов Рублевской и имени Трудкоммуны плотин.

для расчетов городского бьефа [Беликов, Колесников, Иваненко, 2001], второй применялся для расчетов всего водотока от Верхнемоскворецких водохранилищ до устья и основывался на одномерной модели (см. п.п.1.3.1, Приложение А).

При построении двухслойной модели городского бьефа р. Москвы двумерность течения (верхний слой) учитывалась в районах Верхнемякининской и Троице-Лыковской пойм и Южного речного порта, на остальных участках считалось, что течение не выходит за бровки русла. Расчеты выполнялись отдельно по трем участкам: Рублево – Карамышево (длина 28 км), Карамышево – Перерва (46 км) и Перерва – Трудкоммуна (17 км). При этом на верхней границе указанных участков задавался гидрограф расходов воды $Q = Q(t)$ через соответствующую плотину, на нижней границе (в створе нижерасположенного гидроузла) – график изменения уровня воды во времени.

Для иллюстрации возможностей компьютерной модели городского бьефа р. Москвы приведем некоторые результаты расчетов гидравлической промывки 1999 г. в сопоставлении с фактическими данными. При этом рассматриваемый период времени принимался равным 10 суткам (от 00.00 9.04 по 00.00 19.04.99 г.) и охватывал все особенности пропуска высокого стока для поименованных участков. Как следует из Рис. 5.2.1а, б, выполненные при существенной нестационарности потока расчеты демонстрируют хорошее совпадение с натурными данными.

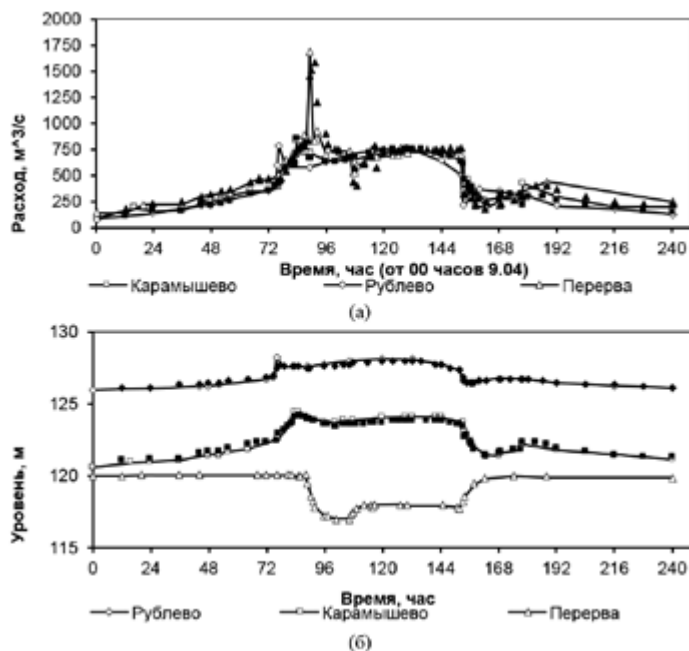


Рис. 5.2.1. Сопоставление рассчитанных и измеренных расходов (а) и уровней воды (б) в различных створах в половодье 1999 г. Измерения по данным МГП «Мосводоканал» и ГП «Канал им. Москвы»

С помощью введения интегральной характеристики транспорта наносов [Колесников, Беликов, Милитеев, 1997] производилась количественная оценка эффективности гидравлических промывок русла 1981, 1982, 1998 и 1999 гг. в зависимости от принятых схем маневрирования затворами плотин. Применение математического моделирования позволяет оптимизировать условия пропуска водных масс через гидротехнические сооружения для достижения большего эффекта промывки русла реки и недопущения ситуаций аварийного характера.

К сожалению, следует отметить, что в целом эффективность гидравлических промывок русла р. Москвы оказалась невысокой, что показали как теоретические оценки, так и фактические промеры дна русла до и после промывки 1999 года. Слой смыва донных отложений в городском бьефе в среднем составил всего 10–15 см (при общей толще отложений до нескольких метров), а вымытый загрязненный грунт был вынесен и откладывался в русле р. Москвы на всем протяжении нижнего течения вплоть до устья, нанеся значительный экологический вред. В связи с этим было принято решение о прекращении гидравлических промывок р. Москвы.

В процессе дальнейших исследований было решено использовать одномерную схематизацию среднего и нижнего течения р. Москвы. Это обуславливалось необходимостью унификации программных средств разработанной математической модели водотока от Рублевской плотины до устья (протяженность около 250 км) с основными притоками – реками Пахра, Нерская и Северка (общая протяженность 380 км). В этой модели широкие пойменные участки учитывались включением в расчет аккумулирующих емкостей, что весьма важно для нестационарных течений, а весь водоток моделировался целиком. Такое положение потребовало применения специальной процедуры «сквозного» расчета всех водосбросных плотин с учетом влияния возможного подтопления со стороны нижних бьефов и поддержания заданного (фиксированного или переменного) уровня в верхнем бьефе (ВБ) [Беликов, Колесников, Иваненко, 2001], которая описана в Приложении А.

С использованием этого подхода было выполнено сквозное (по длине всей реки) численное моделирование половодий 1998, 1999 гг., причем получено хорошее согласование с результатами натурных измерений. На Рис. 5.2.2 представлены гидрографы расходов в некоторых створах этого участка в половодье 1998 г. Видно, как с приближением к устью происходит распластывание (сглаживание) первоначально сильно нестационарных гидрографов при их общем наполнении из-за бокового притока и трансформации расхода по длине русла.

На последнем этапе исследований разработана компьютерная модель русловой сети верхнего участка р. Москвы с основными притоками (р. Руза, р. Истра), которая позволяет рассчитывать нестационарные режимы течения с учетом:

- а) взаимного влияния русла и притоков;
- б) реальных режимов управления водосбросами плотин;

- в) аккумуляции части расхода при затоплении поймы;
- г) формирования бокового притока из-за снеготаяния и дождей;
- д) переноса загрязнений по русловой сети;
- е) уменьшения притока к Рублевским водозаборам в период ледостава.

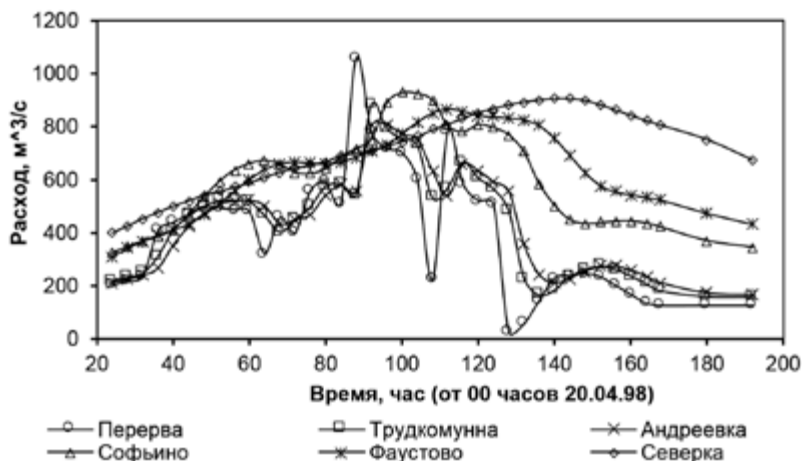


Рис. 5.2.2. Расчетные гидрографы в створах нижнего течения р. Москвы в половодье 1998 г.

Приведем краткие сведения о расчетной программе. Комплекс программ «Река Москва» был разработан В.В. Беликовым, В.В. Кочетковым и Ю.М. Колесниковым по заданию ГУП «МОСВОДОКАНАЛ» в 2004 году и доработан в 2008 году. Он предназначен для расчета параметров течения (расходов и уровней воды, зон затопления) и переноса загрязнений в р. Москве и ее основных притоках от верхнемоскворецких водохранилищ до Рублевской плотины с использованием цифровой топографической основы.

Комплекс состоит из восьми основных модулей:

1. Модуль просмотра и редактирования поперечников на электронной карте
2. Модуль просмотра и редактирования гидрографов
3. Модуль расчета параметров течения в первичной русловой сети с использованием гидрологической информации (основной расчетный модуль на основе одномерных уравнений Сен-Венана)
4. Модуль формирования боковой приточности к системе русел с использованием метеорологических данных (модуль расчета склонового стока)
5. Модуль расчета параметров течения в схематизированном русле с поймой с использованием результатов работы склонового модуля
6. Модуль расчета переноса загрязнений (пассивной неконсервативной примеси) в первичной русловой сети
7. Модуль представления результатов счета в виде графиков
8. Модуль отображения зон затопления и скоростей течения на электронной карте.

Исходными данными для расчетов являются:

- измеренные поперечные сечения по каждому из русел сети;
- структура русловой сети (взаимное расположение русел);
- гидрографы сбросных расходов из водохранилищ, гидрографы бокового притока к водохранилищам, уровни в замыкающем створе (не обязательно);
- метеорологические данные (среднесуточные температуры воздуха, осадки и испарение, запас воды в снеге на начало половодья);
- характеристики выброса загрязняющих веществ (объем, продолжительность, состав ЗВ).

Расчет течения в системе русел производится на основе совместного численного решения одномерной системы уравнений Сен-Венана и уравнения переноса примеси по оригинальному алгоритму (см. Приложение А). Расчет боковой приточности с использованием метеоданных ведется на основе численного решения уравнений диффузионной волны отдельно для склонового поверхностного, подповерхностного и руслового стока с применением известных методик определения интенсивности снеготаяния и величины инфильтрационного расхода. Программа визуализации позволяет представлять изменение параметров течения по длине русла и в заданных створах в виде графиков (кривых свободной поверхности, гидрографов расходов, ширин разлива и др.), а также максимальные зоны затопления и скорости течения на электронной карте местности.

Расчет производится следующим образом. Если боковой приток вычисляется методом аналогий (по притоку к водохранилищам), то сразу запускается основной расчетный модуль, граничные условия для которого задаются в соответствующих файлах исходных данных. Если боковой приток вычисляется по метеоданным, то сначала отрабатывает модуль расчета склонового стока для всех выделенных участков водосбора (см. п. 5.3) на весь расчетный период времени. Обычно этот период выбирается от начала половодья (при этом необходимо задать запас воды в снеге на соответствующую дату) до последней даты предполагаемого прогноза, но были и достаточно успешные попытки начала расчетов с начала зимнего периода (устойчивого перехода среднесуточных температур через 0°C). Результаты расчетов записываются в соответствующие файлы в виде гидрографов склонового стока.

Затем (при расчете по метеоданным) выполняется расчет русловой трансформации стоковой волны для рек Искона и М. Истра на схематизированной русло-пойменной модели (см. п.5.3), и результаты записываются в файлы гидрографов стока в устьях этих рек. Далее производится расчет по основному расчетному модулю для первичной русловой сети с учетом рассчитанных по метеоданным гидрографов притока с незарегулированной территории и заданных сбросных расходов гидроузлов.

В результате проведенных исследований были выполнены расчеты одиннадцати весенних половодий 1994, 1998–2007 годов с диапазонами максимальных расходов (в створе П. -Дальнее) от 110 м³/с (2007 г.) до 900 м³/с (1999 г.) и различными формами гидрографов: одномодальный (1994 г.), промывочной (1998, 1999 гг.), двухмодальный (2001, 2005 гг.). Расчеты проводились с использованием двух различных схем расчета бокового притока с незарегулированной части водосбора: по метеоданным и по притоку к водохранилищам.

Анализ результатов показал, что расчеты по притоку к водохранилищам дают удовлетворительное (а в большинстве случаев хорошее) совпадение для всех 11 лет и для обоих створов. Завышение максимума расхода на 18% имеем только для 1998 г. по П.-Дальному (для П. Слободы совпадает с фактом) и занижение на 18% для П. Слободы в 2004 г. В остальных случаях максимальные рассчитанные и фактические расходы отличаются в пределах 3%–9%. Для 2003 г. при совпадении максимумов наблюдалась некоторая сдвигка по времени (как для П.-Дального, так и для П. Слободы), в 2001 г. для П. Слободы первый (невысокий) пик гидрографа по расчетам был превышен.

Расчеты по метеоданным дали несколько большую погрешность, однако в целом и здесь совпадение удовлетворительное. Наблюдается явное запаздывание по времени и превышение объема стока для низкого половодья 2003 г. (хотя максимумы расходов довольно близки), и обратная картина (опережение по времени) для низкого половодья 2006 г. В дополнение к этому для П. Слободы можно отметить занижение на 15% в 1998 г., опережение по времени реального гидрографа для 2005, 2007 гг. при совпадении максимумов по величине. Основной причиной сдвигки по времени расчетных гидрографов относительно фактических является погрешность в задании температуры воздуха, которая для ряда последних лет задавалась только по м/с Тушино, находящейся вообще за пределами рассматриваемого бассейна.

В целом расчеты по метеоданным оказываются несколько менее точными, чем расчеты с пересчетом бокового притока к водохранилищам на незарегулированный водосбор. Это объясняется сложностью модели стока, содержащей много параметров, требующих идентификации, а также недостатком и большой погрешностью используемых исходных данных, которая особенно заметно сказывается на моделировании низких половодий с небольшими пиковыми расходами.

Подчеркнем здесь еще раз, что отличительной особенностью программы «Река Москва», отражающей идеологию разработчиков, является расчет бокового притока двумя различными методами, что дает возможность повысить точность гидрологического прогноза на практике. На Рис. 5.2.3 представлены рабочие окна программы, на Рис. 5.2.4 фрагмент электронной топографической карты с нанесенными зонами затопления и скоростями течения.

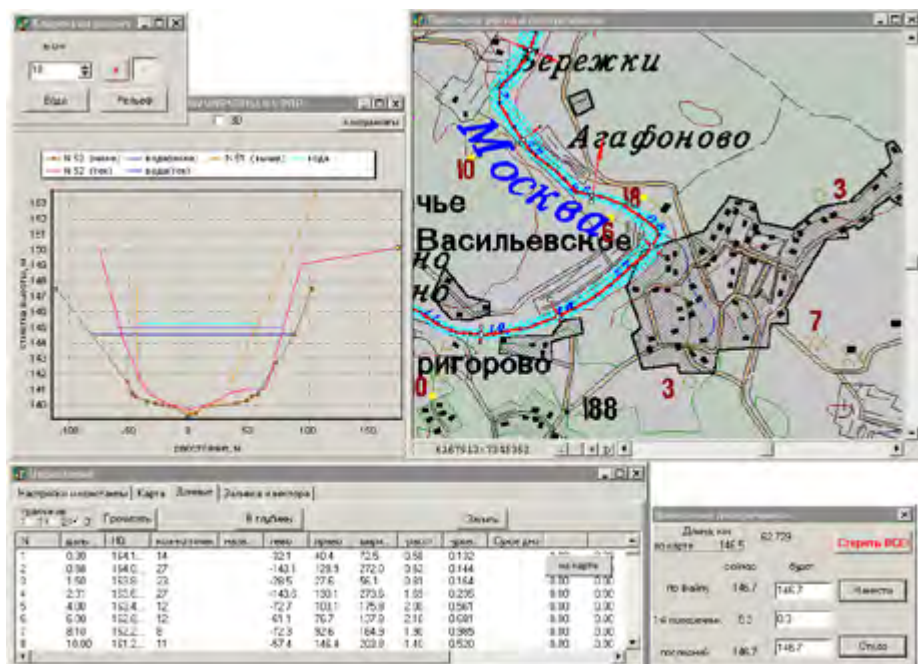


Рис. 5.2.3. Рабочие окна программы «Река Москва»

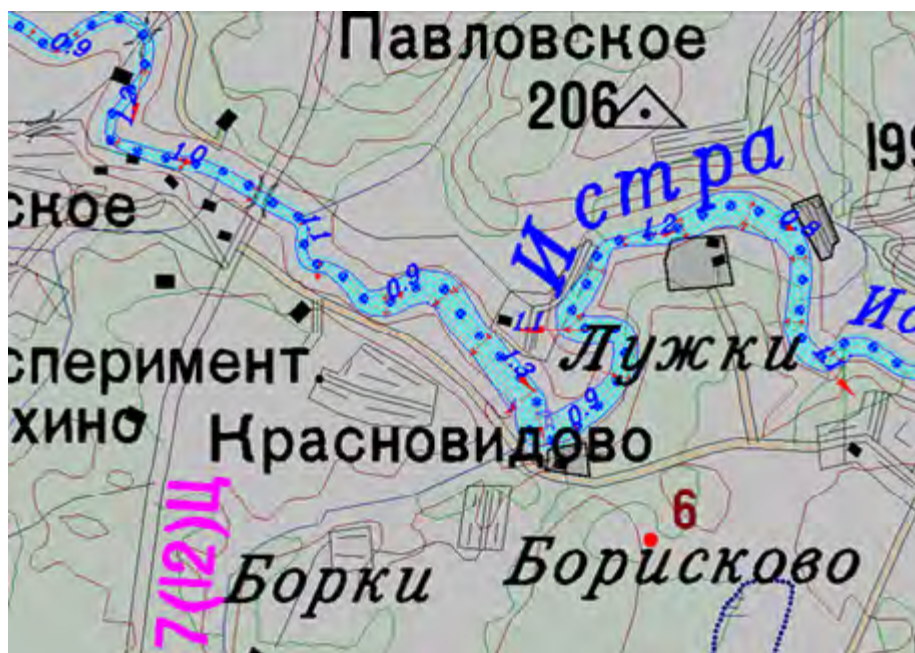


Рис. 5.2.4. Зоны затопления и скорости течения при промывке 1999 г. (фрагмент)

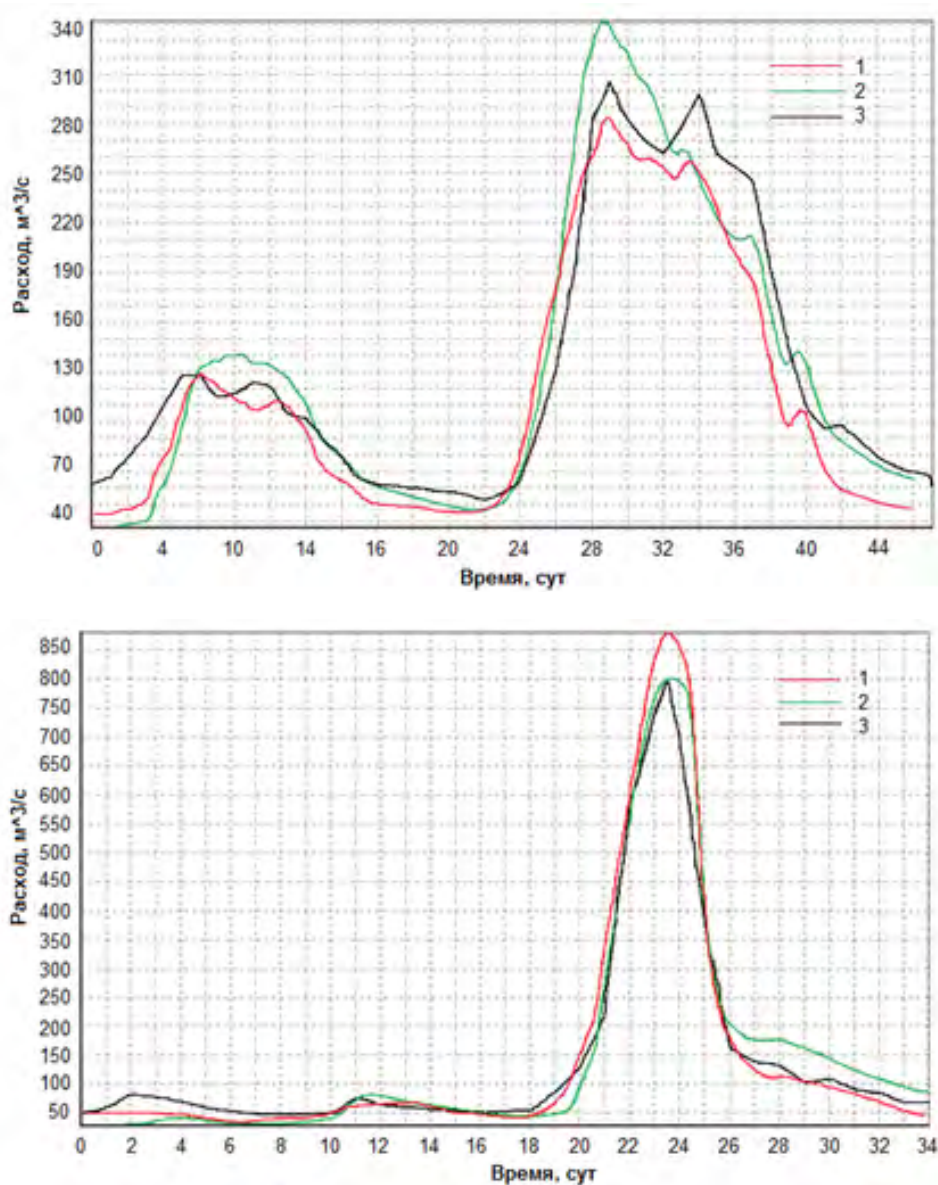


Рис. 5.2.5. Сравнение рассчитанных и фактических расходов половодья для р. Москвы в створе Петрово-Дальнее: (а) – половодье 2001 г. (б) – половодье 1999 г. (гидравлическая промывка). 1 – Расчет с боковой приточностью, вычисляемой с учетом данных служб эксплуатации гидроузлов. 2 – Расчет с боковой приточностью, вычисляемой с учетом запасов воды в снеге и метеоусловий. 3 – натурные измерения

5.3. Моделирование паводкового стока

В рамках решения поставленной задачи о расчете течений в русловой сети р. Москвы наряду с величиной сбросных расходов из верхнемоскворецких водохранилищ, которые считаются известными (по данным МГУП «Мосводоканал»), требовалось определение боковой приточности, т.е. расходов воды, поступающих в основное русло с незарегулированных территорий. Один из способов нахождения боковой приточности состоит в пересчете притока к водохранилищам (который определяется путем балансового расчета) на соответствующие площади нижележащих водосборов с учетом сдвига по времени и корректирующих коэффициентов (расчет по модулю стока). Такой метод дает приемлемые результаты при проведении ежесуточных расчетов в период прохождения паводка, однако для краткосрочных и тем более долгосрочных прогнозов он не годится. В этих случаях применяется метод расчета паводкового стока по метеорологическим данным.

Процедура расчета делится на три части. Первая часть состоит в определении количества влаги, попадающей на единицу поверхности водосбора, а также ее доли, проникающей вглубь почвы. Здесь мы придерживались в основном существующих подходов и методик [Кучмент, 1972; Кучмент, Демидов, Мотовилов, 1983; Руководство по гидрологическим прогнозам. Выпуск 2. 1989; Румянцев, 1985]. Учитываются осадки, испарение, снеготаяние и инфильтрация. Первые две величины, а также запас воды в снеге и среднесуточные температуры, принимаются по данным метеостанций, расположенных на соответствующих территориях, либо по долгосрочному прогнозу гидрометслужбы. Снеготаяние принимается пропорциональным среднесуточным положительным температурам воздуха, причем коэффициент пропорциональности для поля и леса отличается примерно в два раза [Руководство по гидрологическим прогнозам. Выпуск 2. 1989]. Коэффициенты лесистости территории определяются по гидрологическим ежегодникам и по электронной топографической карте. Инфильтрация при весеннем половодье обычно незначительна, т.к. грунт в подповерхностном слое почвы является промерзшим. Процесс промерзания и оттаивания грунта в модели не рассматривается. Для дождевых паводков инфильтрация сильно зависит от степени водонасыщенности грунта, которая приблизительно может определяться по отношению предпаводочного расхода в реке к минимальному меженному расходу. Для высоких дождевых паводков характерна высокая водонасыщенность грунта и как следствие этого незначительная инфильтрация. При большой величине инфильтрации точность расчетов сильно снижается в силу плохой изученности фильтрационных свойств грунтов и водоносных слоев на всей площади водосбора. Именно поэтому мы говорим о применяемой в расчетах модели паводкового, а не круглогодичного стока (что диктова-

лось поставленными задачами), причем с ростом интенсивности половодья точность расчетов увеличивается, т.к. уменьшается влияние второстепенных и малоизученных факторов.

Вторая часть расчета заключается в моделировании склонового стока. Поверхность водосбора реки представляется в виде так называемой «раскрытой книги»: весь водосбор делится на непересекающиеся между собой участки в форме двух прямоугольных наклонных плоскостей, примыкающих к соответствующему участку русла с поймой по правому и левому берегу (Рис. 5.3.1). Осредненные уклоны и коэффициенты шероховатости каждого участка поверхности водосбора берутся по картографическим данным и гидрологическим ежегодникам. Масштаб пространственного осреднения должен быть таким, чтобы длина участков вдоль русла существенно превосходила их ширину в перпендикулярном руслу направлении. С другой стороны, протяженность участков должна быть ограничена сверху, чтобы в пределах одного участка обеспечить не очень сильное изменение осредненных параметров водосбора (уклоны, лесистость и т.п.), параметров русла и долины (ширины, уклоны) и климатических условий. Для бассейна р. Москва протяженность участков схематизированных водосборов составляла от 10 км до 50 км.

На каждом из участков водосбора склоновый (поверхностный и подповерхностный) сток описывается одномерным (в поперечном к руслу направлении) уравнением диффузионной волны [Кюнж, Холли, Вервей, 1985; Маханов, Семенов, 1994, 1996], почвенный сток – одномерным уравнением продольной фильтрации. В отличие от применяемых в расчетах склонового стока уравнений кинематической волны, зачастую приводящих к образованию разрывных решений (гидравлических прыжков), диффузионная модель лишена подобных недостатков даже на крутых склонах. Также она позволяет учитывать эффект аккумуляции части склонового стока (например, на заболоченных участках) и влияние подпора уровня со стороны нижней границы. Для численного решения уравнений склонового стока построен новый оригинальный алгоритм (отличающийся от [Маханов, Семенов, 1994, 1996]), теоретически гарантирующий невозможность появления в расчете отрицательных глубин потока в процессе осушения склона при любых его уклонах (см. Приложение А). Расчет ведется на равномерной сетке, разбитой полосами поперек склона (от водораздела к руслу), число ячеек сетки задается пользователем и обычно принимается 10–20. В результате решения автоматически получаются параметры склоновой волны: переменная по длине склона толщина слоя, время добегания до русла, расход воды в слое. Параллельно решается и уравнение продольной фильтрации, причем величина инфильтрационного расхода вычисляется в зависимости от переменной во времени водонасыщенности грунта. Суммарный поверхностный, подповерхностный и почвенный сток дают суммарный расход, поступающий к руслу на соответствующем участке (он считается равномерно распределенным по длине участка).

5.4. Моделирование распространения загрязняющих веществ по основной русловой сети

В один из периодов работы над программой «Река Москва» руководством Мосводоканала была поставлена задача моделирования разбавляющих попусков из верхнемоскворецких водохранилищ с целью определения их эффективности по снижению концентрации загрязнителя на Рублевских водозаборах.

В качестве сценариев расчета были выбраны следующие:

- Место выброса – 16 км ниже Можайского гидроузла (МГУ) у д. Макарово
- Продолжительность выброса – 12 часов
- Расход загрязняющего вещества – 10 л/с
- Гидрологические условия – летняя межень

Разбавляющий попуск МГУ

- Расход 50 м³/с
- Продолжительность 1 сутки
- Начало попуска через 3 часа после начала выброса

Разбавляющий попуск Рузского гидроузла (РГУ)

- Расход 50 м³/с
- Продолжительность 1 сутки
- Начало попуска через 3 часа после начала выброса

Разбавляющий попуск Истринского гидроузла (ИГУ)

- Расход 50 м³/с
- Продолжительность 1 сутки
- Начало попуска через 72 часа после начала выброса

Расчеты выполнялись на основе одномерных уравнений Сен-Венана и переноса пассивной примеси по алгоритму, описанному в Приложении А. На Рис. 5.4.1 представлено распространение загрязнения по руслу р. Москвы с отображением на электронной топографической карте на определенный момент времени, а на Рис. 5.4.2, 5.4.3 – продольные профили концентрации загрязнителя без разбавления и при разбавлении РГУ соответственно.

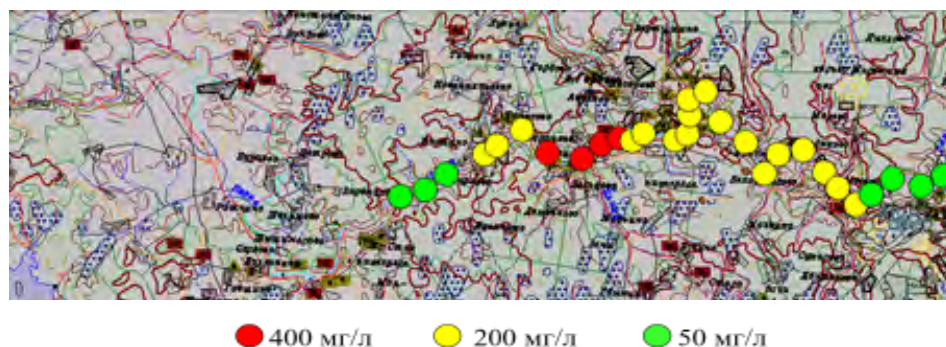


Рис. 5.4.1. Концентрации загрязнителя в русле р. Москвы на определенный момент времени

Сравнение вариантов разбавления:

- Попуск МГУ (который шел вдогон аварийному выбросу) уменьшает максимальную концентрацию ЗВ в створе П.-Дальнее (ниже впадения р. Истра) на 20%
- Попуск РГУ (перехватывающий) уменьшает максимальную концентрацию ЗВ в створе П.-Дальнее на 40 %
- Попуск ИГУ (перехватывающий) уменьшает максимальную концентрацию в створе П.-Дальнее в два раза (по сравнению с концентрацией без разбавления).

Наибольшая эффективность последнего варианта объясняется тем, что при прохождении большого расстояния по Москве-реке (около 115 км от места выброса ЗВ до устья р. Истра) загрязнитель сильно диффундирует и попуск ИГУ разбавляет и так уже существенно менее загрязненный поток. Наиболее эффективными попуски ИГУ оказываются также и для обеспечения санитарных сбросов с Рублевского ГУ в период ледостава (см. п.5.6) ввиду его максимальной близости к Рублевской плотине.

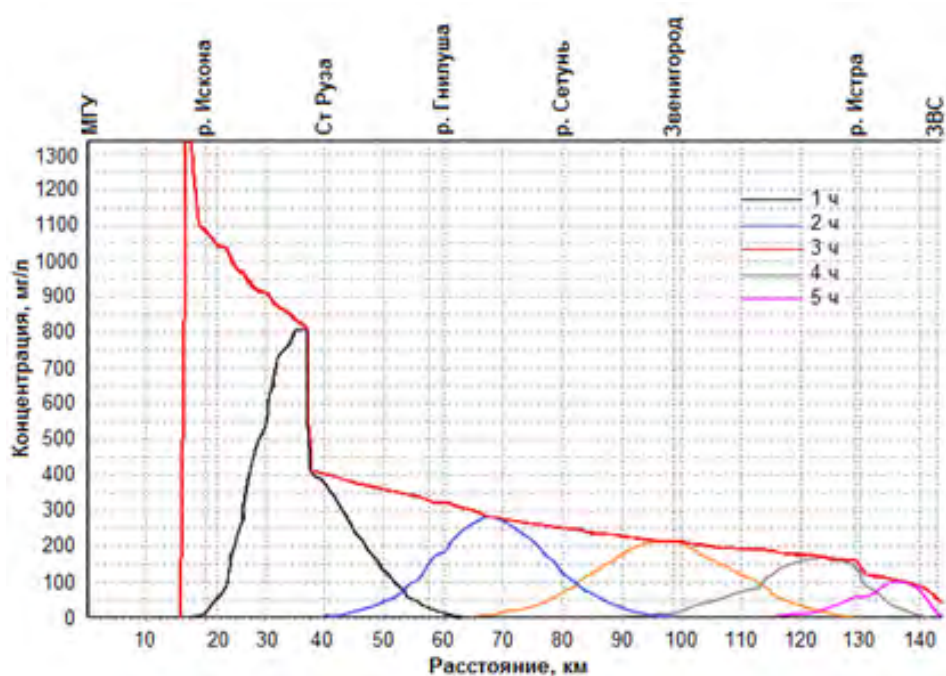


Рис. 5.4.2. Концентрация загрязнений вдоль русла р. Москвы на разные моменты времени и их огибающая (красная линия)

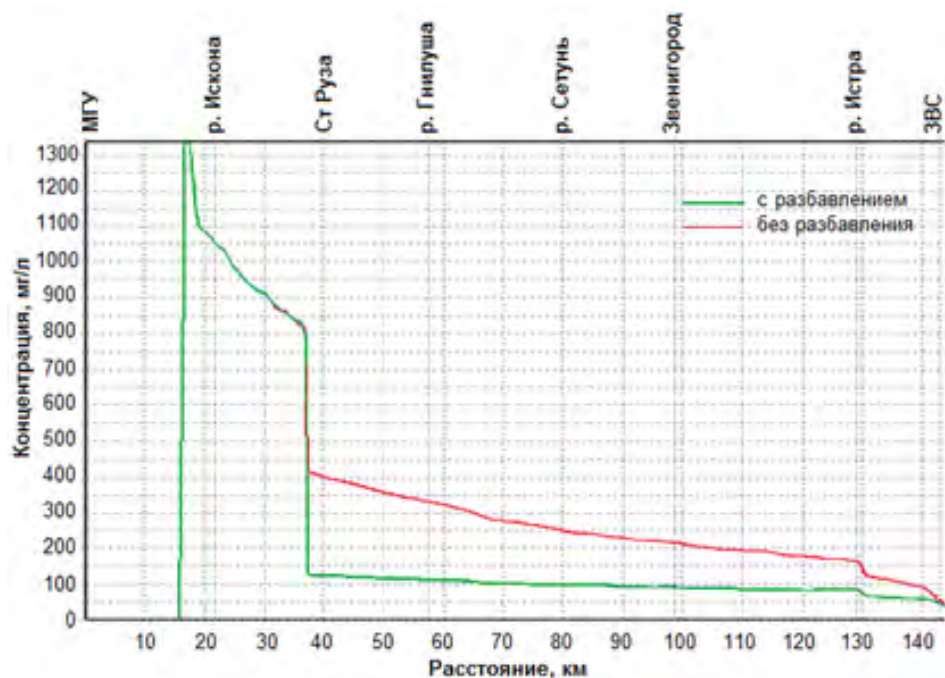


Рис. 5.4.3. Разбавление концентрации загрязнений при попуске РГУ

В качестве второго примера приведем результаты моделирования реального аварийного выброса с очистных сооружений г. Истры в феврале 2006 г. В период с 1 по 15 февраля 2006 г. наблюдались очень стабильные условия по сбросам с гидроузлов и боковой приточности:

УВБ рублево = 128,57 м (колебания в пределах 2 см); сброс ИГУ – 11 м³/с; сброс МГУ – 8 м³/с; сброс РГУ – 7 м³/с; сброс ОГУ – 7 м³/с; боковой приток от 5 м³/с до 8 м³/с.

Суммарный водозабор Западной и Рублевской водопроводных станций (ЗВС+РВС) составлял 32 м³/с (колебания в пределах 1 м³/с). Входные концентрации ОКБ (общее количество бактерий) и ОМЧ 37 (общее микробное число) в месте аварии принимались по ближайшему пункту наблюдений Красновидово и далее производился расчет переноса загрязнений по русловой сети на основе одномерной модели. На Рис. 5.4.4 представлены концентрации ОКБ в контрольных створах, полученные путем измерений и расчетным путем (аналогичные графики были получены и для ОМЧ).

В некоторых створах (например, для ОКБ у ЗВС и Рублевской плотины) получено хорошее совпадение как по времени добегания, так и по максимуму концентраций, однако следует отметить неоднознач-

ность данных измерений. Так, например, трудно объяснить существенно разные времена добегания для ОКБ и ОМЧ по фактическим данным. В расчетах получено завышенное время добегания для ОМЧ до Рублевского водозабора, а для ОКБ такого несоответствия нет. Также из анализа графиков видно, что измерения 1 раз в сутки ведут к потере максимумов концентраций (например, ОМЧ в створе Павловская Слобода, где по расчету максимум приходится на 10,5 сут, а в измерениях эта точка отсутствует).

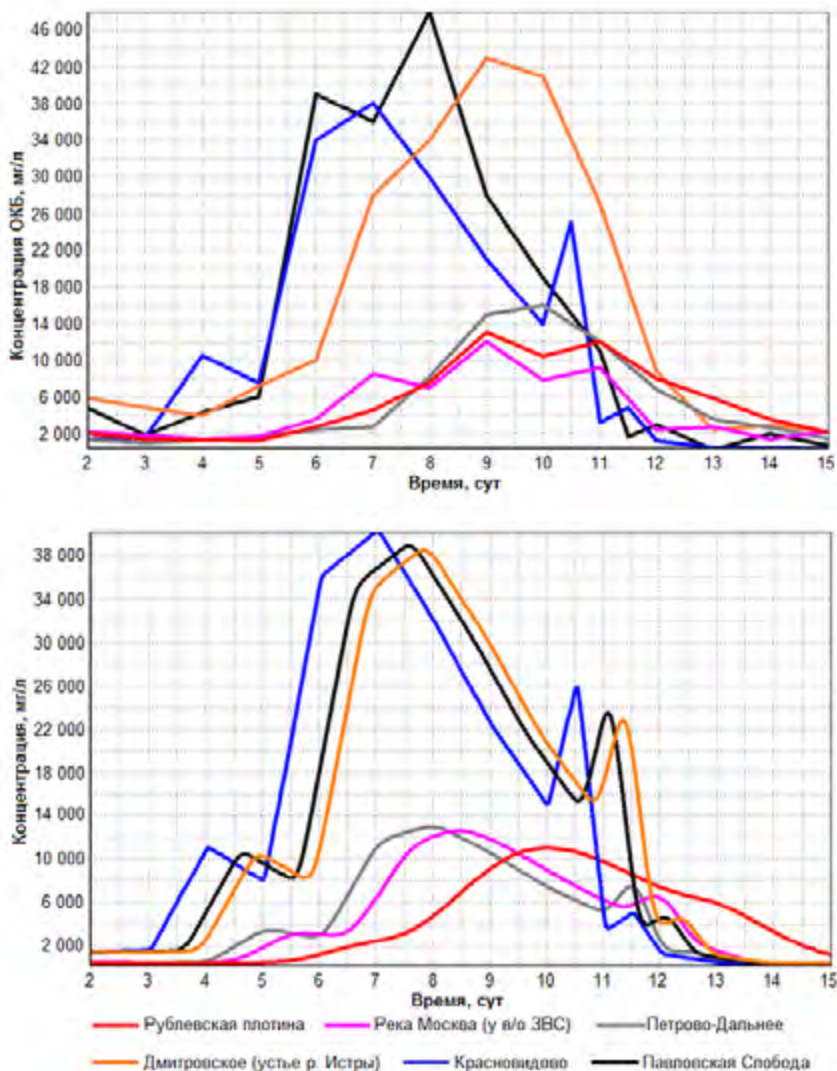


Рис. 5.4.4. Фактические (а) и рассчитанные (б) концентрации ОКБ в контрольных створах в зависимости от времени

Выводы на основании выполненных расчетов:

- В период аварийных сбросов загрязнений необходимо проводить измерения два или более раз в сутки, в том числе в максимальной близости от источника загрязнений
- В зимний период необходимо знать ледовую обстановку на участке распространения загрязнений
- Для калибровки и верификации компьютерной модели необходимо иметь достаточно многочисленные и достоверные данные измерений.

Частично представленные результаты опубликованы в [Беликов, Борисова, Кочетков, 2015].

5.5. Расчет времен добегания расхода и загрязняющих веществ с учетом вторичной русловой сети

Рассматривается задача расчета время добегания загрязнителя из любой точки водосбора до Рублевских водозаборов и изменение его концентрации во времени по трассе переноса с учетом конкретных гидрологических условий (паводок, межень, ледостав, попуски с гидроузлов). Загрязняющее вещество (ЗВ) может попасть на водосбор из любого из внесенных в базу данных объектов-загрязнителей, а также, например, в результате автомобильной или железнодорожной аварии с цистернами химических веществ и нефтепродуктов.

Предполагается, что общий объем выброса, концентрация в исходной субстанции того или иного загрязняющего вещества, а также продолжительность выброса известны. Если таких данных нет, то объем можно принимать максимально возможным (по данным паспортов объектов, объему цистерн и т.п.), а время исходя из конкретных условий аварии. Зачастую место аварийного выброса ЗВ априори неизвестно, и тогда параметры загрязнения задают по данным мониторинга на станциях слежения за качеством воды.

При прорыве крупных очистных сооружений возможен излив достаточно больших объемов загрязняющих веществ, которые будут двигаться по склонам, оврагам и мелким руслам в соответствии с законами гидродинамики, в ряде случаев образуя так называемую волну прорыва. Для точного расчета времен добегания здесь требуется построение специальных численных моделей на основе детального задания рельефа и применения двумерных (в плане)

уравнений Сен-Венана и переноса примеси, что не входит в состав выполняемой работы. Для практических оценок надо задаться скоростью движения такой волны, которая может составлять несколько километров в час.

Время добегания ЗВ до замыкающего створа Рублевской плотины можно представить как сумму трех времен: $T_d = T_p + T_{\Pi} + T_c$, где T_p – время добегания по основным руслам, включенным в гидродинамическую первичную модель русловой сети, T_{Π} – время добегания до основного русла по притокам, T_c – время склонового добегания от источника загрязнения до притока. Две последних составляющих могут отсутствовать или оказаться пренебрежимо малыми, если источник загрязнения находится вблизи основного русла.

Перенос загрязнителя по основным руслам рассчитывается на основе одномерного уравнения конвекции-диффузии пассивной примеси (в общем случае неконсервативной), которое решается совместно с одномерными уравнениями Сен-Венана по схеме п.1.3.2 и таким образом учитывается конкретная гидрологическая ситуация (см. п.5.4). Перенос ЗВ по притокам оценивается с учетом скорости течения, зависящей от расстояния от истока, продольного уклона, величины гидравлических сопротивлений и водности соответствующего периода. Методика расчета T_{Π} представлена ниже в настоящем разделе. Время склонового добегания определяется либо экспертной оценкой, либо по полуэмпирическим формулам. В результате строятся карты времен добегания T_d от любой точки водосбора для крайних гидрологических условий – паводка и межени. Для промежуточных расходов в первом приближении можно использовать линейную интерполяцию (по расходам в створе П.-Дальнее), либо производить конкретный расчет на ЭВМ.

Здесь следует отметить, что при расчете переноса загрязнений необходимо различать время добегания фронта волны загрязнения и ее максимума. Эти времена могут отличаться в 1,5–2 раза из-за наличия так называемой продольной дисперсии загрязнителя (см., например [Шеренков, 1978]), которая возникает в результате неравномерности скоростного поля течения в русле (значительного отличия максимальных скоростей от средних по сечению). Далее везде, если не оговорено противное, в качестве T_d мы принимаем время добегания фронта волны, т.е. время появления первых признаков загрязнителя в замыкающем створе. Время добегания максимума концентрации загрязнителя получается либо расчетом, либо по картам и таблицам времен добегания приближенно путем умножения на коэффициент 1,5.

Заметим также, что свойство консервативности примеси является относительным и должно рассматриваться в сопоставлении с характерными временами добегания, которые в нашем случае составляют несколько суток.

Если период полураспада вещества существенно больше времени добега-ния, то примесь можно рассматривать как консервативную (т.е. сохраняю-щую свой первоначальный объем), в противном случае следует учитывать характеристику неконсервативности (время полураспада). Большинство ЗВ на масштабах времени порядка нескольких суток можно считать консерва-тивными, что в любом случае идет в запас расчетов.

Для большей части притоков р. Москвы второго и более высоких по-рядков недостаточно информации об их ширине, глубине, характеристикам поймы, отсутствуют промерные поперечники и водомерные посты, по дан-ным которых можно было бы откалибровать модели элементарных речных бассейнов. Поэтому наряду с моделями Сен-Венана, диффузионной и ки-нематической волны необходима разработка более простых приближенных моделей течений и переноса примеси для небольших рек водосбора, ис-пользующих минимальную доступную информацию.

Выведем формулы для скорости течения в реке и времени добегаания пас-сивной примеси в зависимости от расстояния от истока, уклона, коэффи-циента гидравлического сопротивления и водности рассматриваемой фазы гидрологического режима. При этом будем предполагать, что гидрологиче-ские условия за период осреднения по времени (1–2 суток для рассматри-ваемого водосбора) изменяются незначительно, и течение можно принять квазистационарным, так что время в рассматриваемые зависимости в явном виде входить не будет.

Для вывода используем следующие хорошо известные зависимости:

- уравнение Шези в форме Маннинга

$$gh i = \frac{1}{2} \lambda v^2 = gh^{-\frac{1}{3}} n^2 v^2, \quad (5.5.1)$$

откуда следует выражение для скорости течения через коэффициент шеро-ховатости русла n , среднюю глубину h и уклон i

$$v = \frac{1}{n} h^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}}; \quad (5.5.2)$$

- уравнение неразрывности

$$h B v = Q, \quad (5.5.3)$$

где B – средняя ширина русла, Q – расход воды;

- формулу К.В. Гришанина, постулирующую постоянство для конкрет-ного речного бассейна некоего комплекса, связывающего глубину, ширину и расход реки

$$h(gB)^{\frac{1}{4}} Q^{-\frac{1}{2}} = M = \text{const} \approx 1; \quad (5.5.4)$$

- связь расхода воды в квазистационарных условиях с площадью водо-сбора F и последней с длиной реки L

$$Q = \alpha F, F = CL^{1,72}, \quad (5.5.5)$$

где α – скорость поступления влаги на водосбор, м/с; $C = 0,58 \text{ м}^{0,22}$.

Исключая ширину B из (5.5.4) с использованием (5.5.3), получим

$$gh^3 = M^4 Q v, \quad (5.5.6)$$

откуда с учетом (5.5.5)

$$gh^3 = 0,58 \alpha M^4 L^{1,78} v. \quad (5.5.7)$$

Подставив в (5.5.7) скорость из (5.5.2), получим

$$h = \left(\frac{\beta i^{\frac{1}{2}} L^{1,8}}{g n} \right)^{\frac{3}{7}}, \quad (5.5.8)$$

где $\beta = 0,58 \alpha M^4$.

Подставляя выражение для h в формулу (5.5.2) и округляя показатели степени 36/70 до 1/2 и 8/7 до 1,0, получаем

$$v = \gamma \left(\frac{\alpha}{g} \right)^{\frac{2}{7}} \left(\frac{\sqrt{i}}{n} \right)^{\frac{9}{7}} L^{\frac{1}{2}}, \quad (5.5.9)$$

где $\gamma = 0,85M$. Таким образом, осредненная (по участку длиной несколько ширин реки) скорость в естественном русле на расстоянии L от истока выражается формулой (5.5.9), где коэффициент γ , близкий к 1, может зависеть от района (через постоянную M).

Среднее время добегания элементарного жидкого объема на расстоянии L от истока равно

$$T_L = \int_0^L \frac{dx}{v(x)}. \quad (5.5.10)$$

Поскольку можно допустить, что с ростом i (к верховьям) возрастает и n , примем в первом приближении, что $\sqrt{i}/n = \text{const}$ для конкретного водотока или участка водотока (в более общем случае необходимо задать вид зависимости этой функции от L). Тогда из (5.5.9)

$$v = A \alpha^{\frac{2}{7}} L^{\frac{1}{2}}. \quad (5.5.11)$$

Из (5.5.10) получим

$$T_L = \frac{2L^{\frac{1}{2}}}{A \alpha^{\frac{2}{7}}}. \quad (5.5.12)$$

т.е. среднее время добегания по притоку в первом приближении пропорционально корню квадратному из длины притока и обратно пропорционально осадкам (скорости поступления влаги на водосбор) в степени 2/7. Коэффициент A может быть получен на основании натурных данных о средних скоростях течения в фиксированных створах при известной водности. Поскольку, как уже отмечалось выше, максимальная скорость течения может существенно превышать среднюю по поперечному сечению (примерно в 1,5 раза), то для расчета времени добегания фронта пассивной примеси этот коэффициент должен быть увеличен также примерно в 1,5 раза.

Опишем далее конкретную процедуру построения карт времен добегания ЗВ от любой точки рассматриваемого водосбора до Рублевской плотины.

Времена добегания рассчитывались отдельно по основным руслам (рекам Москве, Истре, Рузе) на основе одномерной модели Сен-Венана и уравнения переноса пассивной примеси и отдельно по вторичной русловой сети. Для основных русел расчет производился следующим образом. Принималось три квазистационарных гидрологических режима: меженный летний с суммарным расходом в створе П.-Дальнее 40 м³/с; меженный зимний с тем же расходом, но с учетом ледяного покрова (повышенных гидравлических сопротивлений); характерный паводковый с расходом 400 м³/с (для каждого конкретного половодья можно строить свою карту на любую дату.) Для промежуточных расходов времена добегания определялись линейной интерполяцией.

В каждом из входных створов (Можайский, Рузский, Озернинский, Истринский гидроузлы) задавались соответствующие этим трем режимам расходы воды, проводился расчет течения до установления (5 суток), и далее в этих створах задавался (поочередно) кратковременный залповый выброс ЗВ. Далее через каждые 5 часов рисовались продольные графики распределения концентрации ЗВ по длине русел, и по ним определялся километраж добегания (расстояние от входного створа) фронта волны ЗВ на фиксированные моменты времени (с интервалом 5 часов). Далее фиксировалось время добегания фронта до Рублевской плотины, и затем обратным ходом определялись времена добегания от фиксированных створов до Рублево. В табл.5.5.1 приведены значения времен добегания в некоторых створах.

Табл. 5.5.1. Значения времен добегания (в часах) фронта загрязнителя до Рублевского водозабора в разных гидрологических условиях

Пункт	Зима (подо льдом) 40 м ³ /с	Лето (межень) 40 м ³ /с	Половодье 400 м ³ /с
Рублево	0	0	0
Устье р.Истры	35	30	5
Звенигород	70	55	18
Устье р.Рузы	120	88	35
Можайский ГУ	145	100	45
Рузский ГУ	135	100	40
Истринский ГУ	80	60	20

Вычисленные времена добегания по основной русловой сети наносились на электронную топографическую карту с выделенной гидрографической сетью, включая вторичную русловую сеть. По этой карте средствами ГИС определялись длины притоков, и по описанной выше методике времена добегания по притокам до основной русловой сети для различных фаз ги-

дрологического режима (см. ниже). К этим временам добавлялись времена добегаания от Рублево до места впадения соответствующего притока, и эти времена расставлялись в числовом виде вдоль притоков (вводился специальный слой на электронной карте). Затем производилась пространственная интерполяция этих времен в узлы густой треугольной сетки, специально построенной для рассматриваемого участка водосбора (от верхнемосковских гидроузлов до Рублевской плотины). Далее на этой сетке автоматически строились изохроны добегаания с шагом 5 часов. Разработанная автоматизированная универсальная процедура позволяет достаточно легко перестраивать карты времен добегаания при внесении каких-либо коррективов в расчеты.

Гидрологический режим учитывался следующим образом. Поскольку коэффициент α в паводок и в межень отличается в 10 раз ($400 \text{ м}^3/\text{с}$ и $40 \text{ м}^3/\text{с } Q_{\text{руб}}$), то отношение $\alpha_n^{2/7} \alpha_m^{-2/7} = 10^{2/7} = 1,9 \approx 2$.

Таким образом, скорости и соответственно времена добегаания в паводок и в межень отличаются приблизительно в 2 раза, что удовлетворительно согласуется с полученными расчетами для основных русел отношением $1/k = 2,5$.

Принимая, что для рассматриваемого района в межень речка длиной $L = 10^4 \text{ м}$ имеет среднюю в замыкающем створе скорость течения $0,3 \text{ м/с}$ (эти значения могут уточняться и дифференцироваться по водосборам), с учетом формулы (5.5.11) получим

$$0,3 = A\alpha^{2/7}L^{1/2} = c_m \cdot 100, \quad (5.5.13)$$

Откуда $c_m = 3 \cdot 10^{-3}$, $c_n = 6 \cdot 10^{-3}$.

Теперь по формуле (5.5.12) получим время добегаания загрязнителя в межень: $T_{10m} \approx 18 \text{ час}$. Учитывая коэффициент продольной дисперсии примеси и принимая его равным 1,5, получим время добегаания фронта загрязнения для десятикилометрового русла для рассматриваемой местности: $T_{\text{Пмеж}} = 12 \text{ час}$, $T_{\text{Ппав}} = 6 \text{ час}$,

Итак, при построении карт времен добегаания вычисляем время добегаания загрязнителя по притокам по формуле: $T_{\text{П}} = 1,3c^{-1}L^{1/2}$, где c равно $c_m = 3 \cdot 10^{-3}$ или $c_n = 6 \cdot 10^{-3}$.

Таким образом, с использованием формулы (5.5.12), электронной топографической карты, данных натурных наблюдений и расчетов по модели Сен-Венана для основной русловой сети (рек Москва, Руза, Истра) были построены карты (Рис. 5.5.1, 5.5.2) времен добегаания загрязнителя до Рублевских водозаборов для осредненных меженных и паводковых условий. Расчеты показали, что локальные (на отдельных участках) времена добегаания по основным руслам сильно зависят от местных условий (например, подпора от Рублевской плотины при меженных расходах или впадения притоков при больших расходах). Однако в целом на всей длине тракта водоподачи эти особенности нивелируются, и можно принять следующие корректирующие коэффициенты времен добегаания (ВД) относительно ВД для летних меженных условий: для зимы $K = 1,4$, для половодья $K = 0,4$.

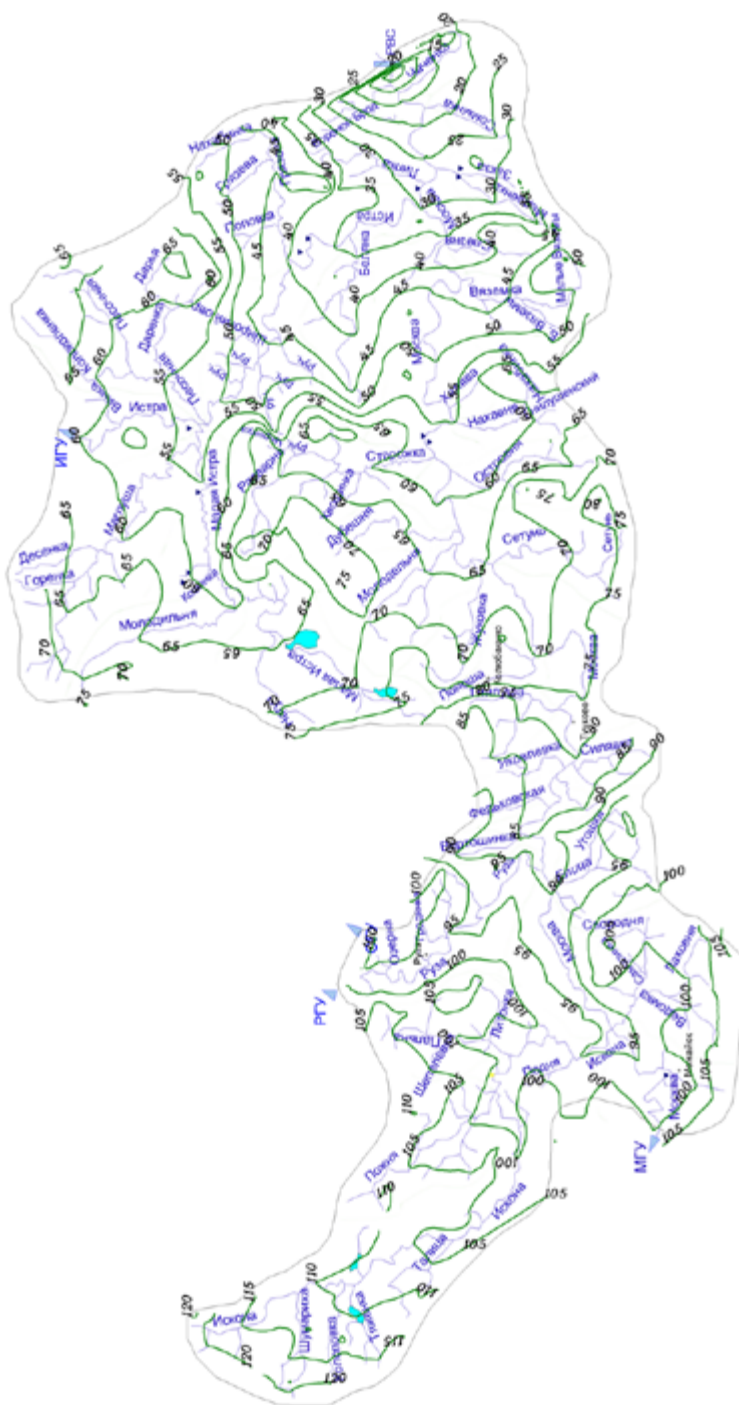


Рис.5.5.1. Карты изохрон добегания фронта волны загрязнителя (в часах) до Рублевского водозабора в меженный период

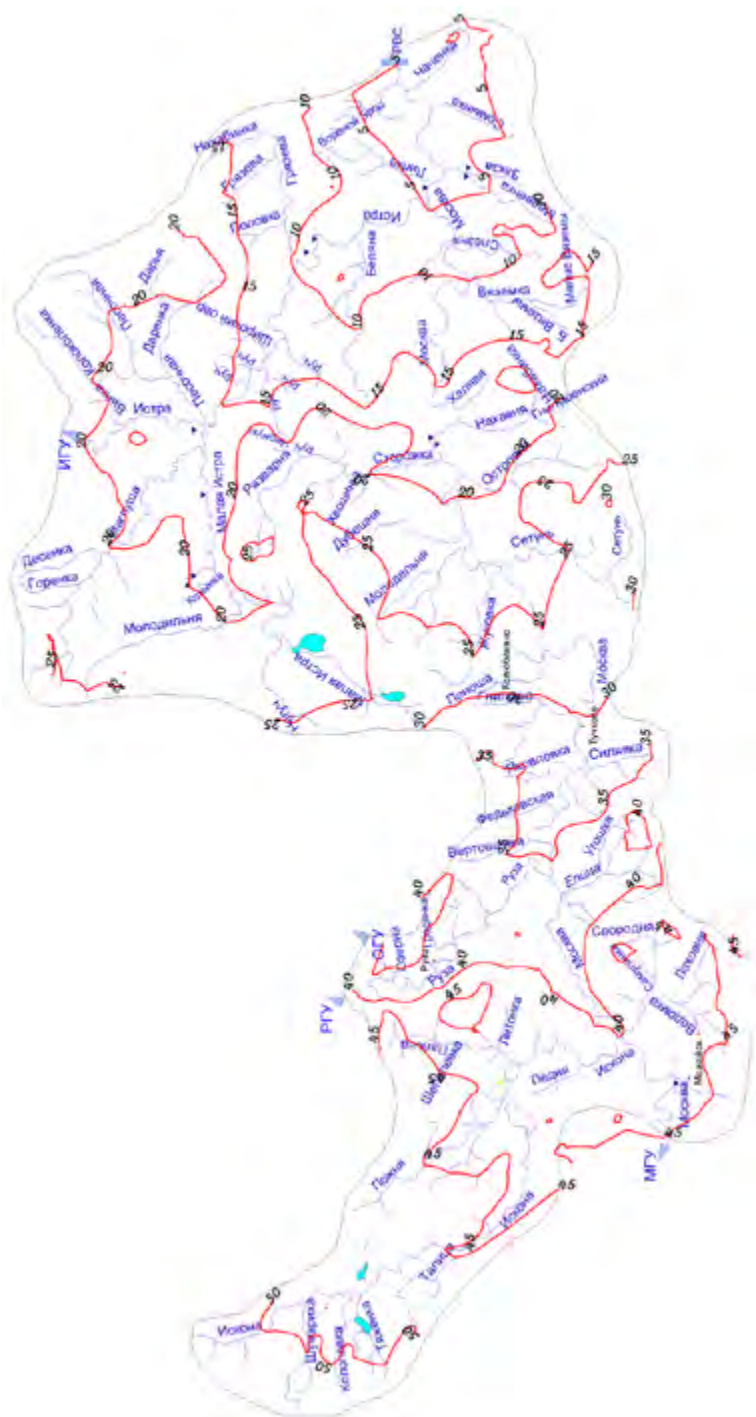


Рис.5.5.2. Карты изохрон добегания фронта волны загрязнителя (в часах) до Рублевского водозабора в период половодья

5.6. Моделирование динамики притока к Рублевской плотине в период ледостава

Период установления ледостава на р. Москве и ее притоках сопровождается потерями воды на ледообразование, шугоходом и зажорными явлениями, что затрудняет поступление воды к водопроводным станциям и ставит под угрозу водоснабжение г. Москвы. Исходя из этого, с использованием программы «Река Москва» была создана расчетная методика, позволяющая в оперативном режиме давать оценку изменения гидрологических параметров в створах водозаборов водопроводных станций с учетом имеющихся прогнозов изменения погодных условий.

Для разработки математической модели гидравлики потока при ледоставе в первую очередь необходимо было выявить основные факторы, влияющие на ледостав и потерю расхода на Рублевских водозаборах. Анализ материалов фактических наблюдений за расходами воды на Рублевской плотине, литературных данных, результатов рекогносцировочных обследований показали, что таких факторов всего семь, а именно:

- гидрографы сбросов с верхнемоскворецких гидроузлов (Можайского, Рузского, Озернинского и Истринского);
- боковой приток с незарегулированной части тракта водоподачи в предледоставный период;
- время (момент) начала ледостава;
- продолжительность нарастания площади ледового покрова (до момента почти полного покрытия льдом поверхности рек, за исключением отдельных полыней);
- потери воды непосредственно на льдообразование (фазовый переход вода – лед);
- дополнительные гидравлические сопротивления водному потоку в период ледостава и вообще в зимний период, вызванные трением воды о лед, зажорами и шугой;
- скорости течения на перекатах, где могут образовываться зажоры.

Следует отметить, что все указанные факторы в большей или меньшей степени зависят от величины и динамики изменения температуры воздуха (графика среднесуточных температур). Рассмотрим более детально каждый из этих факторов и способ его учета в математической модели.

Гидрографы сбросов с гидроузлов в период перед началом ледостава достаточно стабильны. Суммарный сброс Москворецкой водной системы (МВС) обычно составляет 35–45 м³/с, хотя в отдельные годы он доходил до 70–80 м³/с и даже до 107 м³/с (1990 г.). Сброс МВС должен обеспечить бесперебойную работу Рублевских водозаборов с расходом 30–32 м³/с и санитарный попуск 6 м³/с, в том числе в период ледостава, когда происходят потери расхода от 10 м³/с до 20–25 м³/с. Сбросы москворецких гидроузлов могут варьироваться в зависимости от температуры воздуха и ледовой обстановки и являются граничными условиями математической модели.

Боковой приток с незарегулированной части тракта водоподачи в предледоставный период заметно падает до нескольких куб. метров в секунду, что связано с устойчивым переходом к отрицательным среднесуточным температурам воздуха, и, как следствие, к уменьшению поверхностного и подповерхностного стока с территории водосбора. При моделировании величина бокового притока перед началом ледостава должна задаваться по натурным данным. Время (момент) начала ледостава. Анализ материалов натурных данных за многолетний период (около 20 лет) показал, что ледостав в верхнем бьефе Рублевской плотины и затем вверх по течению в среднем начинается, когда после устойчивого перехода через ноль сумма среднесуточных отрицательных температур составит около 30°C . В сутках этот предледоставный период в различные годы варьировался от 2–3 до 10–15 суток. За этот период происходит понижение температуры воды в реке до значений, при которых может начаться образование льда на поверхности воды (сначала у берегов и при малой скорости течения). Момент начала ледостава является параметром математической модели, поскольку, начиная с этого момента, появляются дополнительные гидравлические сопротивления движению руслового потока, связанные с льдообразованием.

Продолжительность нарастания площади ледового покрова. Покрытие льдом всей или почти всей поверхности реки происходит не мгновенно, а обычно в течение нескольких суток. Оно может сопровождаться шугоходом и зажорами на перекатных участках. При сильных морозах замерзают и перекаты, остаются только полыньи в нижних бьефах гидроузлов, поскольку сбрасываемая из водохранилищ вода замерзает не сразу. Из анализа натурных данных можно, весьма приблизительно, принять, что время от начала установления ледостава до почти полного замерзания реки составляет (в сутках) величину $-16/T$, где T – среднесуточная температура воздуха по Цельсию. Например, при $T = -8^{\circ}\text{C}$ продолжительность ледостава составит 2 суток. Эта величина является параметром математической модели, поскольку характеризует сплошность ледяного покрова, через нее – дополнительные гидравлические сопротивления.

Потери воды непосредственно на льдообразование (фазовый переход вода – лед). Потери расхода на намерзание льда можно приблизительно оценить следующим образом. Принимая среднюю ширину рек Истры и Рузы равной 30 м, а суммарную длину ниже гидроузлов 80 км, получим площадь поверхности льда (при сплошном покрытии) равной $2\,400\,000\text{ м}^2$, или с учетом полыньи и незамерзающих участков около $2\,000\,000\text{ м}^2$. Аналогично для р. Москвы получим примерно $7\,000\,000\text{ м}^2$. Намерзание 1 см/сут приводит к потере $90\,000\text{ м}^3/\text{сут}$, что составляет около $1\text{ м}^3/\text{с}$. Скорость намерзания может составлять от одного до нескольких сантиметров в сутки в зависимости от температуры воздуха и уже достигнутой к текущему моменту толщины льда. Таким образом, непосредственно на льдообразование в начале

зимы может теряться от $1 \text{ м}^3/\text{с}$ до $3\text{--}4 \text{ м}^3/\text{с}$ (при сильных морозах). В математической модели принято, что потери расхода на льдообразование при практически полном ледоставе составляют (в створе Рублевской плотины) $1 \text{ м}^3/\text{с}$ на каждые -10°C температуры воздуха. Далее предполагается, что в процессе ледостава этот расход умножается на понижающий коэффициент, пропорциональный сплошности ледяного покрова.

Как известно, максимальные кратковременные потери расхода на Рублевской плотине при ледоставе составляют от $10\text{--}12 \text{ м}^3/\text{с}$ до $20\text{--}25 \text{ м}^3/\text{с}$. Примерно $10\text{--}15\%$ от этой величины уходит непосредственно на увеличение толщины льда, а основные потери, как уже отмечалось выше, вызваны увеличением гидравлических сопротивлений подледного потока, а также увеличением сопротивлений в местах образования зажоров и при шугоходе. Здесь следует отметить, что в общем объеме потерь стока (а не расхода) в период ледостава на намерзание льда может уходить до 50% .

Дополнительные гидравлические сопротивления водному потоку. Начиная с момента начала ледостава, в расчет по компьютерной модели включается так называемая «диаграмма В.А. Бузина» (Рис.5.6.1), которая связывает тип ледовых явлений (ледостав, шугоход, зажор) со скоростью течения в реке и температурой воздуха. В свою очередь, каждый из этих типов характеризуется своим дополнительным коэффициентом гидравлического сопротивления, который должен добавляться к коэффициенту гидравлического сопротивления русла в безледном потоке. При этом дополнительный коэффициент шероховатости по Маннингу для течения подо льдом принимается равным $0,02$ (по литературным источникам и из опыта расчета других объектов), для зажорных участков увеличивается до $0,05$ (может уточняться на основе обработки натурных данных), затем для условий шугохода он постепенно уменьшается и с переходом к условиям свободного от шуги открытого потока (при приближении к оси абсцисс с нулевой температурой) обращается в ноль. Повышение гидравлических сопротивлений ведет к уменьшению скоростей течения и повышению глубин потока, за счет чего происходит частичная аккумуляция расхода и уменьшается приток к Рублевской плотине и водозаборам. После установления ледостава и соответствующего изменения параметров течения приток к Рублевскому гидроузлу в значительной степени восстанавливается, однако остаются потери расхода, связанные с нарастанием толщины ледяного покрова.

Скорости течения на перекатах, где могут образовываться зажоры. Из диаграммы В.А. Бузина видно, что условия образования зажоров весьма чувствительны к скоростному полю течения. Достоверно смоделировать скоростное поле на перекатах возможно только при наличии нескольких надежных поперечных сечений по длине переката. Такие данные в эксплуатируемую компьютерную модель «Река Москва» не заложены (поперечники в ней располагаются на расстоянии от 500 м до 1500 м друг от друга).

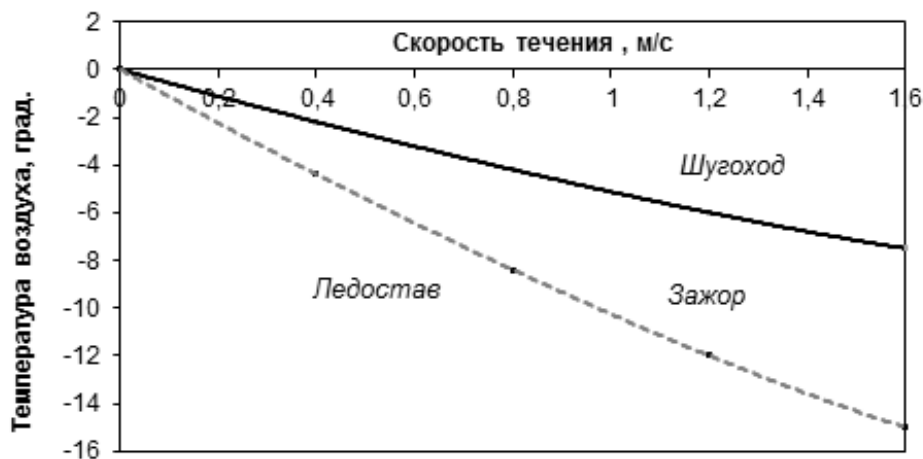


Рис. 5.6.1. Соотношения температуры воздуха и скорости течения воды в период замерзания реки (диаграмма В. А. Бузина)

Разработана следующая методика моделирования течений в период ледостава. Численная гидродинамическая модель тракта водоподачи Москворецкого водоисточника дополняется блоком, связывающим ход температуры воздуха и локальные характеристики потока на каждом расчетном поперечнике с дополнительными коэффициентами гидравлического сопротивления. Конкретные значения коэффициентов в этом блоке подобраны на основе фактических рядов наблюдений за расходами на Рублевской плотине с учетом графиков хода среднесуточных температур за рассматриваемый период, а также гидрографов сбросных расходов москворецких гидроузлов, и могут в дальнейшем уточняться. Решение задачи можно разбить на два этапа.

На первом этапе делается прогноз момента начала ледостава. Для этого анализируются температуры воздуха за прошедший период (начиная с момента перехода к отрицательным среднесуточным температурам) и на несколько суток вперед (по прогнозу). Начало ледостава принимается с момента времени, когда сумма отрицательных среднесуточных температур воздуха по модулю превысит 30°C . Момент начала интенсивного ледостава может корректироваться с учетом данных мониторинга ледовой обстановки.

На втором этапе, принимая, что ледостав начался, производятся расчеты по гидродинамической модели, и для каждого поперечника по диаграмме В.А. Бузина (Рис. 5.6.1), связывающей условия формирования ледяного покрова, зажоров или шугохода с температурой воздуха и скоростью течения, находится текущее состояние речного потока в районе каждого поперечника. В зависимости от области на диаграмме к основному сопротивлению речного русла добавляется дополнительное сопротивление, вызванное ледяным покровом, зажором или шугой. При этом учитывается коэффициент

сплошности ледяного покрова, который принимается обратно пропорциональным времени полного ледостава.

Вводимые в гидродинамическую модель дополнительные сопротивления приведут к торможению потока, подъему уровней воды и аккумуляции за счет этого части расхода, то есть к его уменьшению в замыкающем створе Рублевской плотины. К этим потерям добавляются потери расхода, вызванные увеличением толщины льда. При этом если температурные условия и сбросные расходы с гидроузлов в течение нескольких суток будут неизменными, то и течение с учетом ледовых явлений стабилизируется, и небольшие суточные потери расхода (примерно от 1 м³/с до 3 м³/с в зависимости от температуры воздуха) будут вызваны лишь увеличением толщины льда (переходом воды в лед). Если температура воздуха и/или сбросы из водохранилищ будут переменными, то будут меняться дополнительные коэффициенты сопротивления, а вместе с ними и гидравлические характеристики потока.

Любой вариант сочетания температурных и гидрологических условий в период ледостава может быть рассчитан с помощью разработанной компьютерной модели и определена его эффективность с точки зрения обеспечения бесперебойного водоснабжения г. Москвы и экономии запасов воды в водохранилищах. Здесь мы приведем один из примеров расчета течений в основном тракте водоподачи в период ледостава по модифицированной программе «Река Москва».

Для проверки работоспособности разработанной компьютерной модели в реальных условиях был проведен расчет для условий ледостава в ноябре 2007 г. В этот период после устойчивого перехода среднесуточных температур воздуха через 0°C, который произошел 5 ноября, по 17 ноября включительно держались среднесуточные температуры -2 – -3°C, 18 ноября температура понизилась до минус -7, а 19 – до -9°C, причем в утренние часы опускалась до -17°C. Сбросные расходы с московских гидроузлов в период с 13 по 20 ноября оставались практически постоянными: ИГУ-13 м³/с, МГУ-7 м³/с, РГУ-8 м³/с, ОГУ-7,5 м³/с и в сумме составляли 35,5 м³/с (за исключением 19 ноября, когда по Истре было кратковременное увеличение сброса до 20 м³/с). Санитарный попуск в период 15–17 ноября составлял 10–11 м³/с, Рублевские водозаборы отбирали в среднем 31 м³/с. Таким образом, боковой приток с незарегулированной части водосбора составлял в этот период 5–6 м³/с.

18 ноября в связи с понижением температуры воздуха и уже начавшимся в предыдущие 2 дня, но слаборазвивающимся ледоставом, санитарный попуск уменьшился до 8 м³/с, а на следующий день стал нулевым. В эти 2 дня происходил процесс интенсивного льдообразования и ледостава, который был подготовлен почти двухнедельным периодом отрицательных температур воздуха и активизировался при дополнительном понижении темпера-

туры. В последующие сутки санитарный попуск стал постепенно расти: 20 ноября – $3 \text{ м}^3/\text{с}$, а 21 ноября – $5 \text{ м}^3/\text{с}$.

Описанный выше сценарий ледостава был заложен в численную модель путем задания расходов верхнемоскворецких гидроузлов, бокового притока и графика среднесуточных температур воздуха. Для лучшего понимания, анализа и сравнения «хвостовых» частей графиков при различных сценариях (см. ниже) температура воздуха в этих расчетах (после начала ледостава) принималась равной -8°C (то есть фактической среднесуточной за двое суток ледостава). Время ледостава, потери на льдообразование и дополнительные гидравлические сопротивления рассчитывались в соответствии с заложенными в программу зависимостями. Результаты расчетов демонстрирует график Рис. 5.6.2, на котором изображены расходы воды в основных контрольных створах тракта водоподачи в зависимости от времени, начиная с момента интенсивного ледостава. Кривая синего цвета на рисунке соответствует санитарному сбросу ниже Рублевских водозаборов. Отсюда видно, что по расчету санитарный попуск уходит в область небольших отрицательных значений около $-2 \text{ м}^3/\text{с}$ (в программе отрицательные значения не зануляются для обеспечения непрерывности расчетов). По окончании основного ледостава санитарный попуск постепенно увеличивается и примерно через 6 суток от начала ледостава возвращается к своему исходному значению за вычетом отбора расхода на намерзание льда (около $1 \text{ м}^3/\text{с}$ при принятой температуре -8°C). Если вычислить объем недоданного по санитарным нормативам пуска (площадь фигуры между синей кривой и горизонтальной линией с ординатой $6 \text{ м}^3/\text{с}$ на Рис.5.6.1), он составит около $4 \text{ м}^3/\text{с} \cdot 4 \text{ суток} = 1,4 \text{ млн м}^3$. Тривиальный, но важный вывод состоит в том, что объем дополнительного пуска с ИГУ (или других гидроузлов) для компенсации санитарных расходов должен быть не меньше, чем объем этого недоданного санитарного пуска.

Посмотрим, например, какие будут потери расходов при тех же предледоставных условиях, но при ледоставе для температуры воздуха -40°C (близкая к минимально возможной). Результаты представлены на Рис. 5.6.3. Видно, что санитарный попуск падает до минимума $-6 \text{ м}^3/\text{с}$ примерно за 0,4 суток, держится на таких значениях около суток, а затем начинает постепенно нарастать и через 5 суток доходит до $+6 \text{ м}^3/\text{с}$, то есть до нормативного значения. При этом пять суток нижний бьеф находится без нормативного обводнения. Интересно отметить, что нарастание санитарного пуска идет двумя волнами, что связано с тем, что расход по р. Истре (оранжевый график) восстанавливается гораздо быстрее, чем расход по р. Москве (фиолетовый график). Это свойство тракта водоподачи необходимо использовать при регулировании сбросов в период ледостава, отдавая предпочтение сбросам ИГУ перед сбросами из других водохранилищ. Объем недоданного

по санитарным нормативам попуска в этом случае равен 2,5 млн м³, причем значительную часть его составляют потери на непосредственное намерзание льда при сильном морозе.

Возникает вопрос, каким образом можно было обеспечить нормативный попуск в условиях ледостава 2007 г. С ИГУ было увеличение попуска 19 ноября до 20 м³/с в течение 6 часов. Результаты моделирования представлены на Рис. 5.6.4. Из него хорошо видно, что попуск опоздал, а его величина недостаточна (объем несопоставим с потерянным объемом в 1,4 млн м³). Если сделать такой же попуск на сутки раньше и в течение двух суток (его объем 1,2 млн м³), то результат значительно улучшится (Рис. 5.6.5). Практически здесь обеспечен санитарный попуск 4 м³/с, а если сбросной расход ИГУ довести до 23 м³/с, то норматив будет выполнен. Этот расчет иллюстрирует сложность происходящих при ледоставе динамических процессов.

Путем перебора вариантов удалось найти такой гидрограф попуска ИГУ (его можно назвать оптимальным, кривая серого цвета на Рис. 5.6.6), который обеспечивает нормативное обводнение в период ледостава при минимально возможном объеме сброса (около 2 млн м³, или на 35% больше недоданного объема обводнения). Следовательно, при сценарии развития ледостава по 2007 году можно было, по-видимому, обеспечить нормативный попуск, регулируя сброс ИГУ уже после начала ледостава. Однако это потребовало бы достаточно больших объемов сброса с расходом до 25 м³/с, произведенных по заданному графику.

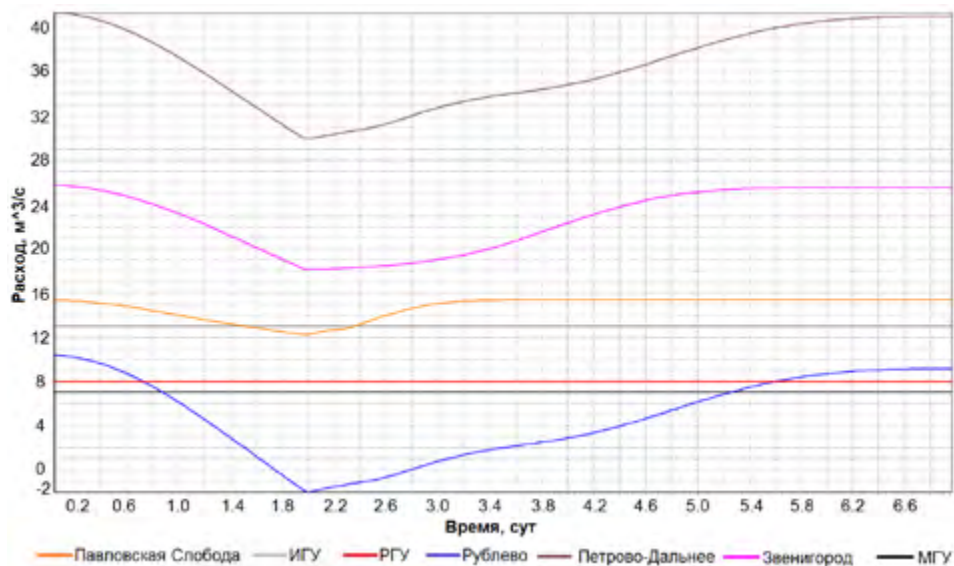


Рис. 5.6.2. Расходы воды в контрольных створах в зависимости от времени.
Условия ноября 2007 г. без дополнительных попусков. $T = -8^{\circ}\text{C}$

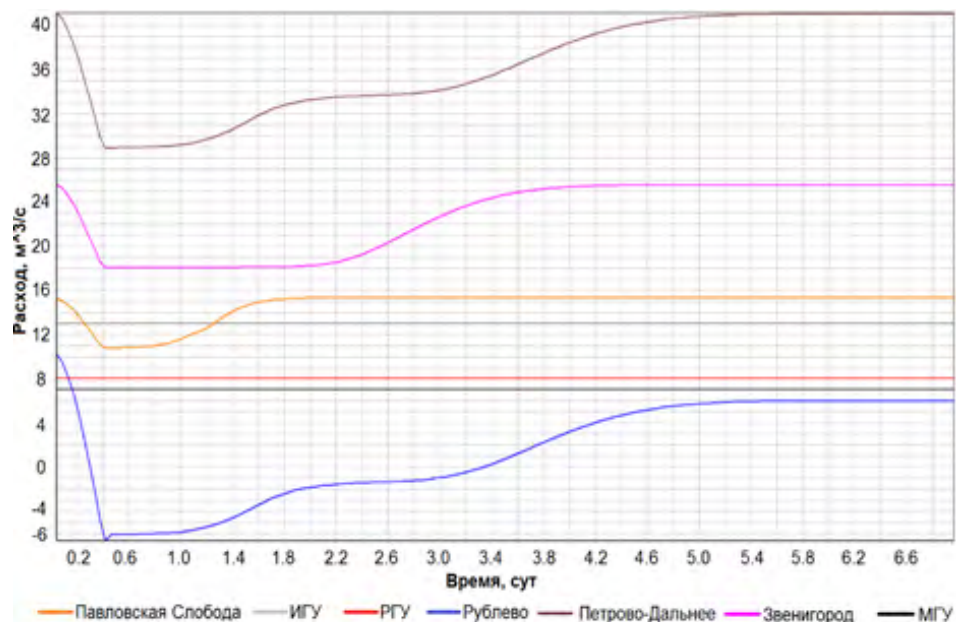


Рис. 5.6.3. Расходы воды в контрольных створах в зависимости от времени. $T = -40^{\circ}\text{C}$. Без дополнительных попусков.

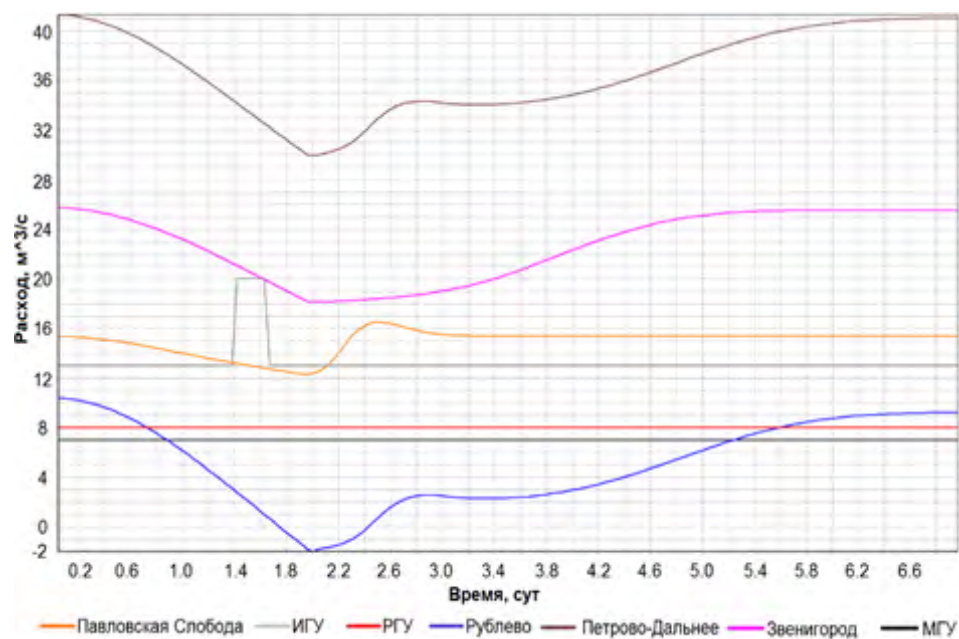


Рис.5.6.4. Расходы воды в контрольных створах в зависимости от времени. Условия ноября 2007 г. $T = -8^{\circ}\text{C}$. Маленький неэффективный попуск ИГУ

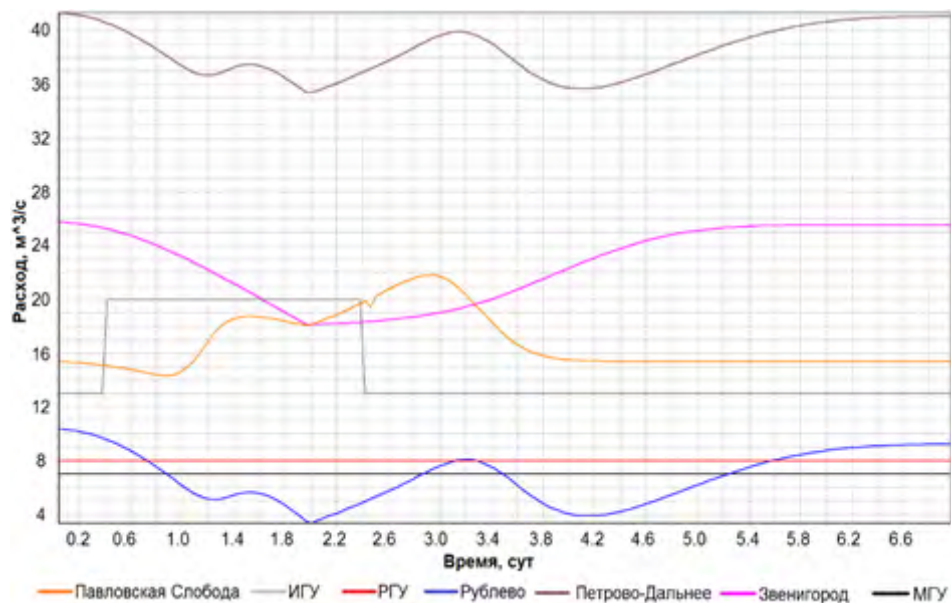


Рис. 5.6.5. Расходы воды в контрольных створах в зависимости от времени.
Условия ноября 2007 г. $T = -8^{\circ}\text{C}$. Попуск ИГУ вдвое суток 20 м³/с.

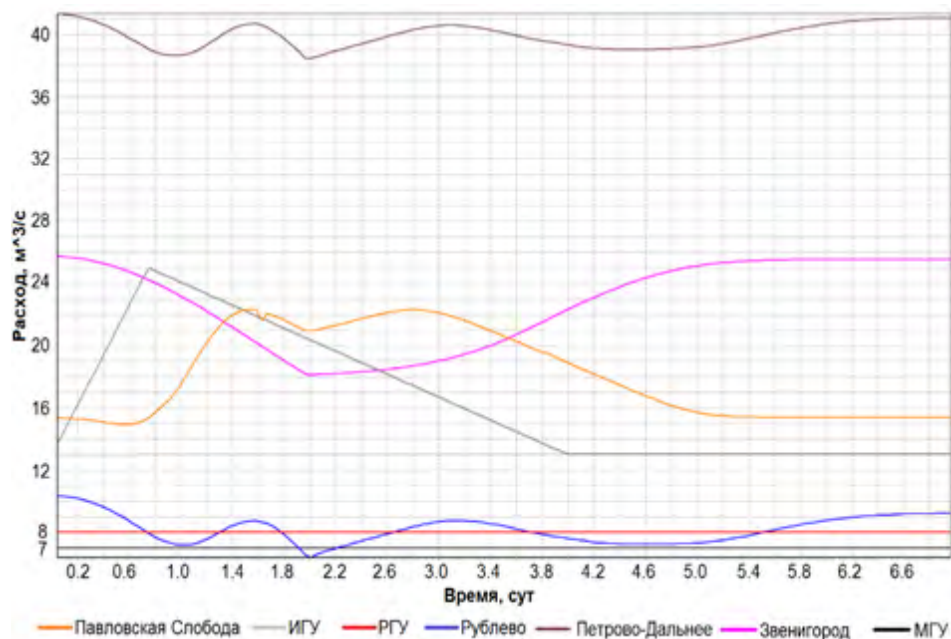


Рис. 5.6.6. Расходы воды в контрольных створах в зависимости от времени.
Условия ноября 2007 г. $T = -8^{\circ}\text{C}$. Оптимальный попуск ИГУ. Обеспечен минимальный нормативный попуск в нижний бьеф Рублевского гидроузла

Глава 6. НАУЧНОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В настоящей главе рассмотрены примеры приложения разработанных методов численного гидродинамического моделирования к научному сопровождению проектирования гидротехнических сооружений. В п. 6.1 представлено исследование влияния водоотводного канала на уровни затопления пойменных участков с учетом сброса забираемой в канал воды снова в реку в нескольких километрах ниже по течению; в п. 6.2 численно исследована и оптимизирована конструкция поверхностного водосброса ГЭС Кашхатау на р.Черек; в п. 6.3 проведен анализ различных вариантов сопряжения отводящего канала ГЭС Капанда (Ангола) с руслом горной реки; в п.6.4 на основе численных экспериментов выбран оптимальный с гидравлической точки зрения вариант планового очертания совмещенного нижнего бассейна Загорских ГАЭС 1, 2. Наконец, в п. 6.5 описаны комплексные гидролого-гидравлические исследования для обоснования проекта Багаевского низконапорного гидроузла на р. Дон (в расчетах применялся программный комплекс STREAM 2D CUDA. Отметим, что аналогичные расчеты выполнялись также для Омского низконапорного гидроузла на р. Иртыш и Нижегородского низконапорного гидроузла на р. Волга.

6.1. Спрямление излучины р. Туры. Численное исследование влияния инженерных сооружений на глубину затопления поймы р. Туры в районе г. Тюмень

6.1.1. Задача и математическая модель

В задачу исследований входил анализ прохождения высоких паводков на участке р. Тура протяженностью около 13 км в пределах г. Тюмень с целью получения данных о протекании потока, уровнях воды и границах затопления поймы в рассматриваемом районе с учетом проектируемого водоотводного канала. Рассматриваемый участок размерами 9×4 км в плане представляет собой территорию, вытянутую вдоль русла р. Туры в пределах г. Тюмени (Рис.6.1.1). В верхней части участка р. Тура имеет две сопряженные излучины и как левобережную, так и правобережную поймы. В средней и низовой частях русло реки почти прямолинейное, правобережная пойма местами отсутствует или имеет незначительную ширину, левобережная пойма достаточно широкая (до 2 км), с озерами и старицей, перегорожена тремя подходными насыпями мостовых переходов (в двух насыпях есть

пойменные отверстия для пропуска расходов, идущих по старице). На части левобережной поймы произведен гидронамыв грунта до отметок 58.0–59.0 мБс, и планировалось продолжение гидронамыва на пойменных участках ниже по течению. Значительные участки поймы (особенно в районе второй излучины) застроены. На некоторых участках реки по берегам существовали, а также проектировались берегоукрепительные дамбы до отметки 58.0 мБс вертикального и откосного типов. Дно реки ровное, песчаное на перекатах и глинисто-песчаное на плесах.

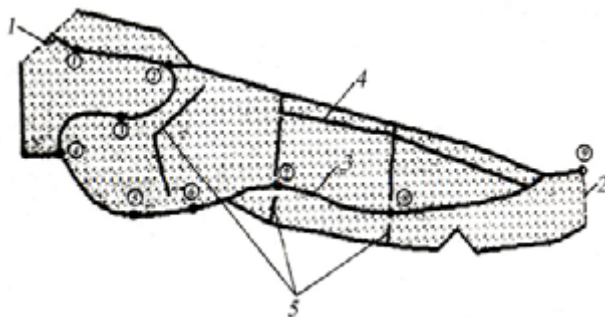


Рис. 6.1.1. Схема расчетной области: 1 – входная граница; 2 – выходная граница; 3 – русло; 4 – канал; 5 – дороги. Цифры в кружках – номера створов в русле р. Туры, в которых приведены отметки водной поверхности

К ключевым гидрологическим и ситуационным особенностям рассматриваемого района относятся:

- сильная извилистость русла, наличие старицы и канала на пойме;
- наличие дамб обвалования и мостовых переходов на пойме, усложняющих характер протекания пойменного потока;
- малая ширина русла и канала по отношению к ширине пойм и размерам расчетной области;
- сложная геометрия расчетной области, переменная шероховатость на пойме, в русле и канале.

Перечисленные факторы существенно осложняют применение традиционных методов расчета расходов и уровней воды (например, морфометрических), которые в указанных условиях могут дать большую погрешность. Физическое моделирование также затруднено в силу разномасштабности русловых и пойменных участков, больших перепадов уровней, необходимости сильного искажения масштабов на модели. Немаловажным фактором является и то, что стоимость физического моделирования существенно превышает стоимость численного моделирования.

Математическая модель. Изучение гидрологической обстановки проводилось на основе двухслойной модели мелкой воды (п.1.2) по программе «FLOOD» [Беликов, Милитеев, 2002а] которая позволяет учесть все отмеченные выше особенности и не имеет погрешности при пересчете в натуру. Модель проверена на данных экспериментальных исследований, по ней

проведены расчеты течений в междуречье трех крупных рек на п/о Ямал, притоков р. Уссури рек Б. Уссурики и Малиновки у г. Дальнереченска (см. раздел 8.2), р. Пур с притоками в Зап. Сибири, Волго-Ахтубинской поймы и дельты р. Волга и ряда других объектов, причем получено хорошее совпадение с данными натурных измерений. По результатам расчетов сделаны общие выводы о влиянии различных вариантов водоотводного канала на уровни водной поверхности и границы затопления поймы [Беликов, Милитеев, Колесников, 1996].

6.1.2. Модель объекта и калибровка

Исходные данные. В гидрологическом отношении р. Тура достаточно хорошо изучена. Водомерный пост р. Тура – г. Тюмень расположен на северо-восточной окраине города по левому берегу в 300 м ниже ж/б моста. Высота нуля поста 48,52 мБС. За время наблюдений (с 1896г.) высший уровень половодья изменялся от 915 см (57,67 мБС) в 1979 г. до 269 см (51,21 мБС) в 1907 г. За время наблюдений максимальные расходы были 3330 м³/с в 1927 году и 3500 м³/с в 1979 г. Максимальные расходы воды проходят во время весеннего половодья в большинстве своем после ледохода. В Таблице 6.1.1 приведены обработанные методами математической статистики расходы и уровни воды различной обеспеченности.

Табл. 6.1.1. Расходы и уровни воды различной обеспеченности

Вероятность превышения (%)	1	3	5	10	20
Расход воды, м ³ /с	3580	2600	2160	1610	1150
Уровень, мБс	57.92	57.32	57.02	56.52	56.07

Данные по уклонам водной поверхности имеют значительный разброс. По исходным материалам рекомендовалось принимать для меженных условий на рассматриваемом участке уклон 0,00006, для паводковых условий 0,0001.

Скорости течения также обусловлены величиной расхода воды. При расходе 2570 м³/с средняя скорость в русле наблюдалась 1,6 м/с, максимальная 2,7 м/с. При экстремальных условиях (1%) по натурным данным можно ожидать среднюю скорость течения 1,8–1,9 м/с, максимальную около 3 м/с.

Следует отметить, что с процессом освоения и застройки левобережной поймы связано уменьшение протекающих по ней расходов воды. Если по натурным данным в 50-е годы пойма пропускала 600 м³/с и более, то в последующие годы этот расход снижался и в связи с гидронамывом территории мог быть сведен к нулю. Для обеспечения пропуска пойменного расхода запроектирован канал, облицованный плитами с коэффициентом шероховатости по Маннингу $n = 0,015$. При уклоне водной поверхности 0,0001 канал рассчитан на пропуск 500–530 м³/с. Уровни в начале и в конце

канала рассчитаны из условий: уклон в русле 0,00006, расстояние вверх и вниз от водопоста 5 км. Тогда вверх уровень воды 58,2, вниз 57,6 (при длине канала 6 км получается расчетный уклон 0,0001). Такой расчет нельзя признать удовлетворительным, т.к. при высоких расходах воды средний уклон в русле будет больше 0,00006 (хотя бы из-за подпорных явлений у мостовых переходов), что подтверждается и натурными данными.

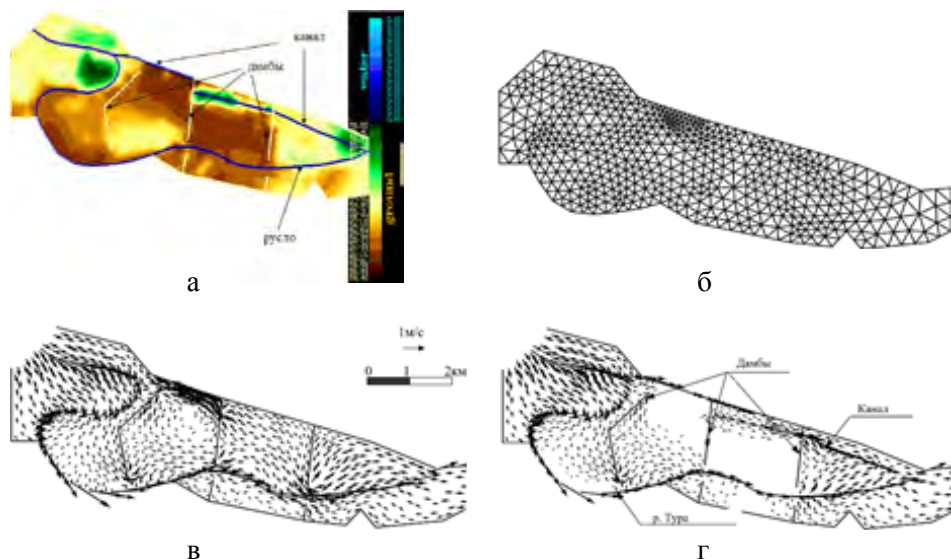


Рис. 6.1.2: Отметки поверхности поймы р. Тура в районе города Тюмень для варианта с проектируемым каналом (а), расчетная сетка (б) и скорости течения (в – бытовые, г – с каналом)

Схематизация области течения. Входная граница (через которую поток втекает в расчетную область) была выбрана ортогонально направлению потока в двух километрах выше по течению от проектируемого входа в канал. Выходная граница была выбрана на 1 км ниже впадения канала (Рис. 6.1.1). Боковые границы области течения, через которые вода не протекает, были выбраны следующим образом: а) по отметкам рельефа с карты 1:10000 и 1:2000, заведомо не затопляемым; б) по железным и автомобильным дорогам с непереливаемыми насыпями. Ширины и глубины русла принимались с карт 1:10000 и 1:2000], а также с продольных профилей русел, и увязывались с поперечниками русла в створах мостов и с лоцманской картой. Продольный профиль и поперечники канала принимались по проектным материалам. Отметки поверхности поймы для варианта с проектируемым каналом представлены на Рис. 6.1.2а.

Расчетные сетки. Вся область течения покрывается треугольной сеткой конечных элементов таким образом, чтобы все границы, русла попадали на грани и в узлы сетки. Для построения использовался модифици-

рованный пакет программ «TRIANA» [Беликов, 1984а]. Сетки содержали около 1000 элементов (треугольников) и были привязаны к особенностям рельефа (Рис. 6.1.2б).

Задание граничных и начальных условий. На входных (верхних) границах, там, где поток втекает, задавали постоянные расходы воды различной обеспеченности (приведены выше в таблице 6.1.1). На нижних (выходных) границах задавали уровни свободной поверхности воды, пересчитанные из створа водомерного поста с учетом уклонов водной поверхности.

В качестве начальных условий принимались нулевые скорости и свободная поверхность воды в виде наклонной плоскости, примерно параллельной пойме и проходящей через отметку на выходной границе. Для заданных расходов разыскивались стационарные решения

Калибровка численной модели. Коэффициенты шероховатости n по Маннингу для русла и поймы выбирались с учетом характера местности и растительного покрова на основе уже имеющегося опыта численного моделирования аналогичных объектов и с учетом проектных данных. Для поймы на застроенных участках принимался $n = 0,06$, на незастроенных $n = 0,05$, для русла $n = 0,025$, для канала с бетонной облицовкой $n = 0,015$. Принимались следующие уровни воды на выходной границе: $Z = 57,20$ мБС при $Q = 3580$ м³/с (1%) и $Z = 56,55$ при $Q = 2160$ м³/с (5%). При таких значениях граничных условий на водпосту получены значения $Z = 57,91$ мБС и $Z = 57,01$ мБС соответственно, что совпадает с данными, приведенными в таблице 6.1.1. При этом средний на рассматриваемом участке уклон водной поверхности вдоль русла составляет 0.0001 для однопроцентного расхода и 0,00007 для пятипроцентного, что так же хорошо согласуется с приведенными в п. 6.1.1 натурными данными.

6.1.3. Результаты расчетов без учета и с учетом обводного канала

Результаты расчетов для паводков 1% и 5% обеспеченности при различных ситуационных условиях приведены в таблице 6.1.2, а также на Рис. 6.1.2в, г для паводка 1% и Рис.6.1.3 (глубины затопления). Для однопроцентного паводка расход воды, проходящей по левобережной пойме (по старице), составляет около 270 м³/с.

Все остальные расчеты проводились при однопроцентном расходе $Q = 3580$ м³/с, указанных выше шероховатостях и уровне в выходном створе $Z = 57,20$ мБС.

Для варианта с временным сбросным каналом результаты расчетов приведены в таблице 6.1.2. Канал пропускает расход 800 м³/с, отметка водной поверхности на водпосту 57,78 мБС, т.е. всего на 13 см ниже варианта без канала (см. выше). Такое незначительное понижение отметок при отборе заметного расхода воды (более 500 м³/с по сравнению с вариантом без канала) связано с тем, что эта вода снова сбрасывается в реку всего в трех километрах ниже водпоста, и соответствующий подпор распространяется

выше по течению по руслу на значительное расстояние. Если бы указанный расход не возвращался в реку или сброс был бы очень далеко (>10 км от водпоста), то по нашим оценкам уровень на водпосту и выше его (до начала канала) упал бы на 40–45 см вместо 13 см, т.е. составил бы на водпосту $Z = 57,45$ мБС.

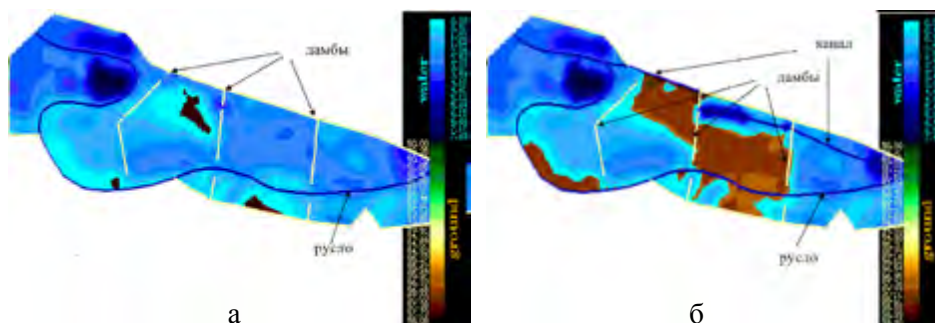


Рис. 6.1.3: Глубины затопления поймы р.Тура при расходе $3580 \text{ м}^3/\text{с}$: а) – в бытовых условиях, б) – с проектируемым каналом

Эти выводы подтверждаются и расчетами для основного канала (таблица 6.1.2). Расход в канале составляет в этом случае $860 \text{ м}^3/\text{с}$, $Z = 57,66$ мБС. Таким образом, отнесение водовыпуска канала в реку вниз по течению на 2 км понизило отметки еще на 11 см, однако влияние подпора все еще сказывается в районе водпоста и выше.

Табл. 6.1.2: Результаты расчетов для паводков 1% и 5% обеспеченности

Варианты расчетов	Отметки водной поверхности в створах								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Без канала	58,30	58,20	58,17	57,13	57,05	57,01	56,94	56,75	56,55
Без канала, $Q = 2160 \text{ м}^3/\text{с}$	58,03	58,01	57,99	57,95	57,84	57,78	57,70	57,61	57,20
Сбросной канал	58,13	58,01	57,99	57,95	57,84	57,78	57,70	57,61	57,20
Основной канал	58,03	57,90	57,88	57,84	57,73	57,66	57,59	57,50	57,20
Основной канал $B = 50$ м	58,12	58,02	57,98	57,93	57,80	57,72	57,64	57,53	57,20
Без канала и старицы	58,33	58,24	58,21	58,15	57,98	57,91	57,76	57,61	57,20

В связи с тем, что расход в канале получился больше расчетного (т.к. средний уклон водной поверхности в канале составил 0,00016 вместо 0,0001, принятого в проекте), был проведен еще расчет уменьшенного варианта канала шириной поверху 50 м, но той же средней глубиной (т.е. с несколько более крутыми откосами). В этом случае расход через канал составил $560 \text{ м}^3/\text{с}$, отметка водпоста 57,73 мБС.

Последняя серия расчетов была проведена для варианта без канала, но с полностью пересыпанной старицей и гидронамывом на 2-х участках поймы

до отметок 58–59 мБС (фактически в расчете через пойменные мосты все же шел незначительный расход $\sim 40 \text{ м}^3/\text{с}$). Результаты этого расчета практически не отличаются от первого варианта (без канала, с остатками старицы). Дело в том, что увеличение расхода в основном русле на величину около $200 \text{ м}^3/\text{с}$ компенсируется улучшением условий протекания потока за счет создания укрепления берегов русла и уменьшения потерь на трение.

Из анализа вышеприведенных результатов сделан вывод, что строительство канала в его основном варианте приводило бы к снижению уровней воды в реке не более чем на 30 см, а во временном варианте – не более чем на 20 см по сравнению с бытовыми условиями. Поэтому более целесообразным являлось повышение отметок верха берегозащитных дамб на эту величину.

В расчетах получались так же скорости течения, осредненные по глубине потока, которые в русле достигали $2,0 \text{ м/с}$ на участке от водпоста и выше по реке в пределах 2 км. Поскольку русло имеет в сечениях параболическую форму и глубина на фарватере больше средней глубины русла, а так же исходя из пересчета средней скорости по вертикали на максимальную, можно ввести множитель 1,4 для пересчета на максимальную скорость, а с учетом возможных местных локальных особенностей течения до 1,5, т.е. максимальные скорости в паводок 1% обеспеченности на стрежне потока могут достигать 3 м/с . Эти выводы соответствуют имеющимся натурным данным. Следует заметить, что вблизи берегозащитных дамб откосного типа следует ориентироваться на скорость $2\text{--}2,5 \text{ м/с}$.

6.2. Оптимизация конструкции водосброса Кашхатау ГЭС

На рубеже 20-го и 21-го веков на р. Черек (Северный Кавказ, Кабардино-Балкария) проектировался и строился каскад Нижне-Черекских ГЭС, состоящий из двух последовательных деривационных ГЭС (Кашхатау, Аушигерская) с напором около 100 м каждая. В период с 1992 по 2008 годы по тематике, касающейся гидравлического обоснования конструкций и компоновки создаваемых гидротехнических сооружений, сотрудниками ОАО «НИИЭС» и ООО «НПП «Аквариус» было выполнено 13 научно-исследовательских работ. В работах учитывались гидрологические особенности реки, к которым относятся резко неравномерное распределение жидкого стока в течение года и большой объем твердого стока наносов, также неравномерный в разрезе года. Эти обстоятельства привели к принятию в проекте ряда инженерных решений, призванных обеспечить экономичность создания, надежность эксплуатации сооружений и оборудования каскада, оптимальное удовлетворение потребностей энергосистемы. По результатам этих исследований в 2008 году коллектив авторов в составе В.В. Беликов, А.М. Прудовский, В.П. Середавкин, С.Я. Школьников, М.Ф. Уханов был

удостоен премии РусГидро «За лучшую научно-исследовательскую работу в области гидроэнергетики». В настоящем разделе представлена только маленькая часть той большой работы, касающаяся оптимизации водосброса Кашхатау ГЭС.

Надежность подпорной каменно-земляной плотины головного узла во многом зависит от эффективной работы водопропускных сооружений по пропуску максимального расхода воды с минимальными (безопасными) размывами в нижнем бьефе. По результатам исследований были усовершенствованы конструкции строительного водосброса и эксплуатационного трехпролетного водосброса. Поверхностный водосброс с порогом на $\nabla 730,8$ м, имеющий два входных пролета, шириной по 7 метров и один пролет шугосброса с порогом на $\nabla 737,0$ м и шириной 4 м, имеет быстроток с уклоном 1: 5,55, заканчивающийся трамплином (Рис. 6.2.1а).

Данная конструкция (Рис. 6.2.1б) в отличие от исходного варианта имеет меньшую длину (95 м против 125 м), более высокую отметку носка трамплина ($\nabla 714,0$ м против $\nabla 709,0$ м), меньший угол между направлением схода потока и горизонтом (20° против 35°) и большую ширину конечного участка быстроточка (25 м против 20 м). Эти изменения обеспечили равномерность течения на быстроточке, существенное снижение величины удельного расхода при сходе с носка трамплина и, соответственно, уменьшение глубины ямы размыва в нижнем бьефе.



Рис. 6.2.1. Вид на водосброс Кашхатау ГЭС со стороны нижнего бьефа (а) и план эксплуатационного водосброса (б)

Пропускная способность, равная для поверхностного водосброса и шугосброса соответственно $377 \text{ м}^3/\text{с}$ и $18 \text{ м}^3/\text{с}$, с учетом пропускной способности промывной галереи верхней головы отстойника ($30 \text{ м}^3/\text{с}$) и расхода деривации ($80 \text{ м}^3/\text{с}$) обеспечивают в сумме безопасный транзит воды через сооружения головного узла с максимальным расходом обеспеченностью 0,1%.

Сравнение вариантов производилось с применением численного гидродинамического моделирования в приближении уравнений мелкой воды на основе программного комплекса «BOR» [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2001] (прообраза STREAM 2D), предназначенного для расчета бурных потоков. Расчетные четырехугольные криволинейные сетки, адаптированные к плановым очертаниям рассматриваемых вариантов, представлены на Рис. 6.2.2.

Расчеты проводились на различные расходы воды при работе одного и двух пролетов эксплуатационного водосброса при открытом и закрытом шугосбросе. На Рис. 6.2.3 приведены сопоставительные результаты моделирования для вариантов №1 (первоначальный) и №4 (окончательный) на максимальный суммарный расчетный расход 380 куб. м/с. Видно, что в варианте №4 течение на быстротоке абсолютно симметричное, в отличие от варианта №1, где наблюдается перекося и сбойность течения. Скорости в конце быстротока (на подходе к носку-трамплину) несмотря на существенную разницу в длине в обоих случаях одинаковые (около 21 м/с). Однако за счет дополнительного расширения сбрасываемой струи в плане, которое продолжается и дальше после отброса струи носком-трамплином, удалось в варианте №4 в 1,5 раза снизить удельный расход в падающей струе, что приводит к значительному уменьшению глубины ямы размыва, удешевлению крепления нижнего бьефа и повышению устойчивости напорных сооружений гидроузла.

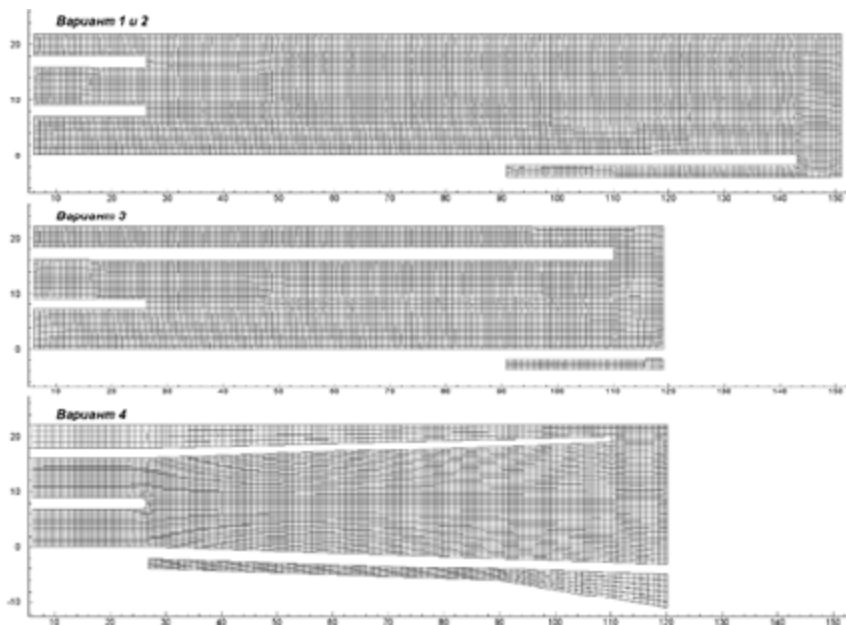


Рис. 6.2.2. Расчетные четырехугольные криволинейные сетки для различных вариантов эксплуатационного водосброса

Таким образом, небольшие усовершенствования, внесенные в первоначальный проект эксплуатационного водосброса, эффективность которых была обоснована численным моделированием, привели к улучшению гидравлических характеристик, снижению стоимости и даже к улучшению внешнего вида сооружения.

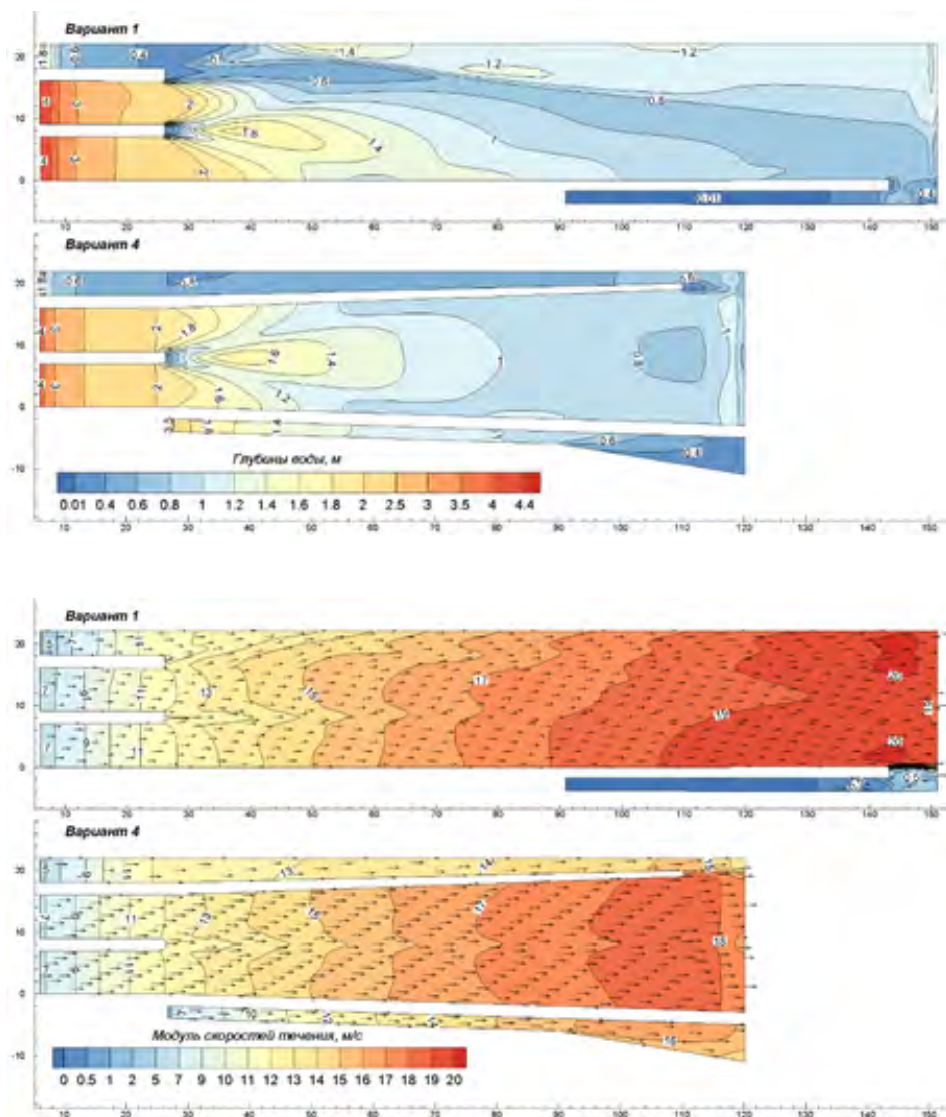


Рис. 6.2.3. Глубины потока и скорости течения на быстротоке водосброса при расходах шугосброса $20 \text{ м}^3/\text{с}$; поверхностного водосброса $330 \text{ м}^3/\text{с}$; промывной галереи $30 \text{ м}^3/\text{с}$ (сравнение вариантов №1 и №4)

6.3. Расчет сопряжения отводящего канала ГЭС с руслом р. Кванза в нижнем бьефе гидроузла Капанда

6.3.1. Задача и математическая модель

Гидравлика нижнего бьефа и отводящего канала ГЭС «Капанда» (Рис.6.3.1) на р. Кванза (Ангола) в конфигурации начала 90-х годов (в период проектирования гидроузла) была детально исследована в экспериментах на физических гидравлических моделях. В связи с изменением конфигурации отводящего канала, принятым в последующем, а также в связи с изменением дна русла и береговой линии вследствие развития интенсивных деформаций на выходе из строительного тоннеля потребовалось провести математическое моделирование течений в нижнем бьефе гидроузла. Целью работы являлось исследование численными методами влияния изменений в плановых очертаниях отводящего канала на подпор ГЭС. Работа выполнена в 2002 г. в Центре гидравлических исследований ОАО «НИИЭС» при участии А.Н. Милитеева и Г.Ф. Онопченко.

Математическая модель. Компьютерное моделирование течений в нижнем бьефе гидроузла Капанда проводилось на основе численного решения двумерных уравнений мелкой воды с применением оригинальных алгоритмов схемы распада разрывов над горизонтальным дном (см. Главу 2), реализованных на четырехугольных криволинейных сетках в программном комплексе БОР [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2001]. При этом задавалась реальная батиметрия русла и геометрия сооружений.



Рис. 6.3.1. Вид с плотины на нижний бьеф гидроузла Капанда на р.Кванза (Ангола)

6.3.2. Модель объекта и калибровка

Исходными данными для построения модели являлись:

- материалы плановой съемки русла по состоянию на октябрь 2001 года;
- материалы плановых съемок русла 1991, 1992 годов, включая участок нижнего порога на р. Кванза;
- чертежи и гидравлические характеристики строительного тоннеля;
- чертежи ямы гашения водосброса плотины;
- чертежи старого и нового вариантов отводящего канала ГЭС;
- фактические продольные профили водной поверхности р. Кванза по урезу правого берега при различных расходах воды;
- фактические отметки водной поверхности по в/п №4 при различных расходах;
- кривая зависимости расходов от уровней воды $Q = f(z)$ в створе лимниграфа;
- кривая зависимости коэффициента шероховатости от уровней воды $n = f(z)$ р. Кванза в створе водопоста «Лимниграф»;
- расчетные максимальные среднесуточные расходы различной обеспеченности.

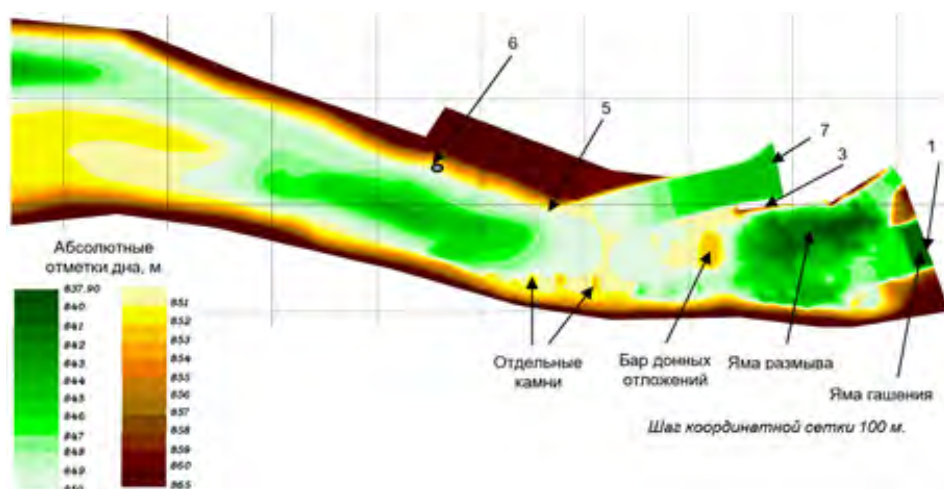


Рис. 6.3.2. Отметки дна в новом варианте отводящего канала ГЭС
(1, 3, 5, 6, 7 – номера контрольных точек)

Цифровая модель рельефа. При построении компьютерной модели участка реки производилось формирование цифрового рельефа для различных расчетных условий (существующих, с проектируемым каналом, со срезкой бара донных отложений). Для каждого варианта расчета формировался соответствующий единый файл рельефа в виде набора точек в декартовых координатах x, y, z . После этого отметки рельефа интерполировались в центры ячеек соответствующей расчетной сетки (см. ниже) при помощи

специального алгоритма, изложенного в п.4.4. Всего было построено более 10 различных вариантов рельефа. На Рис. 6.3.2 приведен принятый в расчетах рельеф дна русла с учетом нового варианта отводящего канала ГЭС. На этом рисунке также обозначено положение контрольных точек, в которых производилась выдача отметок водной поверхности. Точка 3 соответствует в/п №4, точка 6 – в/п Лимниграф, точка 7 – точке наблюдения за уровнями в отводящем канале ГЭС.

Расчетные сетки. Применялись криволинейные четырехугольные сетки нерегулярной структуры. Были построены четыре варианта сетки: для бытовых условий и для трех вариантов отводящего канала ГЭС. Реальные размеры ячеек составили от 2 м до 7 м, их число – около восьми тысяч. На таких сетках в расчетах воспроизводятся все особенности течения (отрывные зоны, гидравлические прыжки и т.п.). На Рис. 6.3.3 приведена сетка для случая нового варианта канала.

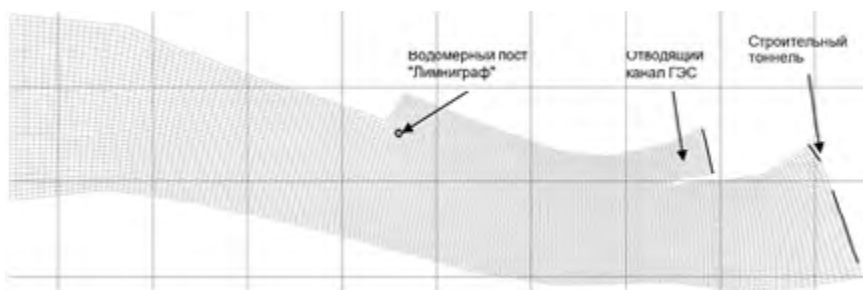


Рис. 6.3.3: Расчетная сетка для варианта с отводящим каналом.

Калибровка численной модели. При заданной поверхности дна в модели есть только один параметр, который можно варьировать – коэффициент шероховатости. Зависимость этого коэффициента от уровня воды подбиралась из условия совпадения с принятой при проектировании кривой зависимости расходов от уровней воды $Q = f(z)$ р. Кванза в створе лимниграфа (Рис. 6.3.4), построенной по данным натурных наблюдений. Кроме этого, проводилось сопоставление рассчитанных и измеренных в натуре уровней водной поверхности по урезу правого берега при различных расходах.

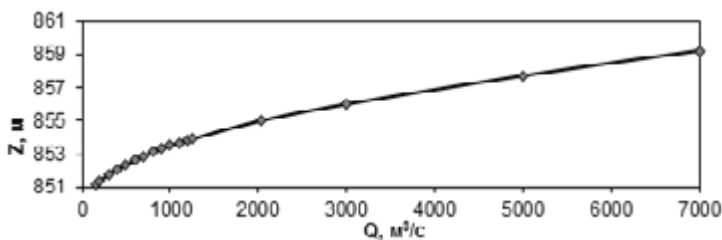


Рис. 6.3.4. Кривая зависимости расходов от уровней воды $Q = f(z)$ в створе водпоста «Лимниграф»

Расчеты проводились при расходах воды от $184 \text{ м}^3/\text{с}$ до $6000 \text{ м}^3/\text{с}$, значения которых задавались на входной (верхней) границе расчетного участка. На выходной (нижней) границе расчетной области течения, которая была выбрана в средней части нижнего порога, задавалось условие сноса гидравлических характеристик потока вниз по течению. Поскольку в этом створе наблюдается резкое падение уровней воды, а числа Фруда в поперечном сечении больше единицы, возможная погрешность в определении параметров потока не сказывается на уровнях в/п Лимниграф и вышележащих створов. При каждом фиксированном расходе воды подбирался такой коэффициент шероховатости, чтобы рассчитанный уровень по в/п Лимниграф отличался от уровня по кривой $Q(z)$ не более чем на 5 см. Кривые $n(z)$, используемая ранее и построенная по результатам численного моделирования, приведены на Рис. 6.3.5. Видно качественное отличие этих кривых в нижней части графиков (при низких уровнях воды) – коэффициенты шероховатости отличаются более чем в два раза. Этому есть достаточно простое объяснение. Дело в том, что в/п Лимниграф находится в середине глубокого почти прямолинейного участка русла (плесовой ложины по терминологии, принятой для равнинных рек). За этим участком следует нижний порог, гребень которого на несколько метров выше средней отметки дна плеса (Рис. 6.3.1, 6.3.2). Это приводит к тому, что при малых расходах на участке плеса формируются отрицательные уклоны водной поверхности.

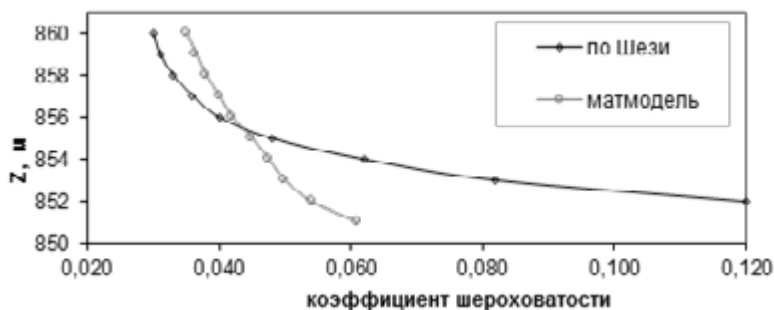


Рис. 6.3.5. Зависимость коэффициента шероховатости от уровня воды в створе водопоста «Лимниграф» (по формуле Шези и по математической модели)

При построении кривой $Q(z)$ принимались средние измеренные уклоны водной поверхности на участке протяженностью около 1 км от в/п Лимниграф выше по течению, которые имеют значительные положительные значения, т.к. на этом участке расположены перекаты и пороги. Очевидно, что для того, чтобы удовлетворить уравнению Шези в створе Лимниграф при измеренных больших (по отношению к средним по длине) живых сечениях потока и средних по длине уклонах, необходимо ввести большой коэффициент шероховатости. Этот коэффициент в рассматриваемом случае характеризует не столько шероховатость поверхности русла, сколько особенности

рельефа русла, т.е. включает в себя все потери напора по длине. В компьютерной модели рельеф русла и потери, связанные с неравномерностью течения, учитываются автоматически, поэтому коэффициент шероховатости является характеристикой шероховатости собственно поверхности дна. При увеличении расходов воды и глубин потока уменьшаются относительные перепады глубин по длине и соответствующие потери, что приводит к уменьшению разницы в коэффициентах шероховатости.

После определения базовых коэффициентов шероховатости в створе Лимниграфа были проведены расчеты для сопоставления уровней воды по в/п №4 с данными натурных наблюдений. При расходе $184 \text{ м}^3/\text{с}$ использовались материалы съемки продольного профиля водной поверхности от 01.11.01; при расходе $502 \text{ м}^3/\text{с}$ гидрологические замеры на 05.07.01; при расходе $2300 \text{ м}^3/\text{с}$ продольный профиль водной поверхности на 25.04.01.

При проведении этих расчетов выяснилось, что для удовлетворительного совпадения с натурными данными следует ввести повышенные коэффициенты шероховатости на участке бара донных отложений. Это вполне объяснимо, поскольку в результате размыва скального русла образовался крупнообломочный материал с диаметром, превышающим диаметр камней естественного русла. Результаты расчетов, измерений и значения базовых и добавочных (со знаком плюс) коэффициентов шероховатости приведены в табл. 6.3.1 (расчет в числителе).

Табл. 6.3.1. Результаты расчетов для калибровки шероховатости

Расход, $\text{м}^3/\text{с}$	Уровень в/п №4, м	Уровень в/п Лимниграф, м	Коэффициент шероховатости
184	852,94 / 852,85	851,53 / 851,56	0,058 + 0,030
502	853,91 / 854,00	852,43 / 852,49	0,051 + 0,020
2300	857,70 / 857,55	855,35 / 855,39	0,044 + 0,010

Учитывая пульсации уровней воды в натурных условиях и погрешности в измерениях расходов, полученные результаты являются обоснованием адекватности построенной компьютерной модели

6.3.3. Влияние конфигурации отводящего канала на подпор ГЭС

Систематические расчеты проводились при постоянном расчетном расходе через ГЭС $600 \text{ м}^3/\text{с}$. Расходы через водосброс плотины принимались $0 \text{ м}^3/\text{с}$, $1000 \text{ м}^3/\text{с}$, $3400 \text{ м}^3/\text{с}$. Рассматривалось шесть различных сочетаний конфигурации канала, разделительной стенки РС-4 и рельефа русла, занумерованные как варианты расчета в следующей последовательности:

- 1 – для существующих условий и нового варианта отводящего канала;
- 2 – для существующих условий и старого варианта отводящего канала;
- 3 – со срезкой бара донных отложений и новым вариантом канала;
- 4 – со срезкой бара и старым вариантом канала;

5 – со срезкой бара и промежуточным вариантом отводящего канала;
6 – со срезкой бара, промежуточным вариантом канала и расчисткой русла у левого берега напротив устья канала.

Перечисленные расчеты были выполнены при незатапливаемой стенке РС-4. Поскольку в проекте отводящего канала эту стенку предполагалось сделать ныряющей (наклонной), была проведена дополнительная серия расчетов с такой стенкой при расходах $4000 \text{ м}^3/\text{с} + 0 \text{ м}^3/\text{с}$ и $3400 \text{ м}^3/\text{с} + 600 \text{ м}^3/\text{с}$, когда перелив через стенку становится существенным.

Сопоставление старого и нового вариантов для существующих условий. Сначала были проведены расчеты по вариантам 1 и 2, результаты которых представлены в табл.6.3.2. Номера точек в строках таблицы здесь и далее соответствуют номерам контрольных точек, отображенных на Рис. 6.3.2. В числителе даны значения уровней для варианта 1, в знаменателе – для варианта 2.

Табл. 6.3.2. Результаты расчета уровней воды для нового и старого вариантов конструкции канала

Контрольная точка	Q, м ³ /с		
	600 + 0	600 + 1000	600 + 3400
7 канал ГЭС	853,50 / 853,35	855,74 / 855,45	858,89 / 858,04
1 НБ плотины	853,27 / 853,18	856,19 / 856,09	859,88 / 859,88
3 в/п №4	853,27 / 853,31	855,90 / 855,44	859,41 / 858,04
5 устье канала	852,62 / 852,72	854,10 / 854,33	856,19 / 856,60
6 Лимниграф	852,79 / 852,82	854,50 / 854,53	856,53 / 856,99

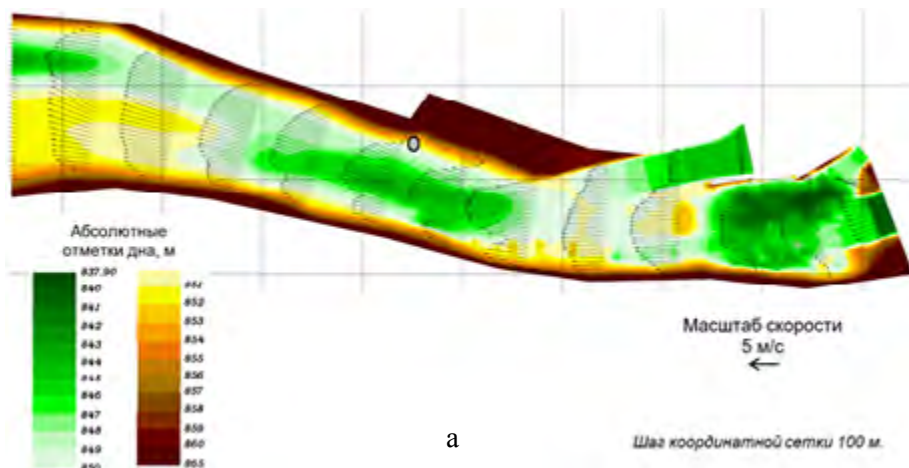
Примечание. В вариантах расчета 2 и 4 с отогнутой в сторону русла стенкой РС-4 контрольная точка 3, соответствующая в/п №4, попадает внутрь канала.

Из таблицы 6.3.2 видно, что вариант 2 дает меньшие уровни в отводящем канале ГЭС, причем расхождение с вариантом 1 увеличивается с ростом расходов, пропускаемых через плотину. Основной причиной этого расхождения, что было подтверждено дальнейшими расчетами, является не изменение планового положения стенки РС-4, а различные условия сопряжения устьевой части канала с руслом. В варианте 1 ось канала образует более тупой угол с осевой линией русла, чем в варианте 2. Это приводит к образованию большой зоны возвратного течения у правого берега ниже устья канала, которая поджимает транзитный поток и уменьшает его живое сечение. Особенно наглядно это проявляется при больших расходах, что демонстрирует сравнение Рис. 6.3.6.

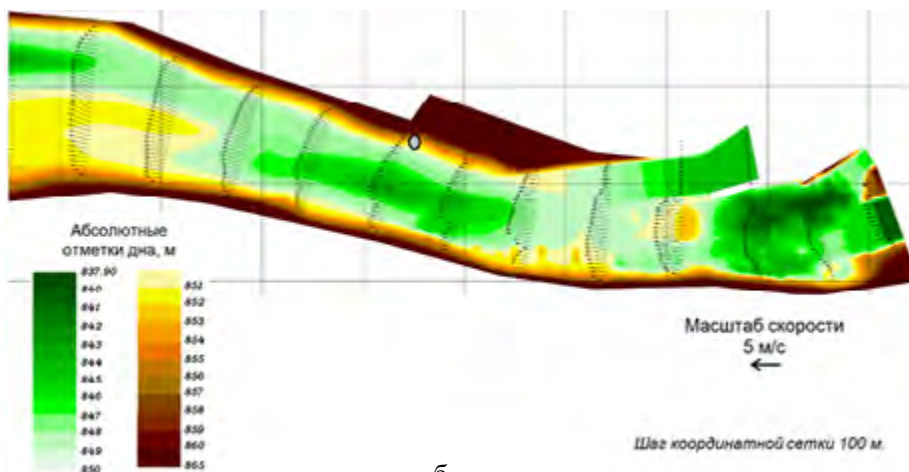
Сопоставление старого и нового вариантов отводящего канала при срезке бара донных отложений. Во второй серии расчетов сравнивались варианты 3, 4, которые отличаются от вариантов 1, 2 срезкой существующего бара донных отложений до отметки 850 м, т.е. примерно на 2 метра.

Необходимость проведения таких расчетов диктовалось желанием понять, насколько сильно выбор варианта сопряжения канала и русла зависит от текущих локальных деформаций дна русла. Результаты расчетов показали, что существующее положение бара практически не оказывает влияние на величину подпора ГЭС (разница составляет 1–2 см), хотя и вносит некоторые изменения в уровни нижнего бьефа плотины и в/п №4. Это объясняется тем, что в период исследований бар был расположен выше основного участка сопряжения канала и русла. Если произойдет смещение бара вниз по течению, то это негативно скажется на подпоре ГЭС.

Описание остальных вариантов расчетов (промежуточного, с расчисткой русла у левого берега, с ныряющей стенкой и др.) здесь не приводится.



а



б

Рис. 6.3.6. Отметки дна и скорости течения: новый (а) и старый (б) вариант канала. Расход ГЭС 600 м³/с, расход через водосброс 3400 м³/с.

Уровни и разницы уровней в отводящем канале ГЭС для различных вариантов по результатам выполненных расчетов представлены в Таблице 6.3.3.

Поскольку варианты 4 и 5 отличаются только положением стенки РС-4, то последняя строка в Таблице 6.3.3 отражает влияние стенки на подпор ГЭС, которое оказывается заметным лишь при пропуске больших расходов. Напротив, варианты 3 и 5 отличаются очертаниями канала на участке его примыкания к руслу, и из сравнения этих вариантов видно, что более плавное сопряжение потоков, обеспечиваемое вариантом 5, дает заметное снижение подпора ГЭС при всех расходах.

Табл. 6.3.3 Уровни и разницы уровней отводящего канала для различных вариантов.

вариант	Q, м³/с		
	600 + 0	600 + 1000	600 + 3400
1	853,50	855,74	858,89
2	853,35	855,45	858,04
3	853,50	853,73	858,88
4	853,33	855,43	858,02
5	853,33	855,47	858,29
6	853,24	855,30	858,03
1–3	0	0,01	0,01
2–4	0,02	0,02	0,02
3–4	0,17	0,30	0,86
3–5	0,17	0,26	0,59
3–6	0,26	0,43	0,85
4–5	0	-0,04	-0,27

На основании результатов моделирования можно сделать следующие выводы:

- Новый вариант отводящего канала ГЭС по сравнению со старым приводит к повышению уровней ГЭС на величину от 0,15 м до 0,85 м в зависимости от расхода реки, что уменьшает выработку электроэнергии;
- На гидравлические потери в отводящем канале ГЭС основное влияние оказывает угол сопряжения канала и русла, а не угол поворота стенки РС-4;
- Наилучшим из рассмотренных вариантов отводящего канала является вариант 2 (старый вариант, который был обоснован экспериментально на физической модели), а при условии сохранения планового положения стенки РС-4 – вариант 5;
- Нырющая стенка по сравнению с незатапливаемой приводит к некоторому ослаблению интенсивности и уменьшению плановых размеров циркуляционной зоны в отводящем канале при нулевом расходе ГЭС и больших расходах реки. Это будет способствовать уменьшению отложения наносов

мелких фракций в глубокой части канала. Еще более эффективным является возведение затопленной полузапруды до отметки 854 м, являющейся продолжением стенки РС-4;

- Бар донных отложений в существующем положении не влияет на уровень в отводящем канале ГАЭС, однако при смещении бара вниз по течению уровень будет повышаться;

- При больших расходах на участке бара возникает течение с большими скоростями, числами Фруда больше единицы и образованием гидравлического прыжка независимо от условий сброса (через строительный тоннель или водосброс). Это может привести к смещению бара вниз по течению.

- Расчистка русла под левым берегом напротив устья канала позволяет снизить уровень в отводящем канале на 0,1 м.

6.4. Численные исследования для выбора оптимальной компоновки совмещённого нижнего бассейна Загорских ГАЭС-1 и ГАЭС-2

6.4.1. Задача и математическая модель

Введение. Резко растущее энергопотребление в Московском регионе при его весьма существенной суточной неравномерности приводит к актуальности создания гидроаккумулирующих станций (ГАЭС) и увеличения их мощностей. В Подмоскovie успешно эксплуатируется Загорская ГАЭС-1 мощностью 1212 МВт, источником водоснабжения которой является р. Кунья. В начале двухтысячных годов было принято решение о строительстве Загорской ГАЭС-2, имеющей отдельный верхний бассейн, а ее нижний бассейн совмещается с нижним бассейном ГАЭС-1 при увеличении полезного объема последнего. Здание ГАЭС-2 располагается выше ГАЭС-1 по течению р. Куньи на 920 м.

Расширение нижнего бассейна первоначально предполагалось осуществить либо за счет повышения НПУ до отметки 165,7 м при сохранении современных очертаний в плане (оказалось, этот вариант неэффективен из-за потери напора и по ряду других причин), либо путем строительства дополнительной емкости в низовой части бассейна, которая соединяется с существующим бассейном относительно узким прораном в дамбах обвалования, с сохранением существующих НПУ = 162,5 м и УМО = 153,5 м.

Гидравлические режимы течений в совмещенном нижнем бассейне для вариантов, обозначенных выше, были исследованы в работе, выполненной ООО «НПП «Аквариус» в 2006 г. Было показано, что расширение в низовую сторону не оптимально с гидравлической точки зрения и приводит к значительному росту скоростей течения в районе сооружений ГАЭС-1 (до 2,6 м/с по сравнению с 1,4 м/с в существующих условиях первой очереди). Это может стать причиной возникновения заторных и

зажорных явлений, торошения льда, а также размывов дна и береговых откосов бассейна.

Исходя из результатов проведенных исследований, а также с учетом ряда других факторов (стоимость строительства, возможность землеотвода и др.), был предложен принципиально другой вариант расширения нижнего бассейна в верховую по течению р.Куны сторону, состоящий из его углубления, расширения и создания дополнительной емкости выше верховой плотины. После выполнения численного моделирования по обоснованию этого варианта он был принят к проектированию и строительству [Беликов, Кочетков, Третьюхина, 2007].

Объект исследования. Нижний бассейн Загорской ГАЭС-1 расположен в долине р.Куны (притоке р.Дубны) и образован верховой и низовой плотинами, перегораживающими долину реки (Рис. 6.4.1а). Особенности рельефа местности здесь таковы (большой продольный уклон русла), что при уровне мертвого объема (УМО) верхняя часть бассейна полностью осушается, тогда как вблизи низовой плотины глубины превышают 20 м.

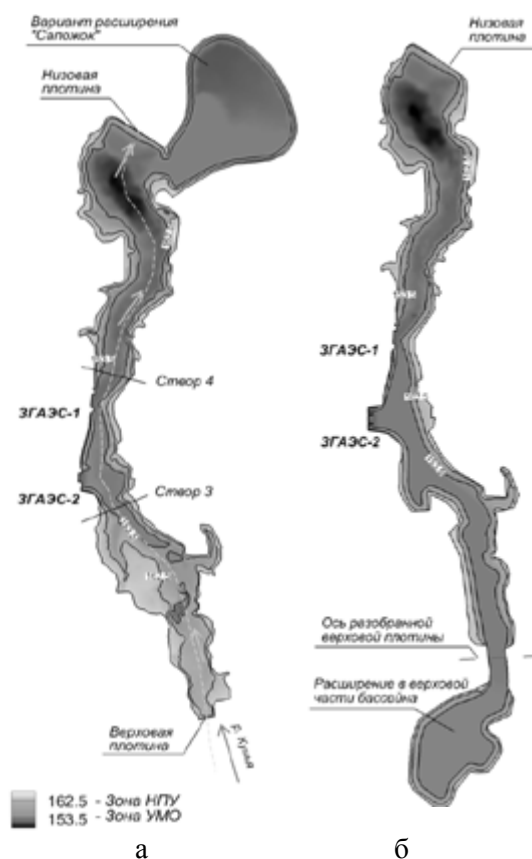


Рис. 6.4.1. Варианты расширения совмещенного нижнего бассейна Загорских ГАЭС-1 и ГАЭС-2: (а) в низовую сторону; (б) в верховую сторону

Соответственно, имеет место и плановая асимметрия бассейна (его уширение в низовую сторону). В результате основной полезный объем бассейна сосредоточен в его низовой (относительно водовыпуска ГАЭС-1) части.

Варианты расширения бассейна под вторую очередь в низовую сторону предусматривали строительство дополнительной емкости (варианты «Гриб» и «Сапожок», Рис. 6.4.1а), которая соединяется с существующим бассейном относительно узким прораном (шириной около 200м) в дамбах обвалования, с сохранением существующих НПУ=162,5 м и УМО = 153,5 м. Априори ясно, что эти варианты резко усиливают асимметрию распределения полезного объема по акватории бассейна. Напротив, вариант расширения в верховую сторону (Рис.6.4.1б) приводит практически к симметричным плановым очертаниям бассейна относительно ГАЭС-1 и ГАЭС-2 и, соответственно, к симметричному распределению полезного объема. Основные параметры совмещенного нижнего бассейна Загорских ГАЭС по проектным данным приведены в таблица 6.4.1.

Целью исследований являлся сравнительный анализ вариантов расширения нижнего бассейна и выбор оптимального с гидравлической точки зрения варианта на основе компьютерной гидродинамической модели.

Табл. 6.4.1: Водноэнергетические показатели Загорских ГАЭС.

Показатель	Значение показателя	
	ГАЭС-1	ГАЭС-2
1. Параметры бассейнов		
<i>Верхний бассейн</i>		
Нормальный подпорный уровень (НПУ), м	266,5	266,5
Уровень мертвого объема (УМО), м	257,5	257,5
Полный объем, млн м ³		
– при НПУ	29,9	23,4
– при УМО	7,2	12,2
Полезный объем, млн м ³	22,7	11,82
Площадь зеркала, км ²		
– при НПУ	2,67	1,33
– при УМО	2,40	1,18
<i>Нижний бассейн</i>		
Нормальный подпорный уровень (НПУ), м	162,5	162,5
Уровень мертвого объема (УМО), м	153,5	153,5
Полный объем, млн м ³		
– при НПУ	45,1	45,1
– при УМО	12,2	12,2
Полезный объем, млн м ³	32,9	32,9

Окончание таблицы 6.4.1

Площадь зеркала, км ²		
– при НПУ	3,76	3,76
– при УМО	1,67	1,67
Полезный объем, используемый ГАЭС, млн м ³		
– летом	21,7	11,2
– зимой (на 15 декабря)	20,8	10,3
2. Водноэнергетические показатели		
Установленная мощность, МВт		
– в турбинном режиме	1212	840
– в насосном режиме	1320	996
Суточная выработка электроэнергии ГАЭС, млн кВт·ч		
– летом	5,4	2,8
– зимой (на 15 декабря)	5,2	2,6
Затраты электроэнергии, млн кВт·ч		
– летом	6,9	3,6
– зимой (на 15 декабря)	6,7	3,3
Располагаемая по напору мощность (на конец 3-го часа работы в турбинном режиме 15 декабря), МВт	1212 (1128)	828 (756)

Математическая модель. Расчеты проводились по программе «BOR» [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2001] с использованием двумерных уравнений мелкой воды и явной по времени численной схемы классического распада разрыва. Моделировались нестационарные течения при совместной работе ГАЭС-1 и ГАЭС-2 в турбинном и насосном режимах, задаваемые часовым графиком расходов воды (таблица 6.4.2), в том числе и в зимний период с учетом ледяного покрова.

Табл. 6.4.2 Зимний часовой график совместной работы ГАЭС-1 и ГАЭС-2

ГАЭС-1			ГАЭС-2			Уровни воды, м		
Мощности, МВт	Расходы воды, м ³ /с	Напоры нетто, м	Мощности, МВт	Расходы воды, м ³ /с	Напоры нетто, м	Верхний бассейн		Нижний бассейн
						ГАЭС-1	ГАЭС-2	
-396	374	94,9	-225	213	95,2	258,7	258,8	165,0
-1320	1215	97,8	-750	690	98,2	260,5	260,8	162,7
-1320	1173	101,7	-750	666	102,3	262,2	262,8	160,5
-1320	1132	105,6	-1000	855	106,9	263,8	265,3	157,8
-1320	1091	109,8	-527	438	110,5	265,3	266,5	155,1
-987	793	112,9	0	0	–	266,5	266,5	153,5
0	0	–	0	0	–	266,5	266,5	153,5

0	0	–	0	0	–	266,5	266,5	153,5
246	250	111,7	151	152	111,5	266,1	266,1	154,3
1000	1047	107,5	840	881	106,8	264,6	263,5	157,8
1000	1090	102,9	638	700	102,2	263,1	261,5	160,3
246	271	101,9	151	171	99,5	262,7	261,0	160,8
0	0	–	0	0	–	262,7	261,0	160,8
0	0	–	0	0	–	262,7	261,0	160,8
246	274	100,6	151	173	98,4	262,3	260,5	161,4
0	0	–	0	0	–	262,3	260,5	161,4
246	277	99,6	151	176	97,3	261,9	260,0	162,1
246	280	98,6	151	178	96,2	261,5	259,4	162,5
642	247	96,5	151	181	94,8	260,4	258,9	163,6
246	290	95,5	151	185	93,4	260,0	258,3	164,2
246	293	94,5	53	64	93,6	259,6	258,2	164,6
246	296	93,7	0	0	–	259,2	258,2	164,9
246	299	93,0	0	0	–	258,7	258,2	165,3
294	363	91,6	0	0	–	258,2	258,2	165,7

6.4.2. Модель объекта и калибровка

Цифровая модель рельефа. При построении компьютерной модели нижнего бассейна производилось формирование цифровой модели рельефа (ЦМР). Создавалась пустая электронная карта местности масштаба 1:1000, которая совмещалась по координатной сетке с отсканированными растровыми топографическими картами и чертежами основных сооружений. После этого производилась оцифровка объектов карты (горизонталей, отметок высот, сооружений). Затем формировался соответствующий единый файл ЦМР в виде набора точек в декартовых координатах x, y, z . После этого отметки рельефа пересчитывались в центры ячеек треугольной расчетной сетки при помощи метода гармонической (несибсоновской) интерполяции (Глава 4, п.4.4).

По предложению Центра гидравлических исследований ОАО «НИИЭС» летом 2006 г. сотрудниками Русловой партии МГУ им. М.В. Ломоносова под руководством А.А. Зайцева на акватории существующего нижнего бассейна ГАЭС-1 были выполнены водно-технические изыскания с применением системы спутникового позиционирования, имеющие целью получить современную батиметрию нижнего бассейна. Сопоставление старой (по проекту) и новой батиметрий показало, что глобальные деформации дна бассейна (заиление, размывы) за период эксплуатации не произошли. Имели место лишь локальные (на небольших площадях) изменения отметок дна, которые в ряде случаев могли быть интерпретированы как погрешности пересчета отметок дна при сравнении рельефов, заданных на различных наборах то-

чек. Это подтверждается и сопоставлением кривых статических объемов, построенных для старой и новой батиметрий (Рис. 6.4.2). Таким образом, при проектировании расширения нижнего бассейна под вторую очередь и выполнении моделирования использовались достоверные актуализированные батиметрические данные.

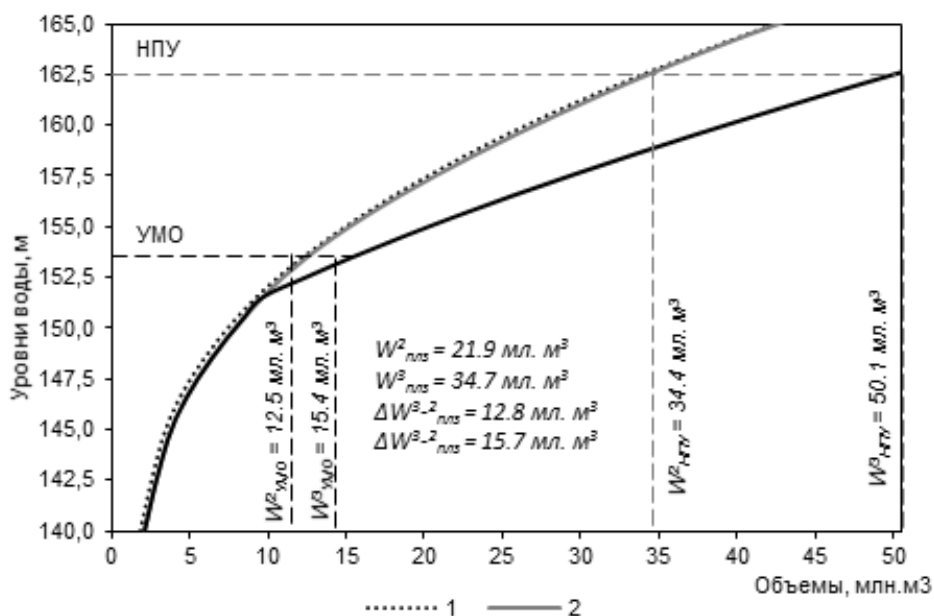


Рис. 6.4.2. Кривые статических объемов нижнего бассейна Загорской ГАЭС: 1 – существующий бассейн, старая батиметрия; 2 – существующий бассейн, новая батиметрия; 3 – расширение бассейна в верховую сторону с углублением до отметки 151,5 м.

Расчетные сетки. Для расчетов применялись нерегулярные треугольные сетки, адаптированные под плановые очертания расчетной области и особенности течения. Для их построения применялась программа «TRIANA» [Беликов, 1984а]. В итоге было построено четыре варианта сетки с длинами сторон треугольников от 10 до 30 м: вариант 1 – сетка, содержащая 26814 ячеек, по существующим очертаниям нижнего бассейна; вариант 2 – 34510 ячеек с учетом дополнительной емкости «сапожок»; вариант 3 – 32452 ячеек с учетом дополнительной емкости «гриб»; вариант 4 – 37412 ячеек для расширения в верховую сторону.

Калибровка численной модели. Важным этапом при построении компьютерной гидравлической модели объекта является ее калибровка, т.е. настройка на данный объект путем подбора входящих в модель параметров (в нашем случае коэффициентов шероховатости) таким образом, чтобы получить согласование с имеющимися натурными данными. Для рассматриваемого объекта в распоряжении исполнителей не было натурных данных по

изменению уровней воды во времени в контрольных точках и створах при работе ГАЭС-1. Поэтому, исходя из опытов расчетов других объектов, были назначены коэффициенты шероховатости в формуле Маннинга $n = 0,03$ для открытого потока и $n = 0,05$ для потока подо льдом. После этого проводилось сопоставление расчетов зимнего режима при совместной работе ГАЭС-1 и ГАЭС-2 с проектными данными (косвенная проверка, таблица 6.4.2). При этом учитывалась толщина льда, которая принималась равной 0,5 м, причем сам ледовый покров моделировался как дополнительное сопротивление потока (путем повышения коэффициента шероховатости).

По нашим расчетам уровни воды отличаются от проектных данных на различные моменты времени (таблица 6.4.2, последний столбец) на величину до 0,3 м (при общей амплитуде колебания 9 м), что вызвано существенной неравномерностью распределения отметок водной поверхности по акватории бассейна в силу нестационарности рассматриваемых течений. При калибровке на расчетной треугольной сетке вычислялся также полезный (рабочий) объем $W_{плз} = W_{нпу} - W_{умо} = 43,3 - 12,2 = 31,1$ млн м³, что в точности соответствует проектным данным для зимнего периода. По результатам калибровки для дальнейших расчетов был принят коэффициент шероховатости равным 0,05 при наличии ледового покрова и 0,03 при его отсутствии. Результаты численного моделирования

Расчет течений для существующего бассейна первой очереди. Первоначально был проведен расчет нестационарных течений в нижнем бассейне при работе первой очереди ГАЭС. Часовой (зимний) график работы ГАЭС-1 был взят из таблица 6.4.2, НПУ = 162,5 м. Расчетное наполнение бассейна РНБ = НПУ – 0,5 м (лед) = 162,0 м; УМО = 153,5 м; $W_{плз} = 20,8$ млн м³. Расчет выполнен при условии наличия ледового покрова.

По результатам расчетов построены графики хода уровней и скоростей в контрольных точках. Уровни воды в контрольных точках колеблются в диапазоне от 162,0 до 153,0 м (верхняя поверхность льда в диапазоне от 162,5 м до 153,5 м соответственно). По графикам скоростей получено, что при работе ГАЭС в насосном режиме (при закачке в верхний бассейн) максимальное значение скорости вблизи створа ГАЭС-1 будет составлять ~ 1,15 м/с в конце режима (на 6 часов утра); в турбинном – 1,5 м/с, которая будет наблюдаться при максимальном сбросе (на 9 часов утра).

Построены также распределения расходов в контрольных створах, расположенных выше и ниже по течению р.Куны от оси ГАЭС-1. Как уже отмечалось выше, поток делится на две неравные части – в турбинном режиме большая часть расхода поступает в низовую часть бассейна, в насосном – закачивается из низовой части бассейна. В конце режима закачки (при уровнях, близких к УМО) значительная часть верховой части бассейна осушается.

Расчет течений для вариантов расширения водоема под вторую очередь в низовую сторону. Для обеспечения нормальных условий работы ГАЭС-2 необходимо увеличить полезный объем нижнего бассейна на

11 млн м³. Этого можно достичь тремя путями: 1 – повысить НПУ на 3,2 м, при этом сохраняются прежние очертания бассейна; 2 – создать дополнительную емкость в низовой части бассейна, которая присоединяется к бассейну через проран (шириной 200–250 м при УМО) в теле низовой плотины, с сохранением прежней отметки НПУ; 3 – углубить верховую часть бассейна и создать дополнительную емкость выше верховой плотины, с сохранением прежнего НПУ.

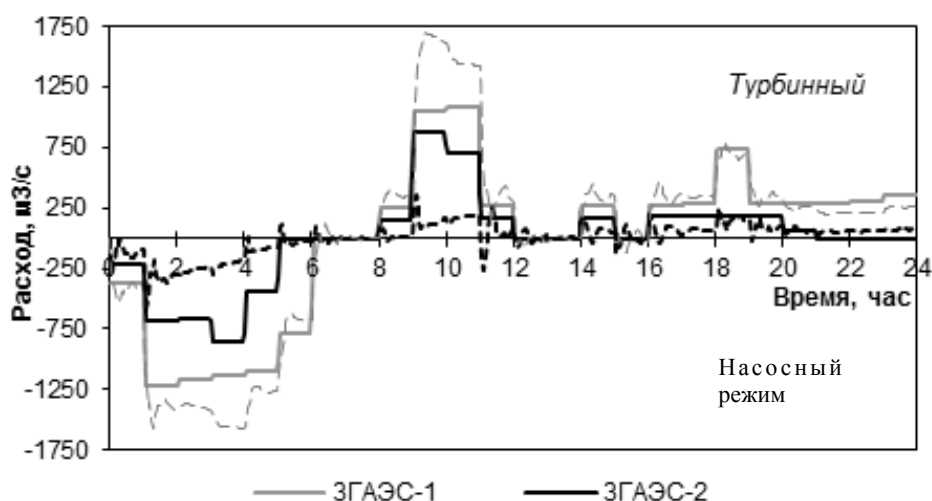


Рис. 6.4.3. Расходы воды в контрольных створах в зависимости от времени для варианта «Сапожок» расширения бассейна в низовую сторону и толщиной льда 0,5 м

Были выполнены следующие варианты расчетов:

- 1 вариант – повышение уровня РНБ до отметки 165,7–0,5(лед) = 165,2 м
- 2 вариант – дополнительная емкость «Сапожок» (см. Рис.1а), РНБ = 162,5–0,5(лед) = 162,0 м
- 3 вариант – дополнительная емкость «Гриб» (аналогичная «Сапожку»), РНБ = 162,0 м.

Расчеты для варианта с углублением и расширением верховой части бассейна описаны в следующем подразделе.

Расчеты всех трех вариантов проводили на зимний часовой график совместной работы ГАЭС-1 и ГАЭС-2 при наличии ледового покрова. На Рис. 6.4.3 приведены гидрографы расходов воды в контрольных створах для варианта 2 («Сапожок»). Основной особенностью рассмотренных вариантов совместной работы ГАЭС-1 и ГАЭС-2 является то, что весь расход ГАЭС-1 и значительная часть сбрасываемого расхода ГАЭС-2 (при турбинном режиме) идет к низовой плотине. Это приводит к резкому повышению скоростей течения в створе ГАЭС-1 (дополнительно примерно на 1 м/с на начальных стадиях турбинного режима) по сравнению с работой только первой очереди. Максимальное значение расхода, подходящего и забираемого в устье

«Сапожка»(в створе прорана), не превышает $1000 \text{ м}^3/\text{с}$, в устье «Гриба» – $1130 \text{ м}^3/\text{с}$.

Максимальные значения скоростей вблизи створа ГАЭС-1 при Варианте 1 в турбинном режиме составляют $\sim 2,3 \text{ м/с}$, при Варианте 2 – $2,4 \text{ м/с}$, при Варианте 3 – $2,45 \text{ м/с}$ (напомним, что в створе ГАЭС-1 при работе только первой очереди скорости не превышают $1,5 \text{ м/с}$); в створе ГАЭС-2 – $1,42$; $1,25$; $1,4 \text{ м/с}$, соответственно. Максимальные скорости течений в устьях «Сапожка» и «Гриба» составляют $1,1$; $1,0 \text{ м/с}$, соответственно. На Рис. 6.4.4а приведено поле максимальных скоростей течения в районе створов ГАЭС для варианта 2.

При отсутствии ледового покрова скорости течения будут незначительно больше (на пиках до $0,2 \text{ м/с}$), чем при его наличии (т.к. лед дает дополнительное сопротивление потоку). В целом картина течения как при отсутствии льда, так и при его наличии получается весьма схожая.

Как уже отмечалось выше, во всех рассмотренных вариантах возникают высокие (до $2,5 \text{ м/с}$, а с учетом пульсаций до 3 м/с) скорости в районе ГАЭС-1, которые вызваны пропуском большого расхода в суженном участке бассейна. В дополнение ко всему транзитный поток здесь поджимает зона возвратного течения. Резкое повышение скоростей течения по сравнению с режимами работы только первой очереди может привести к увеличению интенсивности донных деформаций, а также к ломке и торошению ледяного покрова.

Расчет течений для вариантов расширения водоема под вторую очередь в верховую сторону. На данном этапе выполнены расчеты нестационарных течений в нижнем бассейне Загорских ГАЭС-1,2 новой конфигурации. Ранее рассматривались варианты увеличения бассейна под вторую очередь путем присоединения дополнительной емкости различных очертаний со стороны низовой плотины. Так как возникли проблемы с отводом земель под строительство, был предложен следующий вариант решения задачи по увеличению емкости бассейна. Верховая плотина полностью разбирается, на ее месте устраивается канал шириной 200 м с вертикальными бетонными стенками, с помощью которого к нижнему бассейну присоединяется емкость с отметкой дна $151,5 \text{ м}$ (что ниже УМО = $153,5$ на два метра), естественное дно от створа второй очереди до емкости расчищается до той же отметки ($151,5 \text{ м}$). На Рис. 6.4.1б представлены очертания нижнего бассейна в плане в варианте с расширением в верховую сторону, а на Рис. 6.4.2 – соответствующая кривая статических объемов.

Рассматривалась совместная работа Загорских ГАЭС-1 и ГАЭС-2 зимой, при этом толщина льда принималась равной $0,5 \text{ м}$ и $1,0 \text{ м}$. Как и в предыдущих расчетах, анализировались скоростные поля течения в конце насосного и начале турбинного режимов работы станций (т.е. в моменты возникновения максимальных скоростей и уклонов водной поверхности) для различных толщин льда. Расчеты показали, что вблизи водозаборов/водовыпусков ГАЭС-1 и ГАЭС-2 максимальные скорости достигают 2 м/с , далее на отно-



Рис. 6.4.4. Модули максимальных скоростей течения в нижнем бассейне Загорских ГАЭС:
 а) для расширения в низовую сторону (вариант «Сапожок»);
 б) для расширения в верховую сторону

сительно узких и мелководных участках нижнего бассейна максимальные скорости имеют значения от 1 м/с до 1,5 м/с, и лишь в наиболее удаленных от ГАЭС и расширяющихся частях бассейна скорости падают до величин 0,1–0,3 м/с. Большие скорости течения могут привести к ломке, подвижкам и торошению ледяного поля, к подныриванию льдин друг под друга, образованию заторов и зажоров льда.

Анализ изменения во времени уровней воды в контрольных точках показал, что в конце насосного режима при толщине льда 1 м уровни воды у водозаборов ГАЭС понижаются до отметки 152,0 м, т.е. падают на 1,5 м ниже УМО. Реально это может привести к укладке льда на дно бассейна вблизи водозаборов и практически полному прекращению поступления воды в насосы. В конце закачки и в начале сброса перепады уровней водной поверхности по длине бассейна составляют около 1,5 м – 2 м.

Выполненные расчеты показали, что предложенное конструктивное решение (углубление всего на 2 м ниже УМО) не может гарантированно обеспечить нормальные условия эксплуатации ГАЭС-2 (а также и ГАЭС-1) в зимний период года при наличии льда. Предложенная глубина выемки до отметки 151,5 м явно недостаточна, поэтому было решено рассмотреть вариант расчистки дна нижнего бассейна вплоть до створа первой очереди на отметке 149,5 м. При этом полезная емкость бассейна остается неизменной.

На Рис.6.4.4б приведены модули максимальных за весь цикл работы ГАЭС скоростей течения для толщины льда 0,5 м. Сравнивая полученные результаты по максимальным скоростям, видим снижение скоростей у ГАЭС-2 и в верховой части бассейна до значений 1 м/с, кроме того, и в низовой части произошло уменьшение скоростей до значений 0,5–0,8 м/с, а вблизи ГАЭС-1 до 1,3 м/с, что даже ниже, чем в существующих условиях.

Анализ изменения во времени уровней воды показал, что в конце насосного режима при толщине льда 0,5 м уровни воды у водозаборов ГАЭС понижаются до отметки 153,6 м, т.е. практически совпадают с УМО. На Рис. 6.4.5 представлены графики расходов воды через контрольные створы. Видно, что поток делится симметрично в верховую и низовую стороны (осредненные расходы в створах №3 и №4 близки друг к другу), что и приводит к значительному снижению максимальных скоростей течения и уменьшению уклонов водной поверхности. Сопоставление вариантов расширения в низовую и верховую стороны (Рис. 6.4.3–6.4.5) убедительно свидетельствует в пользу последнего.

6.4.3. Основные результаты проведенных исследований

– На основе двумерных уравнений Сен-Венана и детальных актуализированных цифровых моделей рельефа построены компьютерные гидродинамические модели нижнего аккумулирующего водоема первой очереди Загорской ГАЭС существующего очертания, а также вариантов расширения водоема под вторую очередь.

– Расчеты течений для существующего водоема первой очереди Загорской ГАЭС показали, что максимальные скорости течения в створе первой очереди составляют 1,5 м/с, которые достигаются при работе станции в начальной стадии турбинного режима с максимальным сбросом расхода.

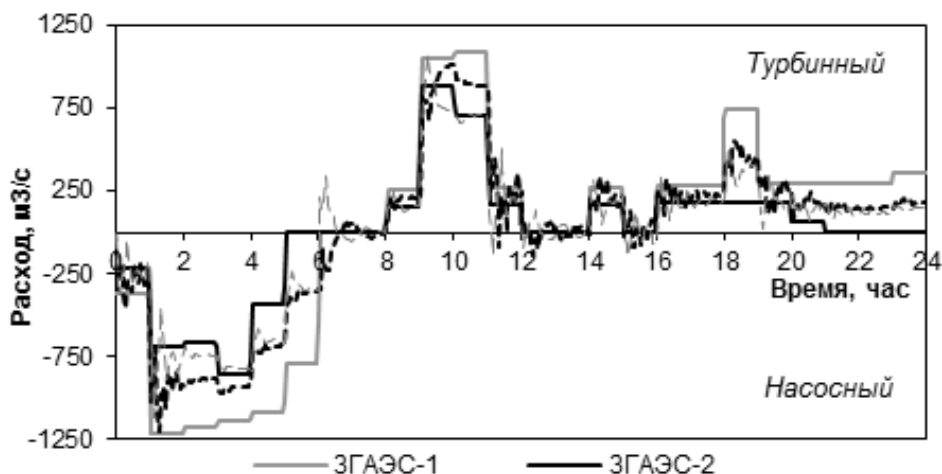


Рис. 6.4.5. Расходы воды в контрольных створах в зависимости от времени для варианта расширения бассейна в верховую сторону с отметкой дна 149,5 м и толщиной льда 0,5 м

– Расчеты течений для вариантов расширения водоема под вторую очередь в низовую сторону показали, что максимальные скорости течения при совместной работе ГАЭС-1 и ГАЭС-2 для всех вариантов расширения существенно выросли (по сравнению с первой очередью) и составили в районе ГАЭС-1 $\sim 2,4$ м/с в зимних условиях и 2,6 м/с при отсутствии ледяного покрова. Повышение скоростей вызвано увеличением суммарного расхода в створе ниже ГАЭС-1 (створ 4 на Рис.6.4.1) до $1700 \text{ м}^3/\text{с}$ в начале турбинного режима, т.е. в этом створе проходит весь расход ГАЭС-1 и значительная часть расхода ГАЭС-2. Асимметричный режим течения вызван сильной асимметрией плановых очертаний и батиметрии бассейна. Высокие скорости течения (до 3 м/с с учетом пульсаций) могут привести к размывам дна и откосов, ломке и торшению ледяного поля;

– По результатам проведенных промеров глубин нижнего бассейна построена цифровая модель рельефа и на ее основе повторены гидродинамические расчеты. Результаты оказались полностью идентичными предыдущим. Из этого можно сделать вывод о том, что все исследования и проектные проработки, выполненные на основе «старой» батиметрии, не теряют своей значимости в актуализированных условиях;

– Наиболее привлекательным как по результатам численного моделирования, так и из общих гидравлических соображений, является вариант расширения нижнего бассейна в верховую сторону. Во-первых, это позволяет практически симметрично распределить водные потоки от первой и второй очереди, существенно снизив высокие скорости течения в районе как ГАЭС-2, так и ГАЭС-1 при совместной работе двух станций (до 1 м/с при толщине льда 0,5 м и до 1,3 м/с при толщине льда 1 м). Во-вторых, углубление мелководной части бассейна позволит уменьшить объем намерзания

льда на мелководье, что уменьшит потери полезного объема нижнего бассейна в зимний период. При этом для обеспечения надежной работы станции необходимо на участке расширения сформировать дно на отметке не выше 149,5 м, т.е. обеспечить выемку грунта на 4 м ниже УМО.

6.5. Гидравлическое обоснование проекта Багаевского гидроузла на р. Дон с применением численного гидродинамического моделирования

6.5.1. Задача и математическая модель

Багаевский гидроузел, расположенный в створе о. Арпачин у ст. Ма-нычская, должен стать последней ступенью каскада транспортных гидроузлов на Нижнем Дону, обеспечив бесперебойные и эффективные перевозки по Волго-Донскому водному пути [Шурухин, Левачёв, Немолочнов, 2017]. При проектировании гидроузла большое внимание было уделено гидрологическому и гидравлическому обоснованию проектных решений. Основные результаты численного гидродинамического моделирования опубликованы в [Беликов и др., 2018].

Основным назначением работ являлось обоснование и оптимизация разрабатываемых проектных решений по Багаевскому гидроузлу на основе численного моделирования течений и русловых деформаций в верхнем и нижнем бьефах при различных гидрометеорологических условиях для разных вариантов компоновки и параметров водосбросных и судоходных сооружений. Основные требования к проведению исследований заключались в следующем:

- Гидравлические исследования, связанные с пропуском воды и судопропуском, осуществляются при использовании компьютерной гидродинамической модели, основанной на детальной актуализированной трехмерной цифровой модели рельефа (ЦМР) местности с учетом сооружений гидроузла и численном решении двумерных уравнений Сен-Венана на гибридных адаптивных сетках

- Определение отметки порога водосброса, а также размеров и состава оборудования гидротехнических сооружений проектируемого гидроузла производится из условия создания в верхнем бьефе сезонного водохранилища с НПУ = 2,8 мБС или НПУ = 2,0 мБС (окончательная отметка НПУ определяется на основе всестороннего сопоставления вариантов), обеспечивающего заданные габариты судового хода (глубина 4,0 м, ширина 80 м, радиус закругления 500 м). При этом также должна быть обеспечена возможность прохода рыбы на нерест через раскрытый гидроузел в период весеннего половодья.

Для выполнения исследований была разработана «глобальная» модель долины Н. Дона протяжённостью около 180 км с учетом широкой поймы и расположенных на ней многочисленных дорог, рыбхозов и дамб обвалова-

ния, защищающих от затопления населенные пункты. На этой модели проводились в дальнейшем расчеты паводковых и меженных течений, а также сгонно-нагонных явлений. Кроме того, была разработана модель Багаевского водохранилища (как подмодель «глобальной» модели), а также локальная модель Багаевского гидроузла.

Математическая модель. Для расчёта гидродинамических параметров течения воды, переноса примеси и деформаций дна применялся программный комплекс STREAM 2D CUDA [Алексюк, Беликов, 2017в], в котором реализован алгоритм, описанный в [Алексюк, Беликов, 2017а] и распараллеленный на графическом процессоре с использованием технологии CUDA. В основу программы заложена двумерная нестационарная система уравнений мелкой воды (уравнения Сен-Венана), описывающая меженные, паводковые и сгонно-нагонные течения в реках и речных долинах, волны прорыва, вызванные разрушением напорного фронта плотин, и др.

6.5.2. «Глобальная» модель и её калибровка

Цифровая модель рельефа. Трёхмерная ЦМР строилась на основе картографического материала масштаба от 1:5000 до 1:25000, топографического плана М 1:2000 участка строительства площадью съемки 712 га, результатов лидарной съемки прирусловых участков в полосе от Кочетовского гидроузла до о. Арпачин (в зоне расположения Багаевского водохранилища), а также продольных профилей некоторых перегораживающих пойму дорог, полученных топографической съемкой. При этом рельеф русловой части модели формировался на основе актуализированных батиметрических промеров р. Дон. На Рис. 6.5.1, 6.5.2 представлены ЦМР на всю область моделирования и фрагмент для участка расположения Багаевского гидроузла.

Расчетные сетки. Расчётная адаптивная треугольно-четырёхугольная сетка модели содержала более 560 тысяч ячеек размерами от 5 м до 300 м. На Рис. 6.5.3 представлен фрагмент расчетной гибридной сетки в районе о. Арпачин (для бытовых условий). Входная граница модели была выбрана в створе Кочетовского гидроузла, выходная – в вершине Таганрогского залива. На входе в качестве граничного условия задавался расход воды (постоянный или гидрограф), на выходе – уровень водной поверхности: постоянный среднесовременный -0,4 мБС (полученный по данным наблюдений на в.п. Таганрог) либо переменный во времени сгонно-нагонный в диапазоне от -3,0 мБС до +2,3 мБС.

Калибровка численной модели. После уточнения на основе имеющейся информации планового положения и высотных отметок всех дамб и дорог на пойме единственным «свободным» параметром математической модели при калибровке остается коэффициент шероховатости подстилающей поверхности, который может варьироваться на различных участках русла и поймы, а также в некоторых случаях зависеть еще и от других параметров (например, от глубины потока).

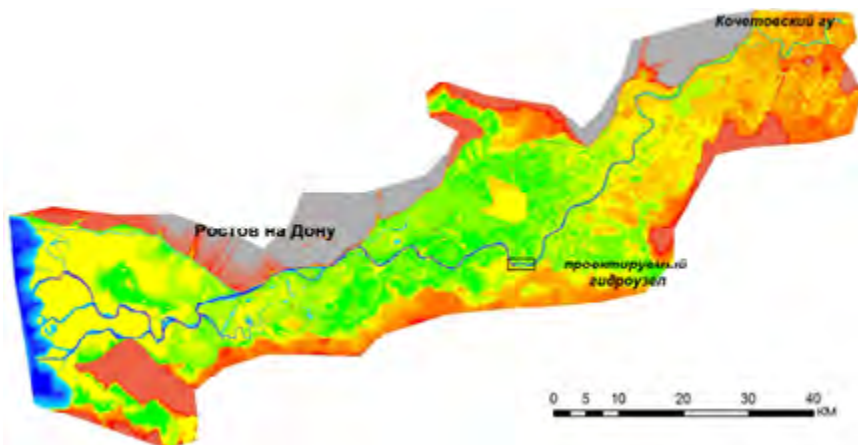


Рис. 6.5.1. ЦМР на область моделирования

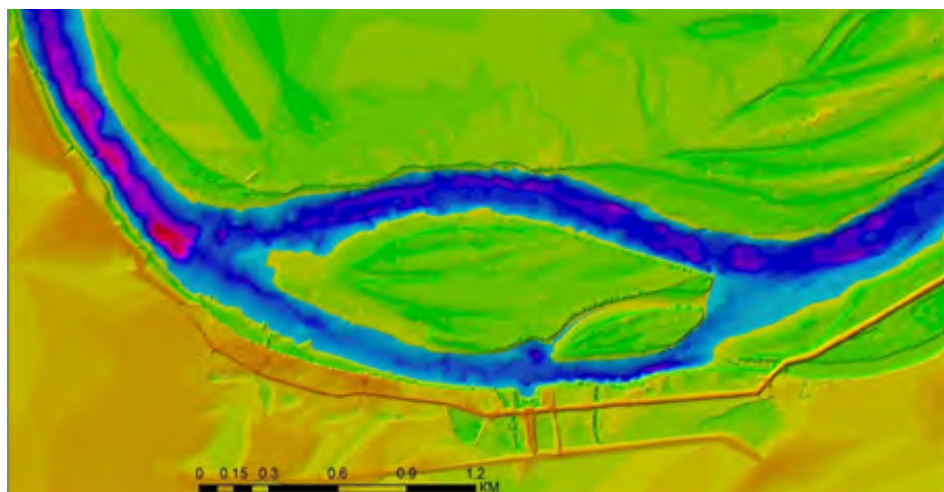


Рис. 6.5.2. ЦМР в районе о. Арпачин, построенная по изысканиям 2016–2017 гг.

Поскольку в целом для долины Нижнего Дона отсутствует детальная фактическая информация для калибровки (измеренные глубины и скорости течения в различных створах, уклоны водной поверхности на различных участках русла и поймы при разных расходах воды), принималась следующая схема задания коэффициентов шероховатости в формуле Маннинга с дифференциацией по вертикали: в границах меженного уреза воды брался коэффициент шероховатости n_1 , на переходном участке от русла к пойме коэффициент n_2 и для поймы коэффициент n_3 . Значения этих величин при калибровке подбирались при последовательном увеличении расходов воды в результате вариантных расчетов из условия наилучшего совпадения с имеющимися натурными данными.

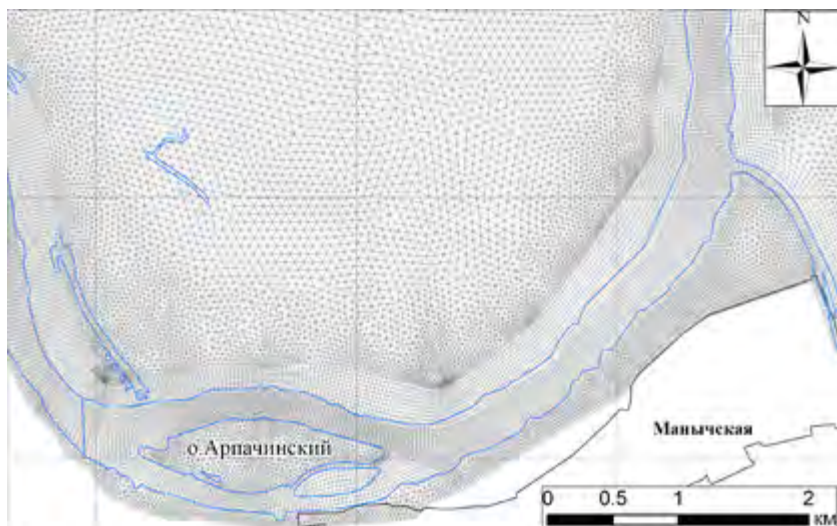


Рис. 6.5.3. Фрагмент гибридной расчетной сетки в районе о. Арпачин

При этом принималось во внимание, что в основном пойма Нижнего Дона достаточно ровная, незалесенная (поля и сельхозугодья), что предполагает для величины коэффициента шероховатости поймы значение около $n_3 = 0,05$ в рамках двумерной (плановой) модели, в которой другие виды гидравлических сопротивлений, вызванных стеснениями поймы дорожными и защитными сооружениями, учитываются автоматически самой моделью (рельефом земной поверхности и границами непротекания). Также автоматически (за счет конвективных слагаемых в уравнениях Сен-Венана) учитываются и дополнительные сопротивления в русле (так называемые сопротивления формы), вызванные изменением ширин и глубин русла (плесы, перекаты), поворотами русла и т.п. Поэтому при калибровке двумерных моделей, реализованных на подробных сетках с хорошим разрешением рельефа дна русла, обычно нет необходимости принимать переменный коэффициент шероховатости по длине русла. Он учитывает только зернистую шероховатость подстилающей поверхности (сопротивление трения), а это в случае Н.Дона в основном мелкий песок.

На рассматриваемом участке реки расположен только один расходный пост у станции Раздорская, по которому для анализа имелся длинный ряд натурных данных – ежедневные уровни и расходы воды начиная с 1936 года. В районе Аксая и Ростова-на-Дону заметное влияние на уровни воды оказывают сгонно-нагонные явления, и однозначная связь расходов и уровней отсутствует (по крайней мере для низких расходов). Более того, имеющиеся кривые связи $Q(H)$ на постах Ростов-на-Дону и Аксай не актуализированы в области больших расходов воды, поскольку опираются на данные об уровнях высоких половодий столетней и семидесятипятiletней давности (1917 и 1942 гг.) без учета интенсивного антропогенного воздействия на пойму Н.Дона.

Учитывая вышесказанное, при выполнении калибровки численной модели мы в первую очередь опирались на многолетние фактические данные по водомерному посту Раздорская. Анализ этих данных показал заметную посадку уровней воды в русле при малых расходах (до 0,5 м–0,6 м, начиная с 1960 г.) в результате строительства гидроузлов и дноуглубительных работ с безвозвратной выемкой грунта, и наоборот, повышение уровней воды при затоплении поймы в результате её застройки населенными пунктами, дамбами, дорогами и т.д. Поэтому калибровка модели в дальнейшем проводилась по фактическим данным за последние 20 лет, за которые вид кривой связи расходов и уровней на в.п. Раздорская в диапазоне расходов до 2000 куб. м/с не изменился, а верификация – по данным последних высоких половодий 1979 и 1994 годов. Данные за высокое половодье 1963 г. (и тем более за половодья 1917, 1942 гг.) для калибровки и верификации не использовались.

В результате калибровки были подобраны коэффициенты шероховатости в формуле Маннинга, равные $n_1 = 0,02$ по руслу (для расходов больше 900 куб. м/с принимался коэффициент шероховатости $n_1 = 0,018$) и $n_2 = 0,035$ в переходной от русла к пойме зоне. Результаты расчетов для водпоста Раздорская (Рис. 6.5.4) хорошо ложатся на данные измерений. Результаты расчетов для нижнего бьефа Кочетовского гидроузла согласуются с кривой связи расходов и уровней $Q(H)$ из «Правил использования водных ресурсов каскада водохранилищ на р.Дон (Николаевского, Константиновского и Кочетовского гидроузлов)» (треугольники на Рис. 6.5.4) для расходов до 1500 куб.м/с. Получено хорошее согласование расчетной кривой $Q(H)$ в створе Багаевского гидроузла (черная линия с черными крестиками на Рис. 6.5.4) с данными натурных измерений уровней и расходов воды на временном водомерном посту, выполненных Ленгипроречтрансом весной 2017 г. Следует отметить, что построенная Ленгипроречтрансом методом однодневной связки уровней кривая $Q(H)$ для створа Багаевского гидроузла в диапазоне расходов до 2000 куб. м/с практически совпала с полученной расчетами кривой (расхождение менее 0,1 м).

Кривые зависимости расхода от уровня воды $Q(Z)$. Для расходов больше 2000 куб. м/с классическими методами гидрологии оказалось невозможным построить кривую $Q(H)$ из-за недостаточности и нерепрезентативности (в силу антропогенного воздействия на русло и пойму) исходных данных для оценки уровня высоких вод. Рассчитанные на математической модели кривые связи расходов и уровней для характерных створов в диапазоне расходов до 18100 куб. м/с (обеспеченность 0,1%) нанесены на Рис. 6.5.4 сплошными линиями с крестиками. Черными точками на графике нанесены фактические данные за 1962–1972 гг., серыми – за период 1936–1951 гг. на водпосту Раздорская (отобраны только расходы больше 3500 куб. м/с). Видно, что эти точки ложатся на одну кривую, которая тянется до точки, соответствующей половодью 1942 г. (максимальная отметка уровня

8,85 мБС, расход 12300 куб. м/с). После 1963 года расходов более 3420 куб.м/с (1994 г.) не наблюдалось, поэтому фактическое положение современных кривых $Q(H)$ на Раздорской и в створе Багаевского гидроузла при больших расходах неизвестно, и их приходится принимать по результатам математического моделирования.

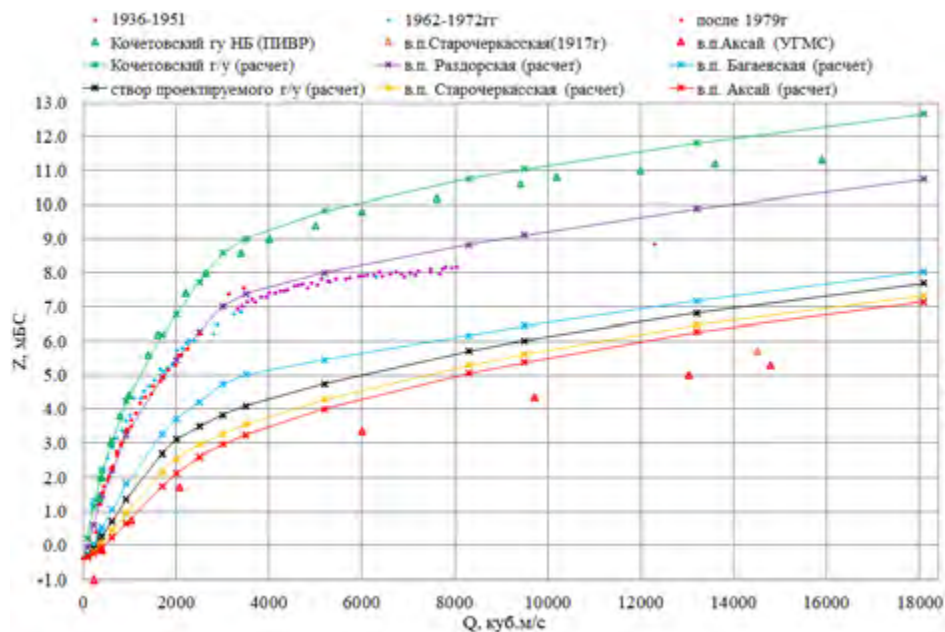


Рис. 6.5.4. Рассчитанные кривые $Q(H)$ для в.п. Аксай, Старочеркасская, Раздорская и нижних бьефов Кочетовского и Багаевского гидроузлов (сплошные линии с маркерами) и их сопоставление с комбинированными данными наблюдений и устаревшими кривыми связи (маркеры)

Из Рис. 6.5.4 видно, что при высоких паводковых расходах уровни воды в современных условиях будут существенно выше, чем наблюденные в начале и середине 20-го века. Так, у станции Старочеркасская рассчитанный уровень примерно на 1 м выше, чем был в 1917 году (исторический максимум 5,70 мБС) при том же расходе, и на 1 м выше, чем был в 1963 году при расходе 6300 куб.м/с. В районе г. Аксай превышение достигает величины более 1 м, в створе в.п. Раздорская 0,8 м, что объясняется, как уже отмечалось выше, сильным антропогенным воздействием на пойму Нижнего Дона. В створе проектируемого Багаевского гидроузла при расходе 13200 куб. м/с рассчитанный уровень воды равен 6,82 мБС, что и было принято в проекте за отметку однопроцентного затопления.

Проверка кривых $Q(H)$ для расходов до 3500 куб. м/с проводилась по паводкам 1979 и 1994 годов на постах Раздорская, Багаевский и Аксай (Рис. 6.5.5). Получилось хорошее совпадение рассчитанных и измеренных уровней воды, особенно по в.п. Багаевский, который расположен ближе

всего к створу гидроузла (17 км выше по течению). При этом учитывалось, что эти паводки были весьма продолжительные (например, в 1994 г. на водомерном посту Раздорская расход с 2000 куб. м/с до 3300 куб. м/с возрастал в течение 33 суток, а далее с 3300 куб. м/с до 3420 куб. м/с – 12 суток, т.е. всего на 10 куб. м/с в сутки), в силу чего можно принять, что максимальные расходы, проходящие в створе в.п. Раздорская, проходили и в ниже расположенных створах без изменения величины, а только со сдвигом по времени (боковая приточность на этом участке практически отсутствует). Калибровка и верификация численной модели показали возможность её применения для выполнения гидрологических и гидравлических расчетов Багаевского гидроузла.

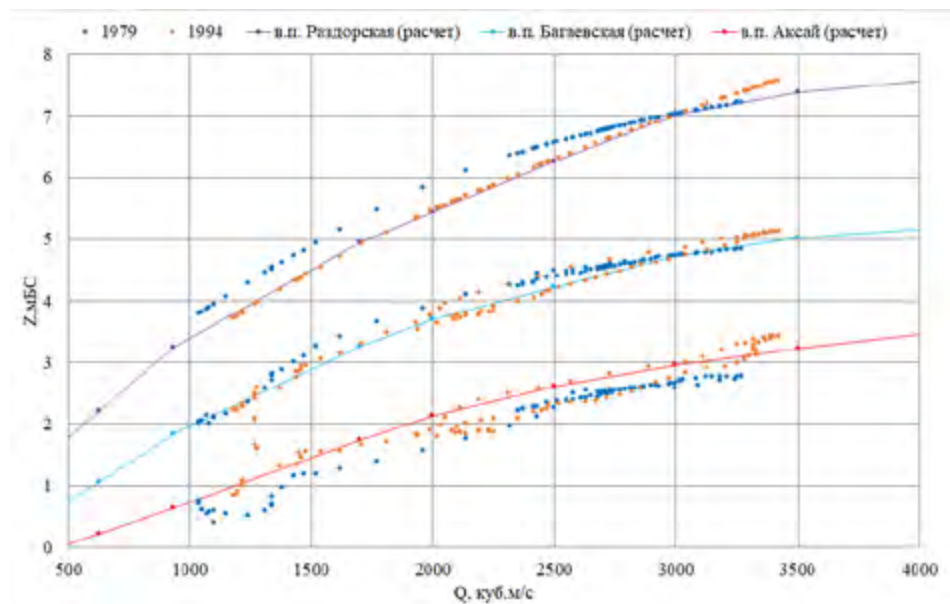


Рис. 6.5.5. Верификация расчетных кривых $Q(H)$ в створах гидрологических постов Раздорская, Багаевская, Аксай на данных паводков 1979, 1994 гг.

6.5.3. Расчеты на «глобальной» модели долины Н. Дона

Построение продольных профилей водной поверхности. По результатам расчетов в диапазоне расходов от 100 куб. м/с до 18100 куб. м/с были построены профили водной поверхности вдоль русла р.Дон от нижнего бьефа Кочетовского гидроузла до водопоста Азов. Для расходов, приводящих к затоплению поймы (Рис. 6.5.6), нарисованы как продольники для современных условий (сплошные линии), так и для периода 60-х годов прошлого века (штриховые линии, проведены по фактически наблюдаемым уровням на водпостах). На этом рисунке хорошо видно, что дополнительный подъем уровня, связанный с застройкой поймы, может достигать величины от 0,5 м до 1 м и более в зависимости от максимального расхода и расположения створа. Максимальные дополнительные подъемы уровня (более 1 м при

экстремальных расходах 13200 куб. м/с и 18100 куб. м/с) возникают в створе г. Аксай, что вызвано перекрытием всей поймы Н. Дона в этом месте и ниже по течению высокими дорожными насыпями (Рис. 6.5.7). Эти насыпи приводят также к концентрации основного расхода воды в русле р. Дон, что повышает скорости течения (рис. 6.5.8).

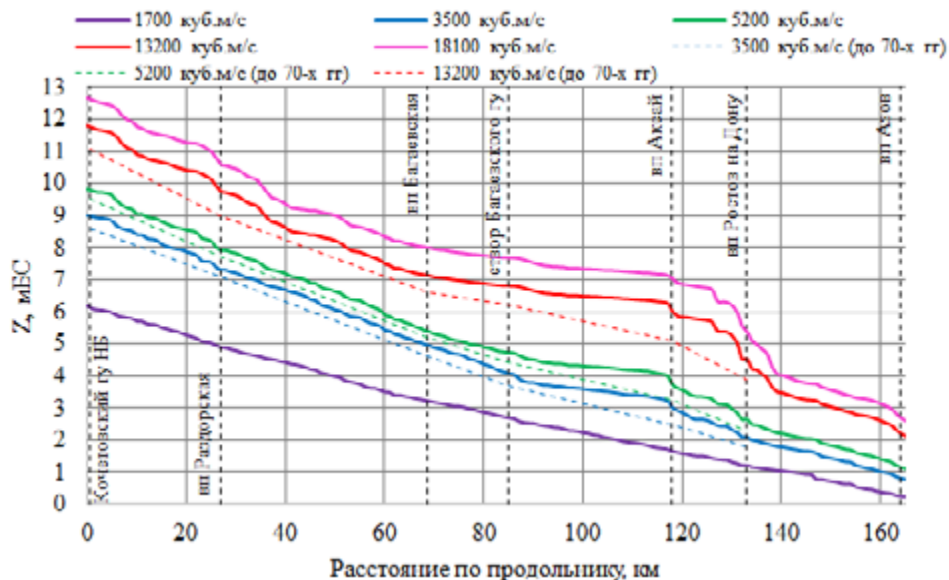


Рис. 6.5.6. Продольные профили водной поверхности Н. Дона в современных условиях и до начала активной застройки поймы

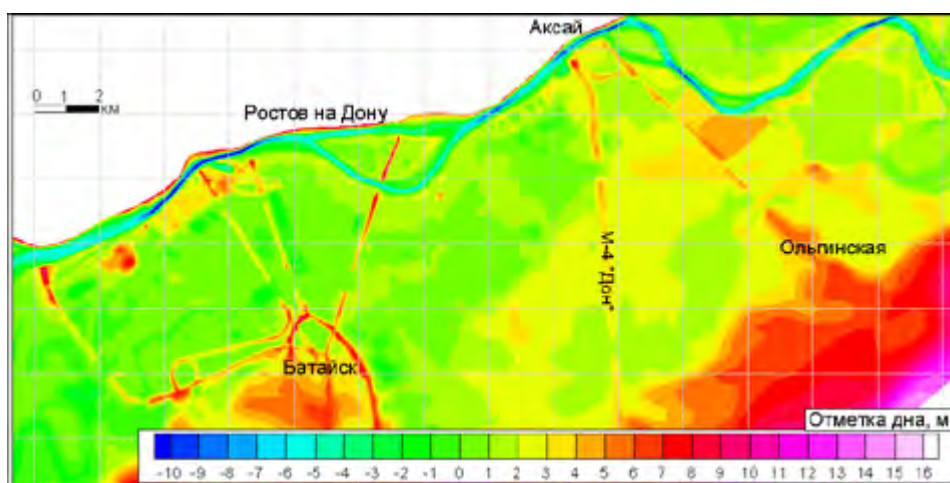


Рис. 6.5.7. Цифровая модель рельефа земной поверхности в районе г. Ростов-на-Дону и г. Аксай с учётом дорожной инфраструктуры

Определение доли общего расхода р. Дон, проходящего в створе Багаевского гидроузла при различных гидрологических условиях. На откалиброванной гидродинамической модели долины Нижнего Дона были выполнены расчеты по определению распределения расходов между руслом и поймой в створе Багаевского гидроузла, что является важным при обосновании компоновки гидроузла и определении пропускной способности. Результаты соответствующих расчетов представлены на Рис. 6.5.9. Максимальные расходы в русле и через водосбросные сооружения гидроузла не превысят 2850 куб. м/с при любом расходе воды в долине Н.Дона вплоть до 18100 куб. м/с. Остальная часть расхода пойдет по пойме в обход гидроузла. Это объясняется тем, что проектируемый гидроузел находится в излучине р.Дон, вдоль левого берега идет высокая паводкозащитная дамба, отгораживающая станицу Манычскую, поэтому вода при подходе к излучине выходит из русла на пойму, что хорошо иллюстрируют линии тока на Рис. 6.5.10. Максимальные средние по живому сечению скорости в створе гидроузла в бытовых условиях не превышают 0,95 м/с при расходе около 3000 куб.м/с. Эти же условия окажутся наихудшими расчетными по максимальным скоростям и максимальным деформациям дна при наличии гидроузла (для безнапорного режима его эксплуатации).

Моделирование сгонно-нагонных явлений. Сгонно-нагонные явления на Нижнем Дону происходят регулярно и оказывают существенное влияние на судоходство, поэтому их необходимо учитывать при разработке проекта. Основное понижение или повышение уровней воды формируется в мелководной части Таганрогского залива Азовского моря под влиянием изменения атмосферного давления и ветров северо-восточного и восточного румбов (сгон) и западного и юго-западного румбов (нагон). Далее сгонно-нагонная волна движется по руслу Нижнего Дона, дополнительно трансформируясь под действием ветровых касательных напряжений.

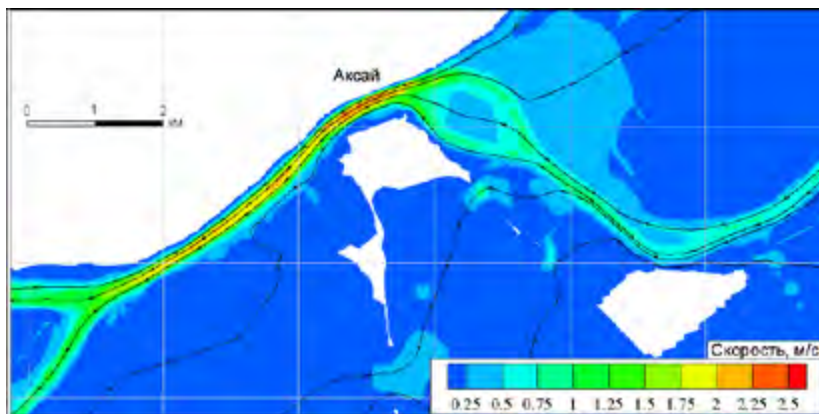


Рис. 6.5.8. Рассчитанные на численной гидродинамической модели скорости течения и линии тока в районе г.Акса́й в бытовых условиях при расходе половодья $Q = 5200$ куб. м/с.

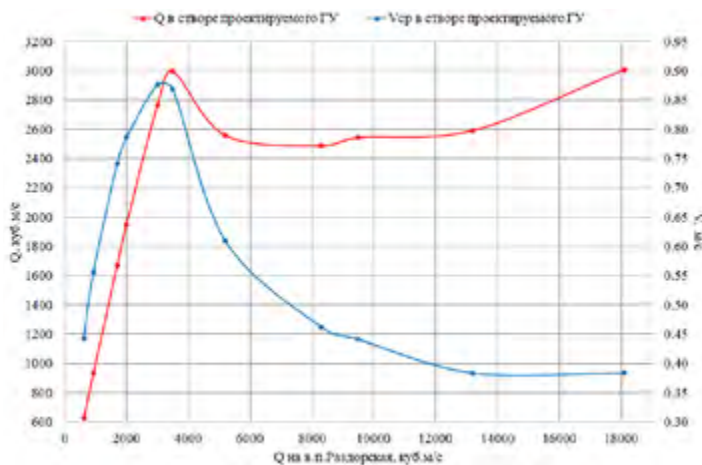


Рис. 6.5.9. Рассчитанные на модели расходы воды и средние скорости течения в бровках русла в створе о. Арпачин в бытовых условиях в зависимости от общего расхода половодья

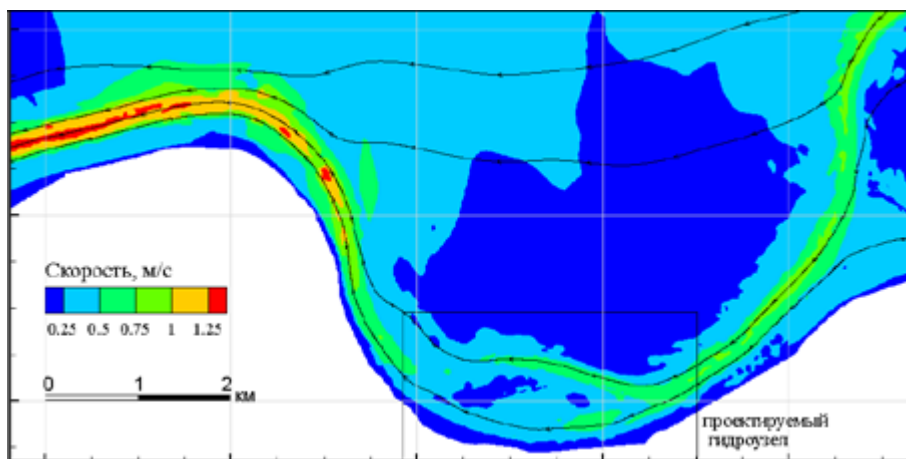


Рис. 6.5.10. Рассчитанные на модели скорости течения и линии тока в районе о. Арпачин в бытовых условиях при общем расходе половодья $Q = 13200$ куб. м/с.

В работе [Пономаренко, Сорокина, Бирюков, 2012] представлены результаты многолетних исследований сгонно-нагонных явлений в дельте Н. Дона на научно-экспедиционной базе Южного научного центра РАН в районе с.Кагальник. Фактический экстремальный нагон в дельте Дона наблюдался 30.09.10–01.10.10, ветер ЮЗ 11–14 м/с, подъем уровня в течение 8 часов до отметки 2,30 мБС (однопроцентный уровень), затем постоянство уровня в течение 5 часов. Однако он не был экстремальным в районе Ростова-на-Дону и Аксая. На в/п Аксай был достигнут максимальный уровень 1,6 мБС (обеспеченность около 10%) при расходе воды в р.Дон в створе в/п Раздор-

ская 400 куб. м/с (максимальный уровень на Раздорской 2,17 мБС). Фактический сильный сгон наблюдался в период с 30.10.2009 по 03.11.2009 г. Трое суток в дельте происходило равномерное во времени снижение уровня с 0,0 мБС до -1,2 мБС, и этот уровень держался ещё сутки, а потом пошел вверх. Измеренный за этот период средний ветер СВ 7 м/с. Минимальный уровень на в/п Аксай при этом сгоне достиг значения -0,93 мБС при расходе на в/п Раздорская 400 куб. м/с.

Верификация модели сгонно-нагонных явлений производилась с использованием описанных выше данных натурных наблюдений. Задавалось фактическое изменение уровня воды во времени на морской границе, измеренный средний ветер определенной силы и направления, расход р. Дон через Кочетовский гидроузел и сопоставлялись измеренные и рассчитанные максимальные уровни воды на водпостах Аксай, Багаевский, Раздорская. При этом коэффициенты шероховатости русла и поймы принимались такими же, как и ранее при расчете меженных и паводковых течений. Результаты расчета нагона представлены на Рис. 6.5.11, видно, что нагон моделируется хорошо. Моделирование реального сгона также дало удовлетворительные результаты с погрешностью 0,1–0,2 м, однако при сгоне рассчитанные уровни не достигают минимальных измеренных значений. Вероятная причина этого в недостаточно точной батиметрии основных протоков дельты и недостаточная густота сетки, используемой в расчетах на этом участке, что начинает сказываться на результатах расчетов при экстремально низких уровнях воды.

Сгон и нагон, на которых выполнялась верификация модели, были сильными, но не экстремальными. Обеспеченность их по в/п Ростов-на-Дону для нагонов около 10%, а для сгонов всего около 60%. Поэтому для основных расчетов сгонно-нагонных уровней в створе Багаевского гидроузла были подобраны такие граничные условия, которые для нагонов дают обеспеченность около 1%, а для сгонов обеспеченность около 90% для навигационного периода. При этом опирались на измеренные уровни при экстремальных сгонах и нагонах, а ход уровней на морской границе во времени, продолжительность и сила ветра подбирались из условия наилучшего совпадения уровней воды с данными наблюдений на водпостах Аксай, Багаевский, Раздорская. В результате были построены обобщающие выполненные расчеты графики $Q(H)$ в створе Багаевского гидроузла с учетом сгонно-нагонных явлений в бытовых условиях, которые в дальнейшем использовались при проектировании. В створе гидроузла при малых расходах величина нагона (относительно штилевых условий) может достигать значений более 2 м (до отметки 1,8 мБС), а величина сгона 0,7 м (до отметки -1,1 мБС).

Были также выполнены расчеты проникновения соленой воды в Нижний Дон при нагонах (без учета плотностной стратификации потока). В случае 1% нагона при расходе по реке в створе Кочетовского гидроузла 230 куб. м/с морская вода распространяется немного выше г. Аксай, до

которого она доходит за 30 часов (Рис. 6.5.12). В случае 1% нагона морской воды при расходе воды в створе Кочетовского г/у 626 куб. м/с морская вода распространяется не выше о. Зелёный, до которого она доходит за 30 часов.

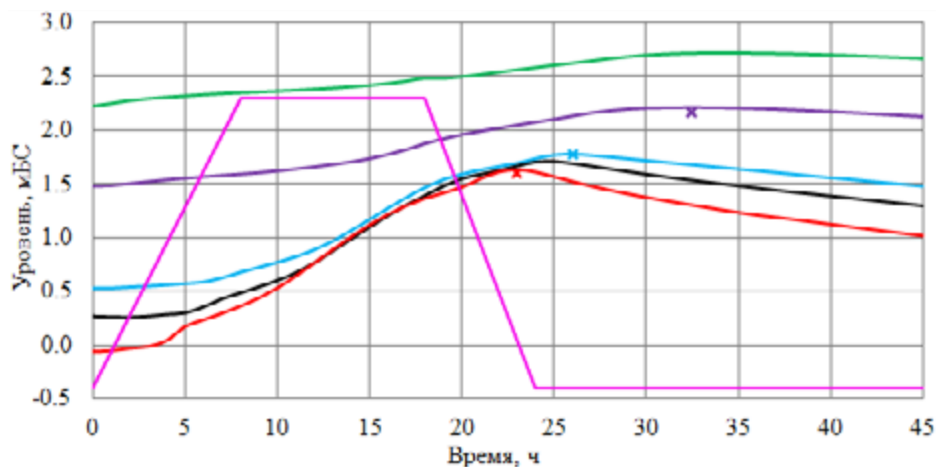


Рис. 6.5.11. Рассчитанные и измеренные уровни воды в различных створах в зависимости от времени при нагоне 30.09.2010–01.10.2010 (1 – нижний бьеф Кочетовского гу, 2 – вп Раздорская, 3 – вп Багаевская, 4 – створ проектируемого гу, 5 – вп Аксай, 6 – выходная граница (море), крестики – наблюдаемые минимумы на соответствующих водпостах)

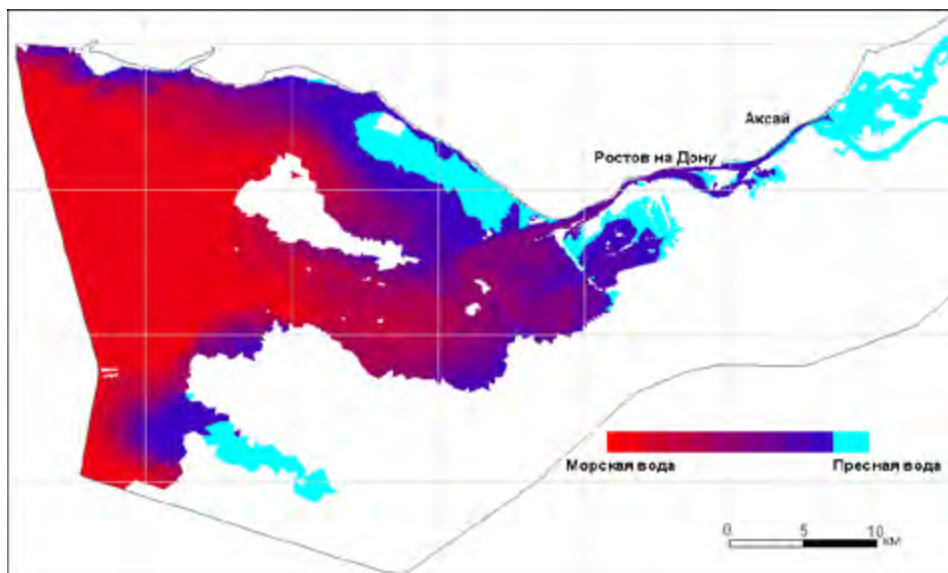


Рис. 6.5.12. Моделирование 1% нагона морской воды при расходе р.Дон через Кочетовский гидроузел 230 куб. м/с. Момент времени 30 ч от начала нагона

6.5.4. Расчеты на модели Багаевского водохранилища

Модель Багаевского водохранилища построена от нижнего бьефа Кочетовского гидроузла до створа проектируемого Багаевского гидроузла (Рис. 6.5.13). Она является подмоделью «глобальной» модели долины Н.Дона, описанной в разделе 6.5.1. Протяженность модели по судовому ходу составляет 86 км. При построении модели применялись гибридные треугольно-четырёхугольные сетки нерегулярной структуры. В русле реки Дон и её притоках, на вдольбереговых участках поймы и по дамбам строилась криволинейная четырёхугольная сетка, на участках реки, имеющих сложную форму, некоторых протоках и старицах строилась треугольная сетка. Такие сетки хорошо адаптируются под плановые очертания расчетной области и особенностям течения. В итоге построенная сетка содержит примерно 123 тысячи ячеек с размерами от 10 до 50 м. Входная граница модели располагалась в нижнем бьефе Кочетовского гидроузла, выходная – в створе проектируемого гидроузла. Также была введена дополнительная граница для учета забора воды на Новочеркасскую ГРЭС в истоке реки Аксай. Коэффициенты шероховатости в формуле Маннинга принимались такими же, как и в «глобальной» гидродинамической модели.

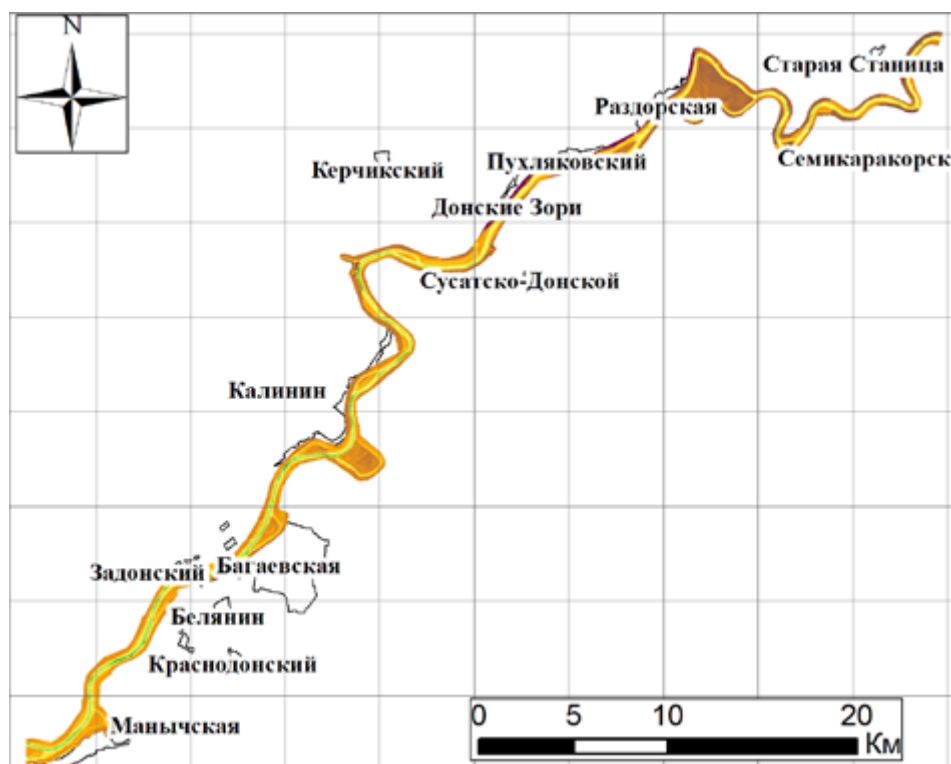


Рис. 6.5.13. Модель водохранилища проектируемого Багаевского гидроузла

Кривые подпора и параметры водохранилища. На этой модели были проведены расчеты на расходы от 100 до 1100 куб. м/с с двумя значениями НПУ водохранилища: 2,0 мБС и 2,8 мБС. По результатам расчетов были построены профили водной поверхности вдоль русла р.Дон (Рис. 6.5.14). При НПУ = 2,0 мБС и расходе 250 куб.м/с, при котором планируется эксплуатировать водохранилище в меженный период, уровень воды в нижнем бьефе Кочетовского гидроузла получается равным 2,45 мБС, что обеспечивает судоходную глубину 4,0 м на пороге старой нитки Кочетовского шлюза.

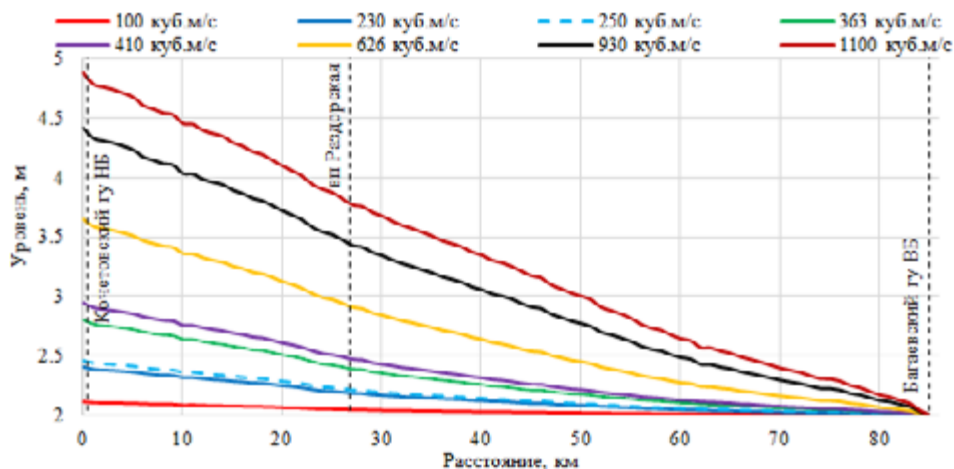


Рис. 6.5.14. Продольные профили водной поверхности верхнего бьефа Багаевского гидроузла при НПУ = 2,0 мБС

Вычислены объемы и площади зеркала Багаевского водохранилища при НПУ = 2,0 мБС, НПУ = 2,8 мБС и при отсутствии подпора от плотины, (Рис. 6.5.15). Видно, что объем водохранилища при НПУ = 2,0 мБС при маленьких расходах (100–230 куб.м/с) примерно в два раза превышает объем руслового потока на участке водохранилища в бытовых условиях, при расходе 410 куб.м/с объемы отличаются в 1,5 раза, а при расходе 1100 куб.м/с разница составляет всего 5%. Объем руслового Багаевского водохранилища почти в 250 раз меньше объема Цимлянского водохранилища, причем дополнительный объем (за вычетом объема руслового потока в бытовых условиях) меньше в 500 раз для маленьких расходов и обращается в ноль при расходе 1275 куб.м/с для НПУ = 2,0 мБС и при расходе 1750 куб.м/с для НПУ = 2,8 мБС.

Кривые $Q(H)$ с учетом Багаевского гидроузла. По результатам расчетов были построены кривые связи расходов и уровней в нижнем бьефе Кочетовского гидроузла и на в/п Раздорская с учетом подпора от Багаевского гидроузла при НПУ = 2,0 мБС и НПУ = 2,8 мБС (Рис. 6.5.16).

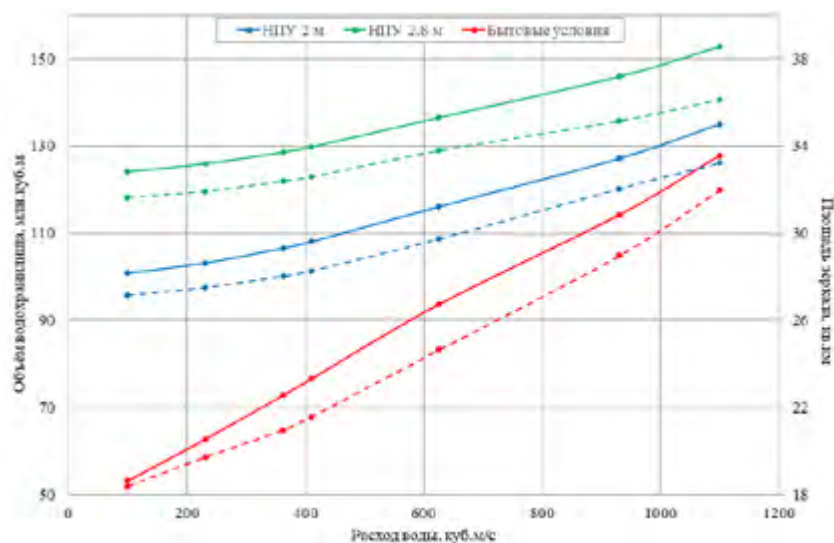


Рис. 6.5.15. Объемы (сплошные линии) и площади зеркала (штриховые линии) Багаевского водохранилища в зависимости от расхода реки

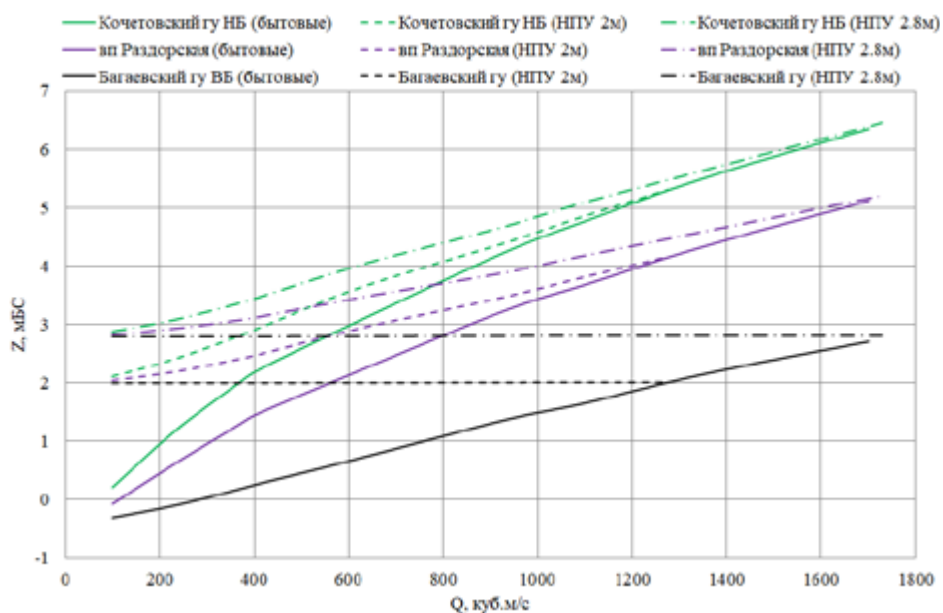


Рис. 6.5.16. Кривые связи $Q(H)$ в нижнем бьефе Кочетовского гидроузла и на в.п. Раздорская с учётом влияния подпора от плотины Багаевского гидроузла

Проверка обеспечения габаритов судового хода. На основании выполненных расчетов верхнего бьефа Багаевского гидроузла были определены участки русла, лимитирующие габариты судового хода при разных расхо-

дах. В бытовых условиях (или при полностью раскрытом гидроузле) при расходе 410 куб. м/с гарантированная глубина 4,0 м обеспечивается на всем протяжении, гарантированная ширина судового хода 80 м не обеспечивается у о. Поречный (судовой ход тут заужен до 40–50–60 м), а также на коротком участке вышележащей излуины. В бытовых условиях при расходе 626 куб. м/с глубина и ширина судового хода обеспечивается на всем протяжении, но в одном створе у приверха о. Поречный ширина составляет 80 м. Таким образом расход 626 куб. м/с можно считать минимальным для обеспечения габаритов судового хода в отсутствии подпора.

При НПУ = 2,0 мБС при расходе 230 куб. м/с (гарантированный санитарный попуск 97% обеспеченности) глубина и ширина судового хода фактически обеспечиваются на всем протяжении водохранилища. Незначительное сужение (до 74 м) наблюдается только у приверха о. Поречный (Рис. 6.5.17). В исключительно маловодные годы при минимальном попуске 100 куб. м/с ширина судового хода не будет обеспечена в районе о. Поречный, и нужно либо выполнить расширение фарватера, либо предусмотреть форсировку уровня в верхнем бьефе Багаевского гидроузла до отметки 2,4 мБС. С учетом выполненных расчетов в проекте предусмотрена подрезка берега на лимитирующих участках и увеличение радиуса закругления судового хода.

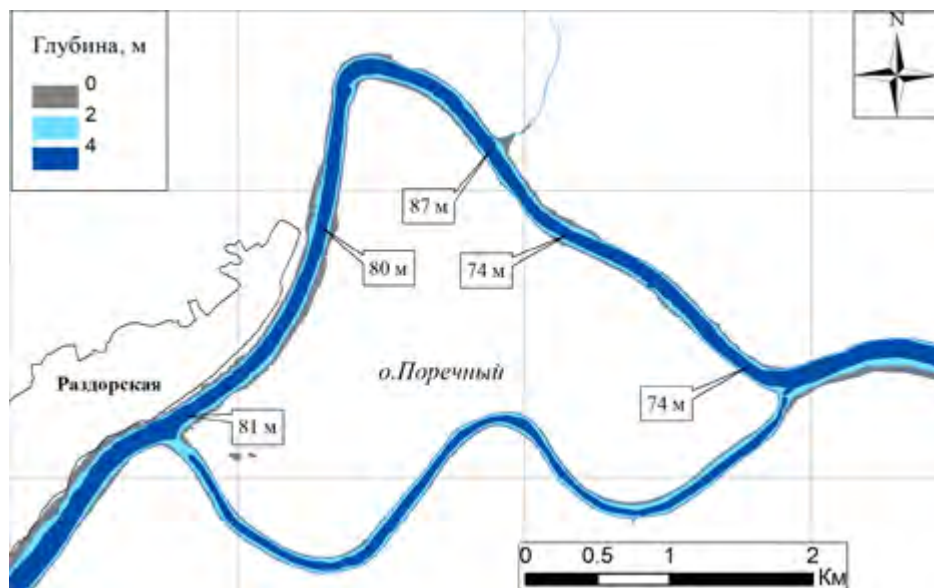


Рис. 6.5.17. Глубина и ширина судового хода в районе о. Поречный при минимальном расходе

Водообмен в Багаевском водохранилище. Для оценки интенсивности водообмена на акватории Багаевского водохранилища в зависимости от поступающего расхода воды применялась следующая методика расчетов. С использованием вычисленных объемов водохранилища были рассчи-

таны минимально возможные времена для полного замещения объемов водохранилища поступающей в нижний бьеф Кочетовского гидроузла водой (времена «идеального» водообмена) без учета особенностей течения в водохранилище (Рис.6.5.18). При НПУ = 2,0 мБС при расходе 100 куб.м/с время «идеального» водообмена в два раза больше, чем в бытовых условиях; при расходе 410 куб.м/с время «идеального» водообмена в 1,5 раза больше, чем в бытовых условиях, а при расходе 930 куб. м/с – всего на 10% больше, чем в бытовых условиях. При расходе 1275 куб. м/с эти времена совпадают (поскольку при этом расходе бытовой уровень в створе гидроузла совпадает с НПУ = 2,0 мБС) и составляют чуть более одних суток. Таким образом для водохранилища с НПУ = 2,0 мБС водообмен происходит достаточно быстро, но существенно зависит от расхода воды. Для водохранилища с НПУ = 2,8 мБС водообмен происходит в среднем на 20% дольше, чем при НПУ = 2,0 мБС.

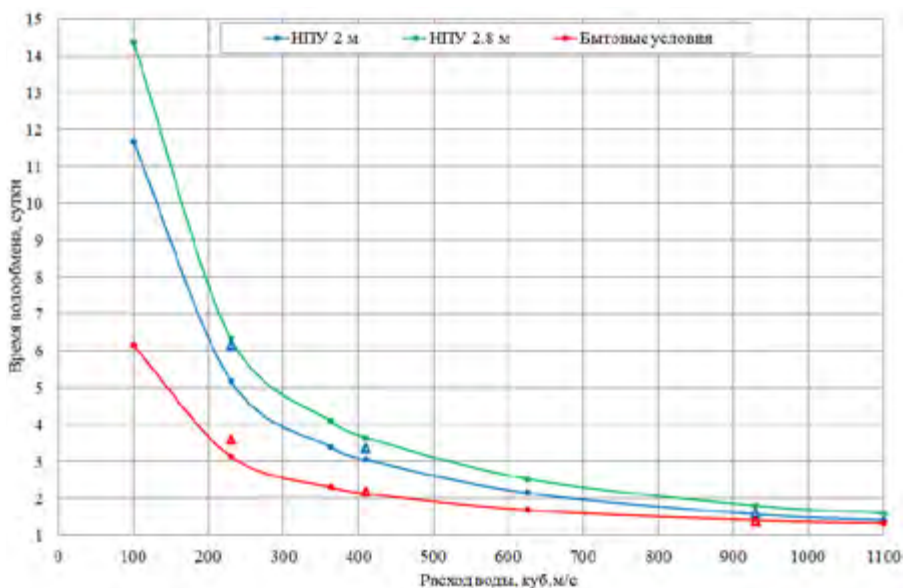


Рис. 6.5.18. Время «идеального» водообмена (сплошные линии) в акватории Багаевского водохранилища и рассчитанные по модели времена замещения 90% объёма воды (треугольники)

Далее по результатам численного моделирования вычислялись средние по водохранилищу глубины и скорости течения во всем диапазоне рассматриваемых расходов (табл. 6.5.1). Получилось, что при НПУ = 2,0 мБС и расходе 100 куб.м/с скорости в 2 раза меньше бытовых, при расходе 363 куб.м/с средние скорости в 1,5 раза меньше, чем в бытовых условиях, а при расходе 930 куб.м/с всего на 10% меньше бытовых. При расходе 1275 куб. м/с скорости совпадают. Таким образом, средние скорости течения полностью коррелируют с временем водообмена в обратной пропорции.

Табл. 6.5.1 Средние скорости в акватории Багаевского водохранилища.

Расход, куб. м/с	Средняя скорость, м/с			Средняя глубина, м		
	НПУ 2 м	НПУ 2,8 м	Бытовые условия	НПУ 2 м	НПУ 2,8 м	Бытовые условия
100	0,076	0,062	0,144	3,714	3,923	2,891
230	0,180	0,147	0,296	3,752	3,946	3,180
363	0,275	0,228	0,402	3,803	3,972	3,472
410	0,308	0,256	0,434	3,822	3,985	3,550
626	0,442	0,375	0,546	3,904	4,042	3,801
930	0,603	0,525	0,671	3,968	4,153	3,942
1100	0,672	0,594	0,710	4,066	4,230	3,997

Затем для расходов 230 куб. м/с, 410 куб. м/с и 930 куб. м/с было выполнено численное моделирование динамики водообмена в бытовых условиях и при НПУ = 2,0 мБС. На всей акватории водохранилища на фоне установившегося течения с заданным расходом в начальный момент времени задавалась условная единичная концентрация консервативной примеси, и далее с входной границы поступала условно «чистая» вода без примеси. На выходной границе течения в створе Багаевского гидроузла анализировался объем вытекающей примеси и фиксировалось время, когда вытечет 90% примеси. Эти времена также приведены на графиках Рис. 6.5.18. Видно, что они достаточно хорошо коррелируют с вычисленными ранее «идеальными» временами водообмена, поэтому графики на Рис. 6.5.18 можно использовать для оценки времен девяностопроцентного водообмена в Багаевском водохранилище в зависимости от расходов воды.

Исследование сгонно-нагонных явлений с учетом влияния Багаевского гидроузла. При сгонных явлениях в водохранилище кривая свободной поверхности под воздействием ветровых напряжений перестраивается (Рис. 6.5.19). Было просчитано 4 сценария экстремальных сгонов при сбрасываемом в нижний бьеф Кочетовского гидроузла расходе 250 куб. м/с. Сплошная жирная линия на Рис. 6.5.19 – кривая подпора при штиле. Штриховая – сгон: ветер СВ 13 м/с при поддержании на плотине уровня НПУ = 2,0 мБС (стационарный режим сгона формируется менее чем за полсутки). При этом часть объема водохранилища вытекает в нижний бьеф. Пунктирная кривая – сгон при условии, что сброс с Багаевского ГУ равен сбросу с Кочетовского 250 куб. м/с минус разница забираемого и сбрасываемого расходов с Новочеркасской ГРЭС. В этом варианте объем водохранилища сохраняется как при штиле, но уровни перераспределяются. Серая линия на Рис. 6.5.19 – водохранилище предварительно наполняется до отметки 2,2 мБС у плотины (примерно в течение суток путем уменьшения сброса на 70 куб. м/с), затем начинается сгон с тем же ветром, а сбросной расход восстанавливается. Минимальная отметка на пороге Кочетовского шлюза в

этом случае 2,43 мБС, максимальная отметка у плотины Багаевского тоже 2,43 мБС. Таким образом, возможно регулирование уровней в водохранилище с обеспечением необходимой глубины на пороге старой нитки Кочетовского шлюза, если допускать форсировку уровня у плотины Багаевского гидроузла до отметок 2,40–2,45 мБС. При расчете нижнего бьефа надо учитывать, что отбираемый в истоке Аксая расход возвращается в Дон в устье Аксая. Локальные волны и заметные отрицательные уклоны на графиках при ветровом воздействии возникают из-за извилистости русла, которое в некоторых местах поворачивается перпендикулярно направлению ветра. В реальности сгон может быть несколько меньше из-за экранирования поверхности воды берегами и растительностью.

Расчеты уровней в нижнем бьефе Багаевского гидроузла при сгоне показывают, что в режиме поддержания НПУ в верхнем бьефе после ослабления ветра (прекращения сгона) уровни могут на несколько часов упасть до отметки -1,6 мБС (Рис. 6.5.20) из-за того, что сбрасываемые расходы в нижний бьеф могут уменьшиться вплоть до нуля. Поэтому при сгонных явлениях рекомендуется фиксировать сбрасываемый в нижний бьеф расход путем форсировки уровня водохранилища, что соответствует режимам 1 или 2 на Рис. 6.5.20. Однако и в этом случае минимальные уровни в нижнем бьефе Багаевского гидроузла могут упасть до отметки -1,35 мБС, что на 0,2 м ниже, чем в бытовых условиях (Рис. 6.5.20).

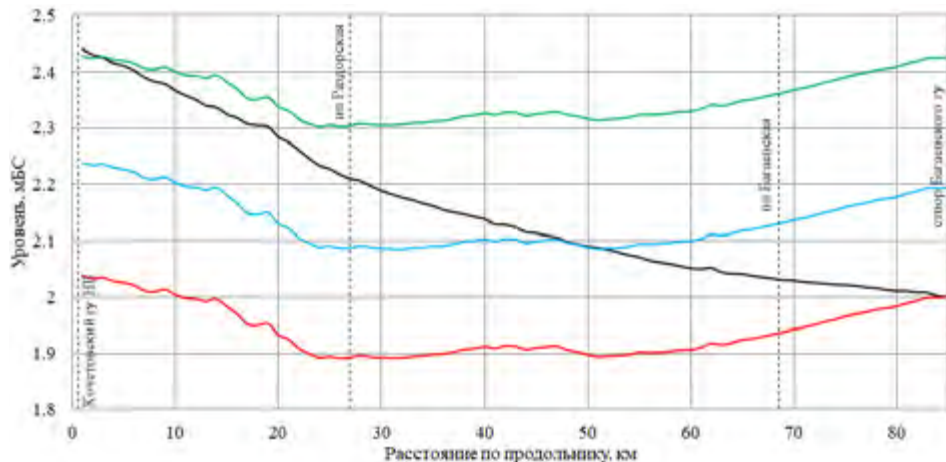


Рис. 6.5.19. Продольные профили водной поверхности в Багаевском водохранилище при моделировании сгонных явлений. 1 – штиль; 2 – сгон: ветер СВ 13 м/с при поддержании на плотине уровня НПУ = 2,0 мБС; 3 – сгон при условии, что сброс с Багаевского ГУ равен сбросу с Кочетовского 250 куб.м/с минус разница забираемого и сбрасываемого расходов с Новочеркасской ГРЭС; 4 – водохранилище предварительно наполняется до отметки 2,2 у плотины, затем начинается сгон с тем же ветром, а сбросной расход восстанавливается

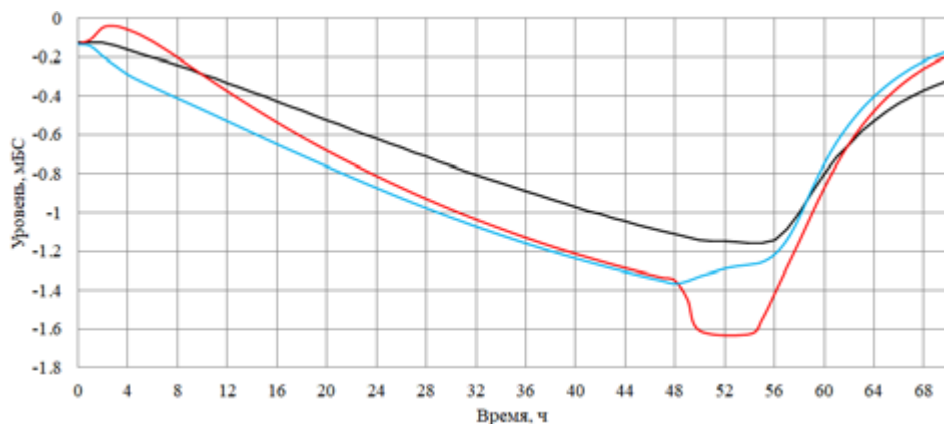


Рис. 6.5.20. Уровни воды в нижнем бьефе Багаевского гидроузла в зависимости от времени при сгонных явлениях (1 – бытовые условия, 2 – с гидроузлом, 3 – сгон при условии, что сброс с Багаевского ГУ равен сбросу с Кочетовского 250 куб. м/с минус разница забираемого и сбрасываемого расходов с Новочеркасской ГРЭС)

Расчеты для условий экстремальных нагонов с учетом гидроузла показали, что в этом случае влияние гидроузла на уровенный режим незначительное и не лимитирует судоходство. В нижнем бьефе максимальные уровни воды могут повыситься на величину 0,1–0,15 м по сравнению с бытовыми условиями, но не выше 2,0 мБС. В водохранилище уровни воды также поднимутся.

6.5.5. Расчеты на локальной крупномасштабной численной гидродинамической модели гидроузла

Модель компоновки по варианту 2012 года. Первоначально была разработана модель для компоновки, выбранной на основе предпроектных проработок 2011–2012 годов (тогда численное моделирование на локальной модели гидроузла не выполнялось). Водосбросная плотина в правом (основном) русле имеет 10 пролетов длиной по 20 м (из них три правых крайних пролета с регулируемыми затворами), отметка порога плотины –3,0 мБС. Левое русло перегорожено глухой грунтовой плотиной. Двухниточный однокамерный шлюз. Водохранилище с НПУ = 2,8 мБС. Результаты, которые были получены на этой модели: 1) полностью раскрытые 10 пролетов пропускают 1700 куб. м/с при НПУ = 2,8 мБС и перепаде уровней между ВБ и НБ 0,11 м. При этом максимальные скорости на водосбросе плотины достигают значений 2 м/с и более, что не позволяет осуществлять пропуск рыбы на нерест непосредственно через водосброс (для этого скорости не должны превышать 1,1 – 1,2 м/с); 2) наблюдается неравномерное распределение расходов между пролетами, в особенности, когда работают всего 3 самых правых пролета (тогда разница в расходах до 20%). На нерав-

номерность оказывают влияние выступающий в поток левобережный устой и рыбопропускной лоток, а также переменные глубины в поперечном сечении русла; 3) отмечается заметное влияние затворных пазов в бычках и рыбопропускного лотка на структуру течения на пороге водослива и в нижнем бьефе; 4) при пропуске расхода 930 куб. м/с через три регулируемых пролета на водосбросе скорости достигают 5 м/с, струя бьет в правый берег, с левой стороны возникает большая водоворотная зона, продолжающаяся до выхода из отводящего канала шлюза, которая поджимает основную струю и не дает ей расширяться. Можно ожидать интенсивных размывов берега и дна реки с подмывом ямы гашения и рисбермы. Вообще трех пролетов с регулируемыми затворами оказывается недостаточно, особенно имея в виду возможность выхода из строя одного из них; 5) глухая левобережная плотина создает застойные зоны как в верхнем, так и в нижнем бьефах гидроузла, что отрицательно влияет на экологию водотока. Все выявленные недостатки были учтены при разработке новой компоновки гидроузла.

Модель компоновки по варианту 2017 года. В дальнейшем была разработана модель для обновленной компоновки варианта 2017 года. Водосбросная плотина в правом (основном) русле имеет 12 пролетов длиной по 20 м (из них шесть правых крайних пролетов с регулируемыми затворами), отметка порога плотины -4,0 мБС. Посередине водосбросной плотины оборудован рыбопропуск шириной 10 м, выступающий в сторону верхнего бьефа. Левое русло перегорожено грунтовой плотиной с двумя пролетами водосбросов длиной по 20 м. Двухниточный однокамерный безпороговый шлюз. Водохранилище с НПУ = 2,0 мБС. 3D-модель новой компоновки гидроузла изображена на Рис. 6.5.21.

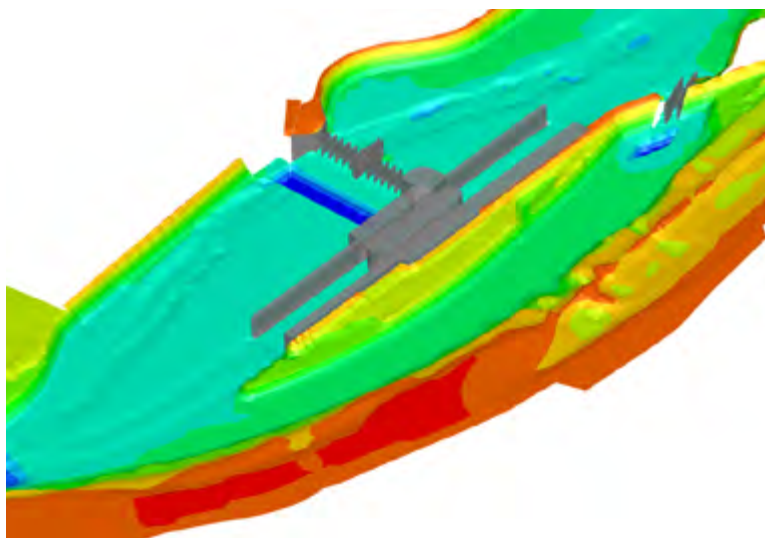


Рис. 6.5.21. 3D-модель рельефа дна и сооружений гидроузла

Расчеты выполнялись на нерегулярной сетке из четырехугольных ячеек общим числом 70 000 и размерами от 1 м (на водосбросе) до 30 м. Было выполнено моделирование течений в области гидроузла при расходах 626, 930, 1275, 1700 и 2850 м³/с с полностью открытыми четырнадцатью пролетами водосбросной плотины, с соответствующими уровнями на выходной границе, которые задавались по кривой связи расходов и уровней в нижнем бьефе, полученной в результате моделирования на глобальной модели (см. раздел 6.5.1). Фрагменты полей скоростей течения и линий тока для расхода 930 куб. м/с представлены на Рис. 6.5.22.

Было выполнено моделирование течения в области гидроузла при расходах 930 куб. м/с и 1275 м³/с с открытыми правыми шестью пролетами водосбросной плотины. Были рассчитаны параметры течения через шлюз в диапазоне расходов по реке от 5210 куб. м/с до 18100 куб. м/с. Выполнены расчеты деформаций дна в нижнем бьефе в условиях раскрытой плотины и в условиях истечения из-под затвора.

При расходах 1275 м³/с и 626 м³/с через полностью раскрытую плотину деформации в нижнем бьефе гидроузла незначительны, перед водосбросной плотиной наблюдаются небольшие отложения наносов, максимальные деформации находятся в области естественного русла и составляют порядка 0,5 м. При пуске через 6 правых пролетов расхода 626 м³/с наблюдаются небольшие деформации (размыв до 0,5 м) сразу после водобойного колодца. При длительном расчете на 45 суток, с достижением расхода в 2850 м³/с наблюдаются достаточно сильные деформации русла, с максимумом порядка 2 м с отложением наносов перед водосбросной плотиной.

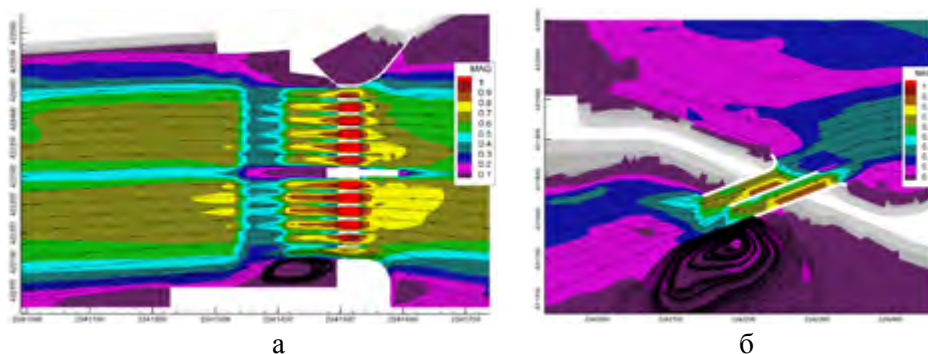


Рис. 6.5.22. Скорости течения и линии тока в зоне водосбросной плотины (а) и на водосбросе грунтовой плотины в левом рукаве (б). Расход 1700 куб. м/с.

Также была построена модель только для участка нижнего бьефа для расчетов истечения из-под затворов в напорном режиме, обрезанная по створам пролетов водосбросной и русловой плотин, на ней было проведено моделирование скоростей течения и деформаций дна с пуском 250 куб. м через 2 пролета водосливной плотины и 1 левобережный пролет при уровне нижнего бьефа -0,1 мБС в течение 6 месяцев и при уровне -1,1 мБС в тече-

ние 2 суток (для периода сильного сгона). Деформации дна для этих случаев также оказались небольшими, ввиду малых расходов и соответственно малых скоростей течения в нижнем бьефе. Основные результаты, которые были получены на «локальной» модели:

- максимальные скорости на водосбросе полностью раскрытой плотины во всем исследованном диапазоне расходов реки не превышают 1,2 м/с, что позволяет осуществлять пропуск рыбы на нерест непосредственно через плотину. При этом максимальный перепад уровней на гидроузле при раскрытой плотине не превышает 0,1 м во всем диапазоне расходов вплоть до максимальных;

- расходы в нитках шлюза не превышают 184 куб. м/с в диапазоне расходов малой обеспеченности от 5200 куб. м/с до 18100 куб. м/с. Средние скорости в нитке шлюза не превысили 1 м/с в этом же диапазоне изменения расходов;

- деформации дна в нижнем бьефе гидроузла за рисбермой и ямой гашения незначительные, что определяется малыми скоростями течения на водосбросе. Глубину ямы гашения для этих гидравлических условий можно полагать избыточной;

- в верхнем бьефе перед водосбросной плотиной будет происходить отложение наносов из-за уменьшения скоростей течения на этом участке по сравнению с бытовыми.

6.5.6. Выводы

Основные полученные результаты состоят в следующем.

1. Расчетами обоснована возможность снижения НПУ Багаевского водохранилища с отметки 2,8 мБС до отметки 2,0 мБС с обеспечением заданных габаритов судового хода: глубина 4,0 м, ширина 80 м, радиус закругления 500 м. При снижении НПУ существенно уменьшаются зоны затопления и подтопления по берегам водохранилища, увеличивается интенсивность водообмена и улучшается его гидроэкологический режим.

2. Выявлено сильное влияние существующего хозяйственного освоения поймы Нижнего Дона (защитные дамбы, дороги, рыбхозы и т.п.) на гидрологический режим реки при пропуске высоких половодий. Максимальные отметки затопления в районе Багаевского гидроузла в современных условиях примерно на 1 м будут превышать отметки, которые наблюдались 50 лет назад и более при тех же расходах воды. Это учтено при проектировании.

3. Определено, что при пропуске высоких половодий с затоплением поймы вплоть до расхода воды 18100 куб. м/с обеспеченностью 0,1% непосредственно через гидроузел будет проходить расход не более 3000 куб. м/с. При этом максимальный перепад уровней при полностью раскрытой водосбросной плотине не превышает 0,1 м, т.е. гидроузел при работе в безнапорном режиме практически не влияет на гидрологический режим Н. Дона.

4. Выполнены расчеты гидравлических режимов для новой компоновки гидроузла. Максимальные скорости на водосбросе полностью раскрытой плотины не превышают 1,2 м/с, что позволяет осуществлять пропуск рыбы в половодье на нерест непосредственно через плотину во всем диапазоне паводковых расходов вплоть до максимальных. Деформации дна в нижнем бьефе гидроузла за рисбермой и ямой гашения незначительные, что определяется малыми скоростями течения на водосбросе. Глубину ямы гашения, заложенную в проекте, для этих гидравлических условий можно полагать избыточной. Вообще длина водосбросного фронта Багаевского гидроузла по канонам классической гидротехники является избыточной и выбрана исключительно из условий рыбопропуска.

5. Исследование влияния ветровых сгонов на уровни воды в Багаевском водохранилище и нижнем бьефе Багаевского гидроузла показало, что при НПУ = 2,0 мБС в условиях сильных сгонов возможно существенное понижение уровней воды в верхней и средней части водохранилища, что может создать помехи судоходству. В этих случаях следует допускать форсировку уровня у плотины Багаевского гидроузла до отметок 2,40–2,45 мБС, а при прогнозировании экстремальных сгонов предварительно наполнять водохранилище до отметки 2,20 мБС. Расчеты уровней в нижнем бьефе при сго- не показывают, что даже в режиме форсировки уровня верхнего бьефа (т.е. при правильном регулировании) минимальные уровни в нижнем бьефе Багаевского гидроузла могут упасть до отметки -1,35 мБС, что на 0,2 м ниже, чем при аналогичном сгоне в бытовых условиях.

Глава 7. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ВОЛН ПРОРЫВА НАПОРНЫХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

В результате разрушения напорных фронтов гидротехнических сооружений, вызванных переполнением водохранилищ, землетрясениями, оползнями, суффозией (выноса грунта водой из тела плотины) и другими явлениями, могут возникнуть катастрофические техногенные наводнения, приводящие к затоплению обширных территорий, разрушениям и человеческим жертвам. Последствия наводнений при возникновении прорывного паводка существенным образом зависят от возможности их прогнозирования, заблаговременного планирования и принятия защитных мер, а так же от эффективности руководства и действий оперативного персонала и специальных сил спасения в условиях чрезвычайной ситуации. Для оценки величины вероятного вреда необходим прогноз последствий гипотетической аварии сооружения. Центральным элементом такого прогноза является определение параметров прорывного паводка. Основным методом расчета параметров волны прорыва в настоящее время является численное моделирование, для выполнения которого требуется детальная картографическая информация, морфометрия русел, геометрические и конструктивные параметры плотин, гидрологические данные, космические снимки для уточнения текущего состояния водных объектов.

Основными результатами расчетов волны прорыва являются гидрограф излива через проран, гидрографы и ход уровней воды в контрольных створах расчетной области, плановое распределение глубин затопления, уровней водной поверхности, осредненных по вертикали скоростей течения в различные от начала развития прорана моменты времени.

В настоящей главе приводятся примеры моделирования прорыва напорных фронтов гидротехнических сооружений (шлюзов, плотин), в том числе с развитием каскадной гидродинамической аварии, а также методика построения карт возможных разрушений в балльной системе. Поскольку данная монография посвящена потокам в недеформируемых руслах, здесь детально не рассматриваются очень важные вопросы о развитии проранов в грунтовых плотинах. Моделирование волны прорыва до 2011 г. проводилось с использованием программного комплекса «БОР» [Беликов, Милитев, Кочетков, 2001], а затем на основе различных модификаций программного комплекса STREAM 2D [Беликов, Кочетков, 2014; Алексюк, Беликов, 2017б, в]. С применением этих программ были выполнены расчеты волн прорыва и зон затопления для всех основных напорных сооружений Канала им. Москвы (более 50), а также большого числа гидроузлов энергетического назначения, в том числе Красноярского, Братского, Саратовского, Ивановского, Угличского, Рыбинского, Камского, Жигулевского, Краснодарского,

Новосибирского, Цимлянского, Зеленчукских ГЭС, каскада Кемских ГЭС, каскада Сунских ГЭС и др.

7.1. Исходные данные для моделирования

Картографические данные. Топографические и батиметрические данные прежде всего необходимы для построения цифровой модели рельефа местности (ЦМР), которая может быть подвержена затоплению. Цифровая модель является основой для компьютерной гидравлической модели реального объекта, причем от точности первой модели напрямую зависит и точность второй. Кроме того, для проведения расчетов необходима информация о дорогах, дамбах, мостовых переходах, населенных пунктах, характере растительности на пойме и др. Наиболее удобно для этих целей использовать электронные (цифровые) топографические карты и планы требуемого масштаба, а при их отсутствии проводить векторизацию отсканированных растровых изображений.

Для разработки численной модели, анализа и визуализации результатов моделирования требуются топографические карты различных масштабов:

- топографическая карта М 1:200 000 на всю систему в целом. Она будет являться базовой для объединения и отображения всей исходной информации и результатов расчетов;

- топографические карты М 1:25 000, М 1:10 000 и крупнее на отдельные наиболее важные участки, особенно низинные и вдоль русла, а также векторизованные градостроительные планы М 1:2000 и М 1:500.

Современные технологии дают возможность использовать для построения ЦМР данные дистанционного зондирования земли (ДЗЗ) – лидарную съемку, матрицу SRTM, однако последнюю ввиду большой погрешности в определении высот (до нескольких метров) использовать в расчетах не рекомендуется (особенно для низконапорных гидроузлов).

Батиметрические данные. Для описания движения воды по руслам водотоков необходима информация об их морфометрии, представленная в виде поперечных профилей через долины водотоков. Поперечные профили должны иметь точную плановую привязку и привязку к абсолютной системе высот. Расстояние между профилями назначается в зависимости от протяженности моделируемого участка и точности разрабатываемой модели. Среднее расстояние между профилями может составлять от 0,1 км до 3–5 км. Для участков, непосредственно прилегающих к нижним бьефам плотин, необходимо по возможности сгустить расположение поперечных профилей.

При отсутствии данных о морфометрии русел поперечные профили могут быть достаточно оперативно получены на основе водно-технических изысканий (съемки дна русла) на требуемых участках реки с применением современных аппаратно-программных промерных комплексов со спутниковым координированием. Численное моделирование волны прорыва

проводится на основе детальной цифровой модели рельефа долины реки. Исходные данные для построения цифровой модели рельефа – поле точек с координатами x, y, z , а также горизонталь земной поверхности

Гидрологические данные. Для разработки и калибровки численной гидравлической модели требуется разнообразная гидрологическая информация:

- сведения о существующей сети гидрологических постов;
- суточные данные о расходах и уровнях воды на различных участках за отдельные годы, в том числе, за годы с высокими половодьями;
- расчетные расходы и уровни воды редкой повторяемости, расчетный гидрограф;
- сведения о заборах воды в отдельные каналы оросительных систем;
- кривые связи расходов и уровней в нижнем бьефе водохранилищ и на водомерных постах;
- параметры водохранилищ (объем, площадь поверхности при НПУ и ФПУ, кривые связи объемов и площадей с уровнями воды), суточные режимы сбросных расходов ГЭС.

Информация о гидротехнических сооружениях. Для моделирования развития прорана и дальнейшего прорывного паводка необходима детальная информация обо всех гидротехнических сооружениях для рассматриваемых объектов:

- подробное описание конструкции и параметров водосбросных и напорных сооружений гидроузлов и других водопроводящих трактов (каналов, водозаборов, водodelителей) и регламенты их эксплуатации;
- характеристики максимальной пропускной способности водосбросных устройств гидроузлов;
- чертежи и характеристики водосбросных и напорных сооружений гидроузлов;
- продольный и поперечный профили напорных плотин;
- состав грунта плотин;
- чертежи и характеристики берегозащитных и других гидротехнических сооружений, мостов на участке распространения возможного прорывного паводка;
- фотографии гидротехнических сооружений.

Космические снимки. Информация с космических снимков позволяет уточнить масштабы затопления территории при прохождении выдающихся половодий и паводков, что является дополнительным источником для калибровки модели. Также при необходимости на основе данных ДЗЗ возможно актуализировать устаревшую картографическую информацию.

Поэтому для подготовки численной модели желательно иметь следующие космические снимки:

- космические снимки среднего разрешения (не менее 30м) на даты прохождения высоких расходов воды, по которым можно дешифровать границы затопления территории.

– космические снимки среднего и высокого разрешения на ключевые участки для уточнения картографической информации.

Предполагаемые сценарии для численного моделирования. При подготовке исходной информации для проведения моделирования необходимо указать, по каким предполагаемым сценариям (по мнению специалистов на местах) наиболее вероятно может развиваться авария гидротехнического сооружения и какие экстремальные (наиболее неблагоприятные) ситуации необходимо рассмотреть в первую очередь при численном моделировании.

Необходимо указать:

– возможные места прорыва плотин напорных гидроузлов и дамб, разрушения берегозащитных и других гидротехнических сооружений;

– предполагаемое время разрушения плотины (мгновенное разрушение, постепенное развитие прорана);

– возможные расходы воды на момент предполагаемой аварии (прохождения половодья редкой обеспеченности, меженные условия).

В дальнейшем при разработке модели предложенные сценарии могут уточняться на основе предшествующего опыта моделирования и анализа предоставленных исходных данных.

7.2. Моделирование прорыва шлюзов

В настоящем разделе представлены некоторые результаты численного моделирования волн прорыва, возникающих при разрушении напорных фронтов судоходных гидротехнических сооружений, которые имеют свои особенности по сравнению с энергетическими гидротехническими сооружениями. Прорыв шлюзов в силу их ограниченной пропускной способности обычно не приводит к катастрофическим затоплениям территории нижнего бьефа, однако может оказать разрушительное воздействие на шлюзующиеся и ожидающие шлюзования суда, а также быть опасным для находящихся на реке людей (рыбаков, отдыхающих и пр.).

7.2.1. Чайковский шлюз

Чайковский шлюз расположен в створе плотины Воткинской ГЭС на левобережной пойме р. Камы в 566 км от ее устья и в 350 км ниже г. Перми, в административном отношении находится в г. Чайковский Пермского края. Чайковский шлюз – одноступенчатый, приплотинный, двухниточный с распределительной системой питания. Класс сооружений – II. Напор на шлюзе составляет 23 м.

Судоходные гидротехнические сооружения Чайковского района гидротехнических судоходных сооружений (СГТС ЧРГСС) входят в комплекс напорных сооружений Воткинской ГЭС, общая длина гидротехнических сооружений которой по напорному фронту составляет 5,34 км. По оси створа Воткинской ГЭС СГТС Чайковского шлюза занимают 430 п.м., однако,

учитывая то, что камеры шлюза выдвинуты в верхний бьеф, общая длина напорного фронта судоходных гидротехнических сооружений ЧРГСС (по урезу воды) при осушенных камерах составляет 1380 пм (Рис. 7.2.1).

Сценарий с разрушением нижних рабочих двухстворчатых ворот шлюза (РДВ) ригельного типа при открытых аварийно-эксплуатационных подъемно-опускных плоских ригельных воротах верхней головы (АЭВ) и уровне в камере, равном УВБ, рассматривался как наиболее тяжелый (по параметрам волны прорыва), а сценарий с прорывом напорного фронта из-за разрушения ворот верхней головы (АЭВ) при открытых воротах нижней головы (РДВ) – как наиболее вероятный, в соответствии с Декларацией безопасности Чайковского шлюза.

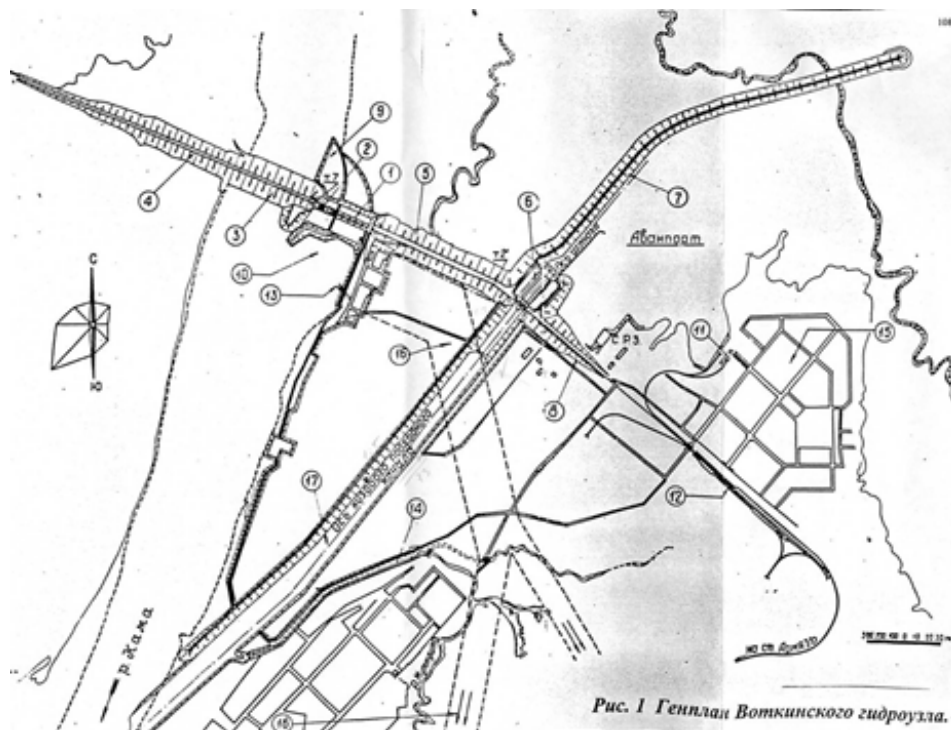


Рис. 7.2.1. Общий план сооружений Воткинского гидроузла. 1 – ГЭС, 2 – водосливная плотина, 3 – русловая земляная плотина, 4 – правобережная земляная плотина №2, 5 – земляная левобережная плотина №3, 6 – парный судоходный шлюз, 7 – ограждающий мол, 8 – левобережная земляная плотина №4, 9 – подводящий канал, 10 – отводящий канал, 11 – порт, 12 – ст. Сайгатка, 13 – ЛЭП на Ижевск, 14 – отвод р. Мутнишки, 15 – основной поселок, 16 – высоковольтный коридор, 17 – низовой подходной канал

Математическая модель. Для расчета волны прорыва Чайковского шлюза использовались явные разностные схемы сквозного счета для моделирования течений жидкости в рамках уравнений теории мелкой воды с

учетом рельефа дна. Для нахождения сеточных величин на границах разностных ячеек использовалось точное решение задачи о распаде произвольного гидродинамического разрыва. Результаты расчетов опубликованы в [Беликов, Борисова, 2010], теоретическое обоснование в [Беликов, Борисова, Остапенко, 2007].

Модель объекта. С учетом чертежей Чайковского шлюза и подробных батиметрических и топографических данных была создана компьютерная двумерная (в плане) гидродинамическая модель аванпорта, двух ниток шлюза с камерами и порогами, подходного канала в нижнем бьефе, а также участка р. Камы от створа Воткинской ГЭС до 1912 км судового хода. Таким образом общая протяженность численной модели с учетом участка верхнего бьефа в районе аванпорта (от 1931 км суд. хода) составила около 20 км, хотя длина камер шлюза всего 300 м. Такие размеры модели были выбраны для того, чтобы практически исключить влияние возможных погрешностей в задании граничных условий на результаты расчетов.

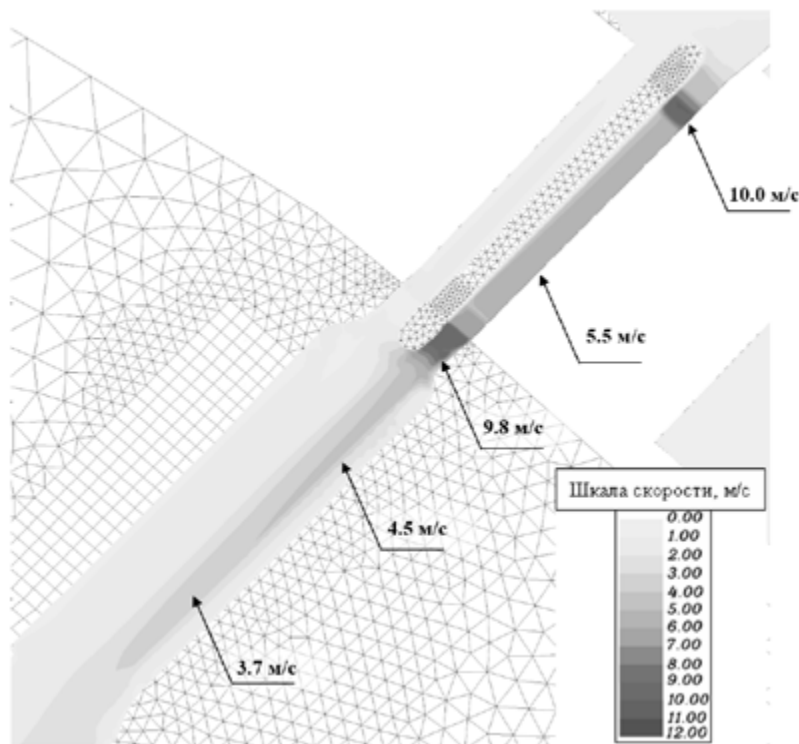


Рис. 7.2.2. Максимальные скорости течения при разрушении ворот верхней головы левой камеры шлюза при открытых воротах нижней головы (по реке – меженный расход)

Результаты моделирования сценария №1 (наиболее вероятного). В качестве начальных условий в Воткинском водохранилище задавался уровень воды 89,00 м, равный НПУ, на ГЭС задавался меженный расход $1200 \text{ м}^3/\text{с}$,

далее на выходной границе численной модели подбиралось значение уровня воды реки, при котором уровень нижнего бьефа ГЭС составлял бы 66,00 м, при этом в Чайковском шлюзе АЭВ были закрыты, а РДВ открыты. После установления течения по реке Каме моделировалось мгновенное разрушение АЭВ отдельно для левой и правой камер представлены на Рис.7.2.2, при разрушении АЭВ правой камеры картина аналогична.

Из результатов расчетов видно, что для этого сценария максимальные скорости воды в камере шлюза около 5 м/с, на верхнем и нижнем порогах около 10 м/с, в низовом канале от 4 м/с до 2 м/с. Максимальные уровни затопления в нижнем бьефе превышают нормальный судоходный уровень 66,0 м на 1,3 м – 0,5 м (на выходе из канала) и поэтому не приводят к каким-либо затоплениям застроенной береговой территории, лежащей на отметках 73 м и выше. При прорыве левой камеры транзитная струя распространяется вдоль причальной стенки, а под правым берегом возникает возвратное циркуляционное течение.

Как видно из графиков Рис.7.2.3, расход при сценарии №1 достигает значений около 900 м³/с. В первый час излив носит нестационарный характер, причем наблюдаются как коротковолновые, так и длинноволновые колебания, что объясняется распространением волн разрежения в верхнем бьефе. Интересно отметить, что расход через левую камеру шлюза больше расхода через правую камеру примерно на 30–40 м³/с, что можно объяснить различными условиями подхода потока к камерам со стороны верхнего бьефа

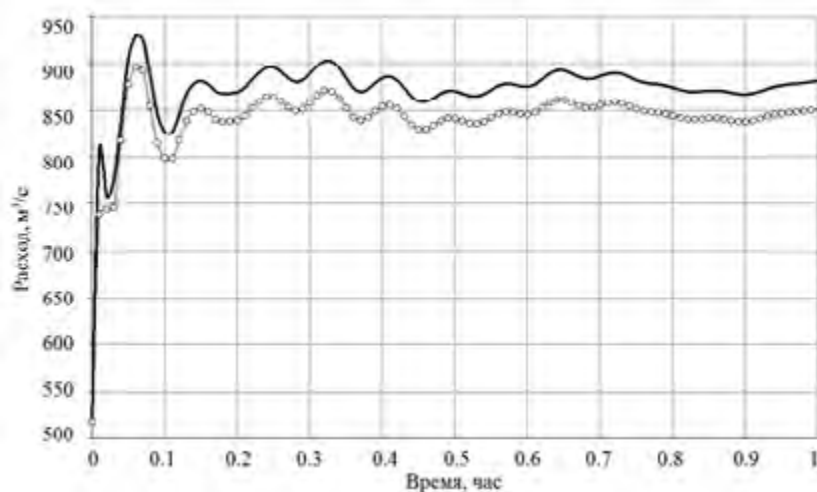


Рис. 7.2.3. Расход воды через створ АЭВ при аварии по сценарию №1. Сплошная линия – створ АЭВ левой камеры, кружки – правой камеры шлюза

Результаты моделирования сценария №2 (наиболее тяжелого). Аналогично предыдущему сценарию в качестве начальных условий в Воткинском водохранилище задавался уровень воды 89,00 м, равный НПУ, на ГЭС

задавался меженный расход $1200 \text{ м}^3/\text{с}$, далее на выходе численной модели подбиралось значение уровня воды реки, при котором уровень нижнего бьефа ГЭС составлял бы $66,00 \text{ м}$, при этом в Чайковском шлюзе АЭВ были открыты, а РДВ закрыты. После установления течения по реке Каме, моделировалось мгновенное разрушение РДВ отдельно для левой и правой камер шлюза. Максимальные скорости течения при разрушении РДВ левой камеры шлюза представлены на Рис. 7.2.4, при разрушении РДВ правой камеры картина аналогична.

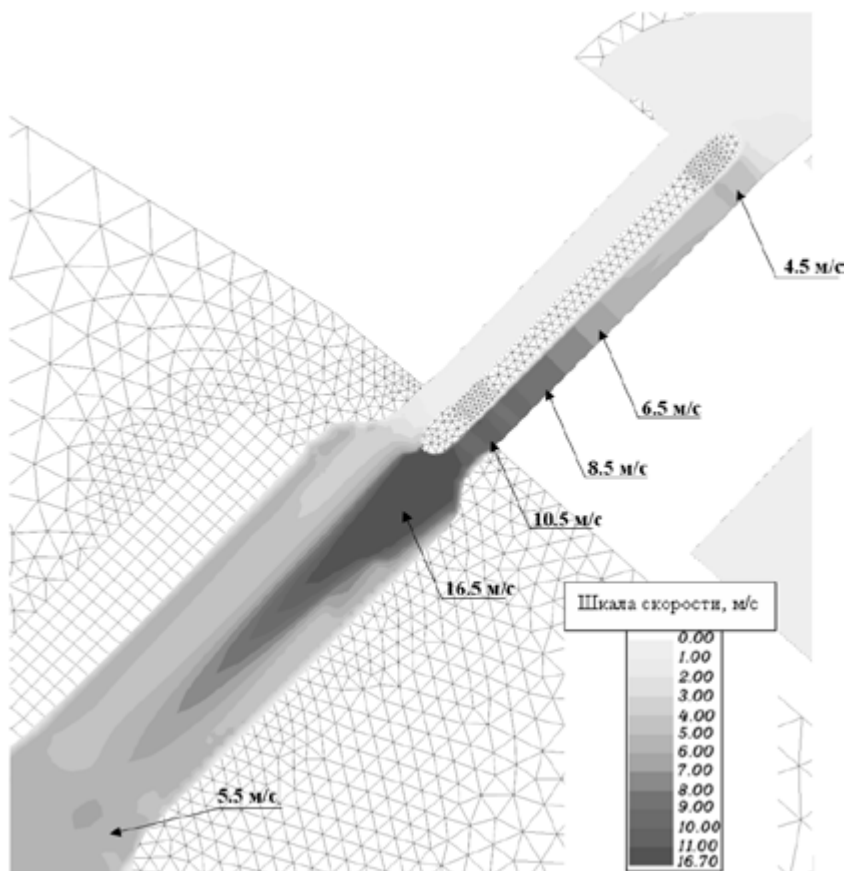


Рис. 7.2.4. Максимальные скорости течения при разрушении ворот нижней головы левой камеры шлюза при открытых воротах верхней головы (по реке – меженный расход)

Для этого сценария параметры волны прорыва более разрушительные. Максимальные скорости воды в камере шлюза до 10 м/с , на выходе из шлюза до 16 м/с , в низовом канале от 6 м/с до 2 м/с . Такие скорости однозначно приведут к сильным повреждениям шлюзующихся или ожидающих шлюзования судов, Максимальные уровни затопления в нижнем бьефе превышают нормальный судоходный уровень $66,0 \text{ м}$ от 4 м (у нижней головы шлюза и

причальной стенки) до 0,5 м (на выходе из канала) и поэтому не приводят к каким-либо затоплениям застроенной территории, лежащей на отметках 73 м и выше. Волна прорыва из-за асимметрии нижнего бьефа ударяет сначала в правый берег, отражается от него и ударяет в левобережную причальную стенку.

Как видно из Рис. 7.2.5, при сценарии №2 расходы излива из левой и правой камер практически совпадают. Максимальный расход около 3800 м³/с наблюдается в самом начале аварии (при максимальном напоре) и уже через 100 с уменьшается примерно до 1000 м³/с. За это время опорожнение камеры шлюза практически заканчивается, и далее расход воды определяется глубиной над порогом верхних ворот шлюза (что аналогично сценарию №1, см. Рис. 7.2.3). Если их удастся закрыть или хотя бы прикрыть (поднять на некоторую высоту), то расход через шлюз уменьшится.

Результаты выполненных исследований легли в основу оценки вероятного вреда от аварии напорного фронта Чайковского шлюза.

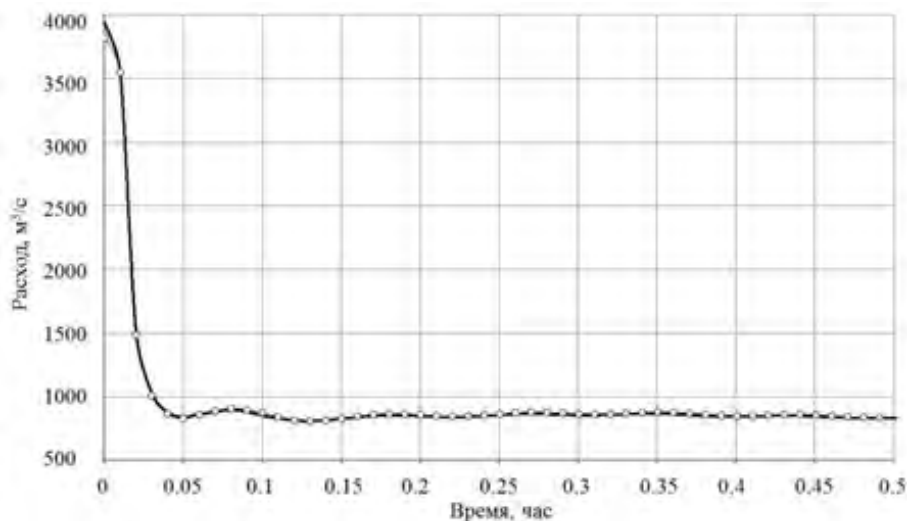


Рис. 7.2.5. Расход воды через створ РДВ при аварии по сценарию №2. Сплошная линия – створ РДВ левой камеры, кружки – правой камеры шлюза

7.2.2. 7-й шлюз Канала им. Москвы

Рассматривается сценарий мгновенного разрушения ворот нижней головы шлюза №7 при заполненной нижней камере, нормальном подпорном уровне в канале №294 и закрытых воротах средней головы шлюза №7 и верхней головы шлюза №8. Образовавшаяся волна прорыва с большой скоростью движется по каналу №294 с частичным перехлестом через боковые (западную и восточную) дамбы канала, ударяет в торцевую (южную) дамбу и ворота шлюза №8 и переливается через них, затопливая автомобильные тоннели на Волоколамском шоссе, проходящие под шлюзом №8.

Нижняя камера шлюза №7 (Рис. 7.2.6а) имеет полезные размеры 290 м х 30 м, напор 10,1 м, объем напорной призмы около 90 тыс. куб. м. Длина судоходного канала №294 (Рис. 7.2.6б) между шлюзами №7 и №8 составляет 1270,9 м, максимальная ширина по дну – 46,0 м, проектная глубина канала колеблется от 6,33 м (при минимальном уровне), до 7,18 м (при максимальном уровне). Положения продольных осей шлюза №7 и канала №294 в плане не совпадают. Бьеф имеет максимальный объем 0,617 млн м³. Дамбы канала № 294 на подходе к шлюзу № 8 проходят в насыпи и являются напорными. Длина напорного участка дамб 760,0 м (с каждой стороны канала). Откос дамбы со стороны канала №294 имеет переменный уклон. От дна канала до отметки 141,5 м откос канала имеет уклон 1:3,75, а выше 1:2,5. Крепление откоса выполнено из бетонных плит. Возвышение гребня дамб над НПУ канала составляет 2,5 м.



а



б

Рис. 7.2.6. Нижняя камера шлюза №7 (а – вид со стороны ворот нижней головы) и Канал №294 (б – вид со стороны нижних ворот шлюза № 7)

Математическая модель. Численное моделирование проводилось с применением отечественного программного комплекса STREAM_2D [Беликов, Кочетков, 2014]. В основу расчета заложены двумерные уравнения Сен-Венана и алгоритм их численной дискретизации на основе решения задачи о распаде произвольного разрыва над горизонтальным дном, апробированный в том числе на задачах о прорыве шлюзов.

Модель объекта. Учитывалась реальная геометрия сооружений, откосы канала и пр. Расчетная сетка на область шлюза и канала состояла из прямоугольных ячеек размерами 3 м × 6 м, т.е. поперек шлюза располагалось 10 ячеек сетки, вдоль шлюза 49 ячеек, в канале (с учетом покрытия сухих откосов) соответственно сетка составила 40 × 212 ячеек. По гребню дамбы канала с западной, восточной и южной стороны были выделены специальные границы, через которые в процессе расчета определялись расходы воды и объемы излива из канала №294.

Результаты численного моделирования. На Рис. 7.2.7, 7.2.8 изображены поля осредненных по глубине скоростей течения (векторов и модулей) в

шлюзе и канале через 50, 100 и 150 с после начала излива. Видно, что вблизи нижней головы шлюза №7 образуются отрывные течения (циркуляционные зоны), однако примерно на расстоянии 250–300 м от ворот шлюза поток выравнивается в поперечном сечении, и фронт волны примерно с равномерной скоростью около 8 м/с движется (как поршень) в сторону шлюза №8. При этом выплеска через боковые (западную и восточную) дамбы канала практически не происходит. Через 140 с волна достигает южной дамбы и ворот верхней головы шлюза №8, и через них происходит перелив воды с большими скоростями, что хорошо видно на Рис. 7.2.8 справа.

На Рис. 7.2.9 представлены продольные профили водной поверхности по оси канала №294 на различные моменты времени. Видно, что гребень волны движется примерно на уровне верха дамб канала, а затем происходит заплеск на южную дамбу и повышение уровня воды до 1,5 м выше отметки верха дамбы (см. продольник на 150 с). При этом в камере шлюза в момент времени 100 с происходит понижение уровня воды примерно на 2 м ниже НПУ в канале (отлив), но затем камера снова начинает заполняться.

Описанная динамика опорожнения и наполнения камеры шлюза и излива через дамбы канала хорошо прослеживается на Рис. 7.2.10. Излив через ворота нижней головы продолжается 105 с, причем максимальный расход достигает 1800 куб м./с. Затем со 105 с до 210 с происходит частичное наполнение шлюза возвратным течением, а после 210 с снова начинается опорожнение, но интенсивность процесса резко затухает. Максимальный расход перелива через южную дамбу и верхние ворота шлюза №8 достигает 600 куб. м/с, а через боковые дамбы канала по 200 куб. м/с, однако излив происходит достаточно короткое время и локализован у южной оконечности канала №294.

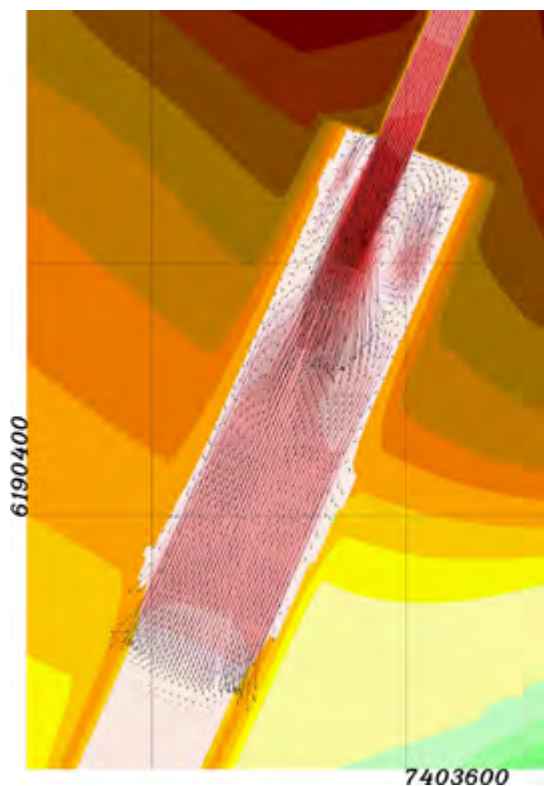


Рис. 7.2.7. Поле скоростей через 50 с после начала прорыва нижней головы шлюза №7

Наконец, интегральные характеристики волны прорыва показаны на Рис.7.2.11. На момент 105 с от начала аварии из нижней камеры шлюза №7 вытекает 108 тыс. куб м воды, однако затем камера частично заполняется снова, и к моменту 250 с объем опорожнения близок к 90 тыс. куб. м, т.е. к начальному объему напорной призмы шлюза. Объем излива через южную торцевую часть канала №294 составил 17 тыс. куб. м, через каждую из боковых дамб канала (западную и восточную) – по 5 тыс. куб. м. Таким образом, суммарный объем излива из канала №294 при прорыве ворот нижней камеры шлюза №7 составит 27 тыс. куб. м.

Как отмечено в статье, опубликованной в журнале «Гидротехническое строительство» в 2015 году в разделе «Дискуссии» [Беликов, и др., 2015], при моделировании волн прорыва напорных фронтов гидротехнических сооружений в первую очередь необходимо использовать достоверные исходные данные, а также апробированные численные алгоритмы.

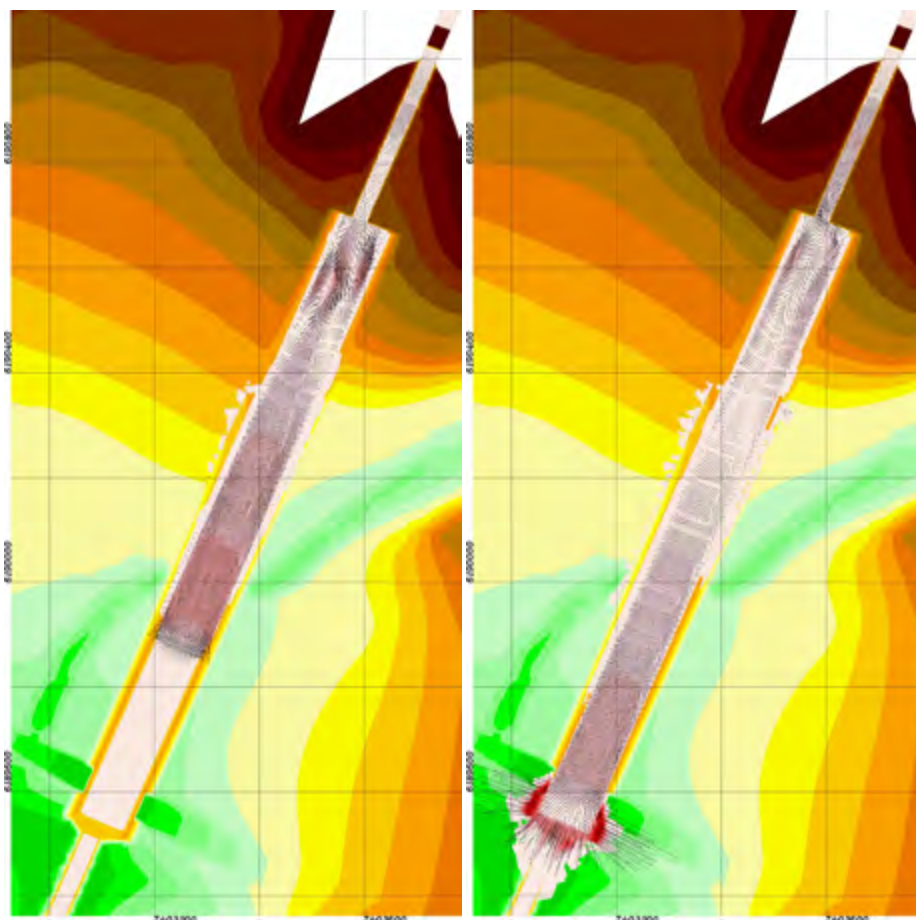


Рис. 7.2.8. Поле скоростей через 100 с (слева) и 150 с (справа) после начала прорыва нижней головы шлюза №7

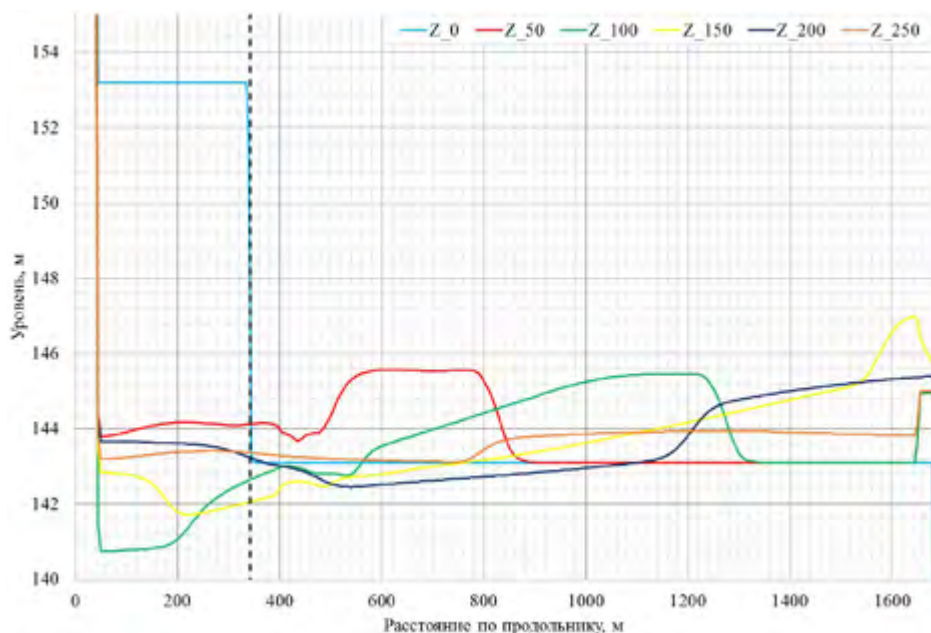


Рис. 7.2.9. Продольные профили водной поверхности по оси канала №294 на моменты времени 0, 50, 100, 150, 200, 250 секунд после начала аварии

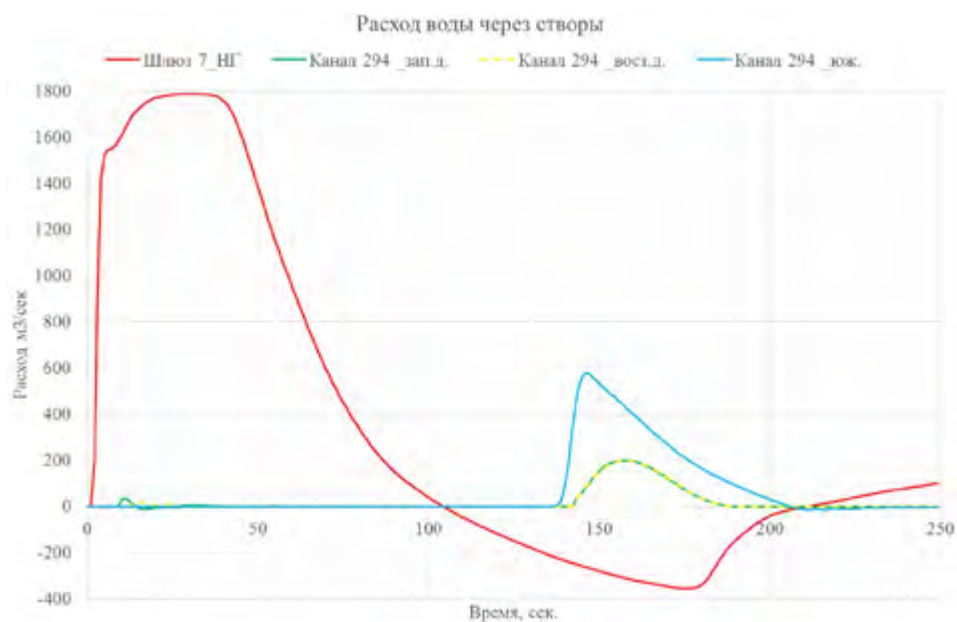


Рис. 7.2.10. Расходы излива через ворота нижней головы шлюза №7 и через западную, восточную и южную дамбы канала №294



Рис. 7.2.11. Объемы излива через ворота нижней головы шлюза № 7 и через западную, восточную и южную дамбы канала № 294

7.3. Оценка влияния дорожной инфраструктуры на развитие прорывного паводка в долине р. Истры

Основной целью данной работы являлся расчет параметров волны прорыва (уровней и глубин затопления, скоростей течения, времен добегания), возникающей при возможной гидродинамической аварии напорного фронта Истринского гидроузла на р. Истре Московской области (не основано на реальной угрозе). Важность задачи определяется тем, что долина р. Истры ниже гидроузла является густонаселенным районом с развитой дорожной сетью, и прорыв напорного фронта гидротехнического сооружения (ГТС) может привести к человеческим жертвам и большому материальному ущербу. Сведения об ущербе должны включаться в Декларацию безопасности ГТС.

Гидравлические исследования проводятся методами компьютерного моделирования с применением современных апробированных численных алгоритмов (см. Главу 2), ГИС-технологий и электронных топографических карт. Используемая методика ранее применялась для расчета волн прорыва при аварийных ситуациях на Красноярском, Саратовском, Сызранском, Угличском, Рыбинском, Краснодарском, Новосибирском, Камском и др. гидроузлах.

Были выполнены расчеты как для сценария с неразрушением мостовых переходов, так и для сценария с размывом участков дорожных дамб, расположенных в пойме р.Истры. По результатам компьютерного моделирования получены характеристики затопления населенных пунктов, сельхозугодий

и других объектов в нижнем бьефе гидроузла, которые использовались для оценки вероятного вреда от прохождения волны прорыва.

Математическая модель. Расчет параметров волны прорыва проводился по программе STREAM 2D HPC [Алексюк, Беликов, 20176] на основе численного решения двумерных уравнений мелкой воды на треугольно-четырёхугольных сетках нерегулярной структуры с учетом реальной топографии долины реки, полученной с карт М 1:10 000 и М 1:200 000. Расчет развития прорана в грунтовой плотине производился по методике [Прудовский, 1998] и её модификациям с учётом батиметрии водохранилища и влияния подтопления отверстия прорана со стороны нижнего бьефа. Было проведено рекогносцировочное обследование восьми крупных мостовых переходов для определения их конструктивных параметров (высота насыпи, отверстие моста в свету, тип крепления конусов береговых устоев) с целью внесения этих параметров в математическую модель.

Объект исследования. Река Истра, левобережный приток р. Москвы, берет начало из болот на склонах Клинско-Дмитровской гряды, являющейся водоразделом рек Москвы и Волги. Территория бассейна р. Истра площадью 2050 км² расположена в западной части Московской области в пределах Московско-Смоленской возвышенности, входящей в лесную зону Русской равнины. Река протекает по среднeperесеченной местности с абсолютными отметками 130–240 м, в основном поросшей смешанным лесом.

Общая протяженность р. Истры 113 км, она занимает третье место среди притоков р. Москвы по длине и величине водосборной площади. Русло реки извилистое, песчано-гравелистое, слабо деформирующееся, умеренно зарастающее. Берега сложены супесями, местами суглинками, поросли деревьями и кустарником. В среднем течении у г. Истра ширина реки 25–30 м, глубина в межень 1–1,5 м, скорость течения 0,5 м/с, уклон 0,3 м на 1 км.

В 1935 году в северной части бассейна р. Истры на расстоянии 61,5 км от устья сооружена плотина, образующая Истринское водохранилище, предназначенное для водоснабжения г. Москвы. Длина водохранилища около 25 км при ширине 0,5–1 км, глубина до 15–20 м, объем водохранилища (при НПУ = 168,63 мБС) равен 183 млн м³, площадь зеркала 33,6 км². Плотина Истринского гидроузла отсекает около 50% водосборной площади реки. Ниже водохранилища река течет в южном направлении до г. Истры, затем в юго-восточном направлении и впадает в р. Москву на 248 км от ее устья.

Основными сооружениями гидроузла являются:

- грунтовая плотина с отметкой гребня 171,63 мАбс, шириной по верху 6 м и откосами заложением 1:2 и 1:3, с напором 18 м;
- многоступенчатый поверхностный водосброс с затворами сегментного типа, пропускающий при НПУ = 168,63 мАбс расход 550 м³/с, при ФПУ = 169,63 мАбс расход 700 м³/с;
- Здание ГЭС с двумя стальными водоводами суммарной пропускной способностью 16 м³/с.

Как видим, водосброс способен пропустить как расчетный расход обеспеченностью 0,1%, равный $531 \text{ м}^3/\text{с}$, так и поверочный расход с гарантированной поправкой обеспеченностью 0,01 %, равный $700 \text{ м}^3/\text{с}$, и даже расходы еще меньшей обеспеченности. Поэтому, как было показано в специально выполненном исследовании, переполнение Истринского водохранилища в паводок практически невозможно и не может являться причиной гидродинамической аварии, поэтому такой сценарий однозначно исключается.



Рис. 7.3.1. Три автодорожных моста в районе н.п. Павловская Слобода

Отличительной особенностью долины р. Истры ниже гидроузла является развитая дорожная сеть (включая дороги 1-ой категории и автострасы: Волоколамское шоссе, Рижская железная дорога, Новорижское шоссе), которая пересекает долину реки тринадцатью мостовыми переходами. Часть из них расположена с небольшим возвышением (1–2 м) над поймой реки, однако 8 мостовых переходов имеют высоту насыпи от 6 м до 14 м над меженным урезом воды (Рис. 7.3.1, 7.3.2) и по существу являются плотинами, перегораживающими пойму и тормозящими распространение волны прорыва.



Рис. 7.3.2. Автодорожный и железнодорожный мосты в г. Истра

Исходные данные для выполнения работы. Исходными данными являлись:

- Электронные сертифицированные топографические карты М 1:200 000, сшитые между собой в единую карту рассматриваемой области (включая Истринское вдхр.), представленную в координатах Гаусса-Крюгера, Пулково, 1942 г., метры
- Карты Генерального Штаба М 1:100 000 (растровые)
- Батиметрия Истринского водохранилища, согласованная с кривыми площадей и объемов, представленная в координатах Гаусса-Крюгера, Пулково, 1942 г., метры
- Растровые (отсканированные) топографические карты-планы М 1:10 000 долины р. Истры от Истринского г/у до устья
- Кривые объемов и площадей зеркала Истринского водохранилища
- Чертежи и гидравлические характеристики Истринского гидроузла (грунтовая плотина, водосброс, пропускная способность агрегатов ГЭС и водосливной плотины)
- Характеристики мостовых переходов, перегораживающих пойму (плановые и высотные отметки, отверстия мостов в свету)
- Расчетные расходы воды в створе Истринского гидроузла
- Поперечные сечения долины р. Москвы от устья Истры до пос. Рублево.

На Рис.7.3.3 представлен рельеф подстилающей поверхности в расчетной области в цветовой заливке, а на Рис.7.3.4 – фрагменты расчетной гибридной сетки, адаптированной к руслу реки и мостовым переходам. Общая длина участка моделирования составила 90 км.

Сценарии гидродинамической аварии. Аварии на грунтовой плотине могут иметь различные причины возникновения, начиная от небольших повреждений конструкций, суффозии основания или тела плотины, отказа оборудования, ошибок эксплуатационного персонала, до переливов вследствие оползней или катастрофических паводков.

От причины аварии зависят главным образом форма и размеры начального локального отверстия (повреждения) в грунтовой плотине, тогда как дальнейшее его развитие, как показывает практика [Прудовский, 1998], во многих случаях имеет идентичный характер, при котором на первом этапе происходит быстрый размыв тела плотины до основания плотины, а на втором этапе происходит расширение прорана и увеличение расхода излива до максимального значения с последующим его уменьшением из-за снижения уровня воды в верхнем бьефе. По времени первый этап, как правило, существенно короче второго и при расчетах волны прорыва часто не учитывается. Длительность второго этапа зависит от емкости водохранилища, вида грунтов и объема тела плотины. В реальности излив через проран обычно осуществляется в течение нескольких часов или даже суток.

При исключении сценария с переливом через гребень плотины (для Истринского гидроузла это было доказано в специальном исследовании) в на-

шем случае остается вариант, когда разрушение грунтовой плотины происходит при уровне верхнего бьефа, равном НПУ (168,63 мАбс), поскольку при этом или более низких уровнях водохранилище находится подавляющий процент времени за период эксплуатации. Из этих же соображений при расчете волны прорыва наиболее вероятным следует принимать меженный расход в нижнем бьефе гидроузла, так как повышенные паводковые расходы наблюдаются не более 1 месяца в году. Более того, учитывая специфические особенности Истринского гидроузла (максимальный расход волны прорыва в 25 раз превосходит расход обеспеченностью 1%), можно утверждать, что параметры затопления нижнего бьефа, и, соответственно, ущербы в пределах точности расчетов (около 5% по глубинам и зонам затопления) практически не будут зависеть от начальных гидрологических условий в долине р. Истры.



Рис. 7.3.3. Рельеф земной поверхности в расчетной области. Шаг координатной сетки 5 км

Как уже отмечалось выше, долина р. Истры пересечена 8 крупными мостовыми переходами. При прохождении волны прорыва велика вероятность их разрушения, однако некоторые из них могут устоять либо сопротивляться разрушению довольно длительное время. Точно рассчитать время и степень их разрушения не представлялось возможным. Поэтому было выбрано два сценария гидродинамической аварии:

1) *Наиболее вероятный*. Образование прорана в грунтовой плотине Истринского гидроузла при УВБ = НПУ с разрушением всех мостовых переходов в нижнем бьефе;

2) *Наиболее тяжелый*. Образование прорана в грунтовой плотине Истринского гидроузла при УВБ = НПУ без разрушения мостовых переходов (в этом случае за счет предмостового подпора априори ожидалось более высокие уровни затопления).

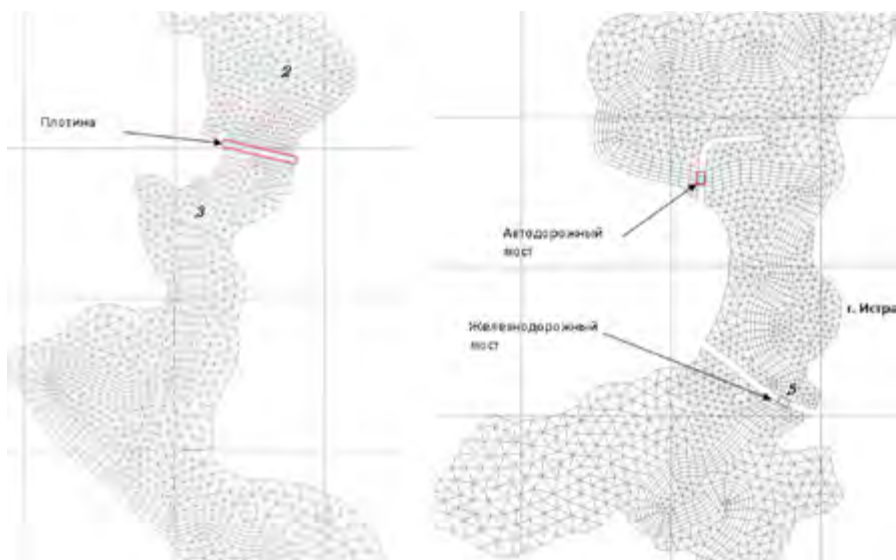


Рис. 7.3.4. Фрагменты расчетной сетки в районе плотины Истринского гидроузла и г. Истра. Шаг координатной сетки 2 км

Результаты расчетов параметров волны прорыва. Расчеты проводились по программе STREAM 2D HPC совместно для водохранилища и нижнего бьефа для двух сценариев, сформулированных в предыдущем разделе. Развитие прорана в грунтовой плотине во времени рассчитывалось по методике [Прудовский, 1998] с учетом переменной высоты плотины над поверхностью земли. Изменение ширины прорана во времени представлено на Рис.7.3.5. Максимальная ширина прорана равна 353 м. На Рис.7.3.6 представлен гидрограф излива через проран. Максимальный расход через проран достигается примерно через 1 час после начала аварии и составил $9930 \text{ м}^3/\text{с}$. Излив из водохранилища продолжается около 30 часов.

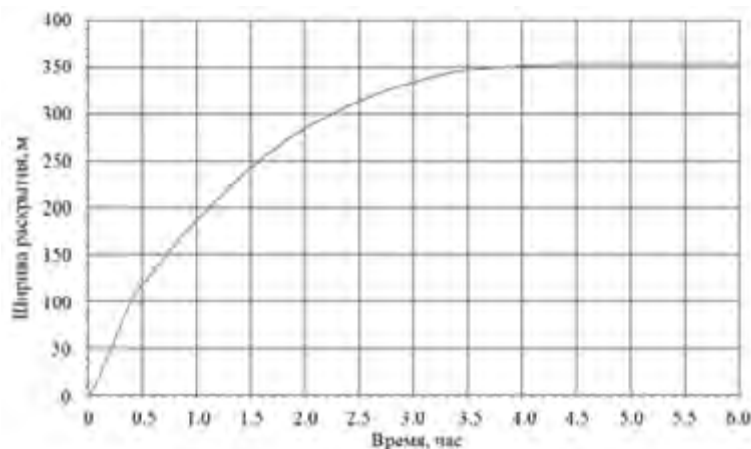


Рис. 7.3.5. Изменение ширины прорана (поверху) в грунтовой плотине Истринского гидроузла во времени

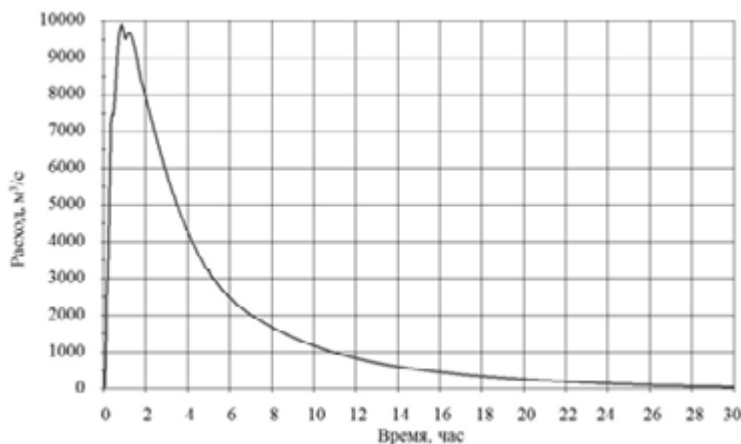
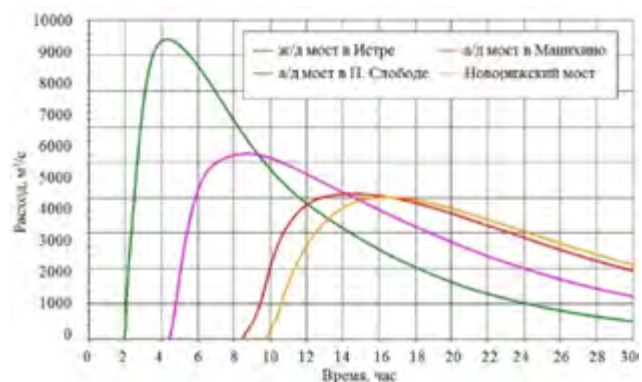
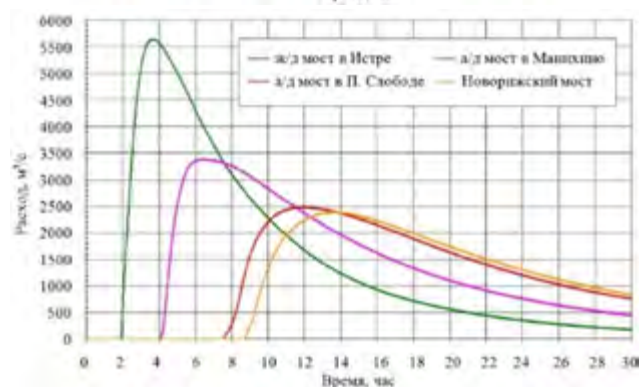


Рис. 7.3.6. Гидрограф излива через проран в плотине Истринского гидроузла

На Рис. 7.3.7 представлены расходы воды через створы мостов для двух сценариев. Видно, что в случае разрушения мостов расходы воды по долине р. Истры существенно возрастают. Обратная картина имеет место для средних по живому сечению скоростей течения в отверстиях мостов (Рис. 7.3.8). Скорость в створе ж/д моста у г. Истры превышает 6 м/с, что практически однозначно приведет к его разрушению. Из этих же графиков можно определить время добегания фронта и пика волны прорыва до створов мостовых переходов. Так, например, время добегания фронта волны до ж/д моста в г. Истре составляет 2 часа, а до Новорижского моста 9–10 часов. Вообще первые 20 км ниже плотины волна прорыва преодолевает очень быстро (менее чем за 2 часа), и на этом участке остро встает проблема оповещения и эвакуации населения.

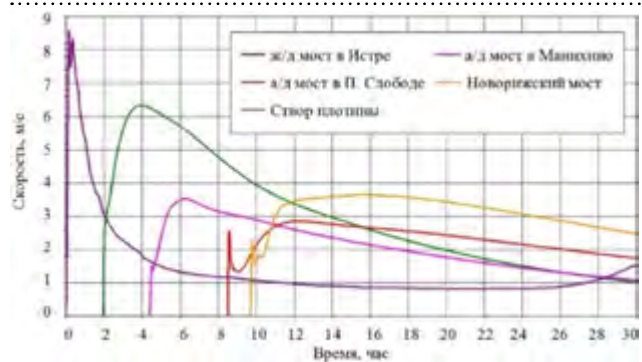


(а)

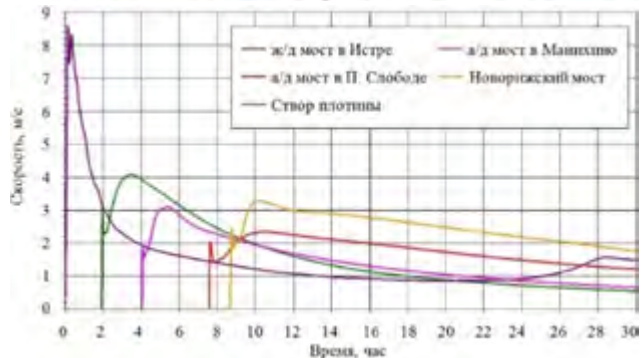


(б)

Рис. 7.3.7. Гидрографы излива расхода через створ плотины неразрушенных (а) и разрушенных (б) мостов



(а)



(б)

Рис. 7.3.8. График средних скоростей в створах плотины и неразрушенных (а) разрушенных (б) мостов

На Рис.7.3.9 представлены максимальные глубины затопления долины р. Истры для случая наиболее тяжелой аварии (с неразрушенными мостами). У г. Истры максимальные глубины затопления достигают 10–11 м, при разрушенных мостах на 1–2 м меньше

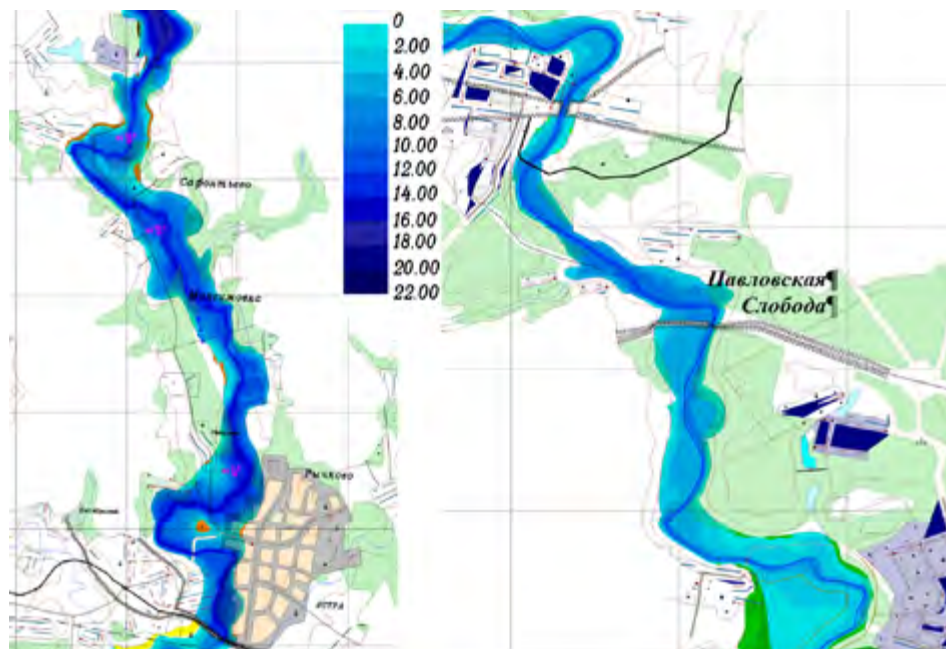


Рис. 7.3.9. Глубины затопления долины р. Истры. Шаг координатной сетки 2 км

На Рис. 7.3.10 представлены фрагменты полей максимальных скоростей течения и степени возможных разрушений в баллах по 12-ти балльной шкале (см. п.7.4) в районе г.Истра и железнодорожного моста. Семь баллов (жёлтый цвет) соответствует параметрам волны прорыва, когда возможны человеческие жертвы. Красный цвет (10 баллов) соответствует сильным разрушениям, в том числе мостов и многоэтажных зданий.

Время добега фронты волны до устья р. Истры при разрушенных мостах составляет около 11 часов, при неразрушенных – 12 часов, т.е. меняется незначительно. Время добега потока вблизи русла реки меньше, чем на некотором удалении от русла и на возвышенных местах.

Выполненные расчеты показали, что при прорывном паводке максимальный расход воды в устье р. Истры при ее впадении в р. Москву составляет около 2100 м³/с, что приблизительно равно паводковому расходу 0,1% обеспеченности р. Москвы на этом участке. Уменьшение расхода в устье (в 60 км от гидроузла) почти в 5 раз по сравнению с расходом излива через проран связано с аккумуляцией воды на пойме, чему способствуют и многочисленные мостовые переходы.

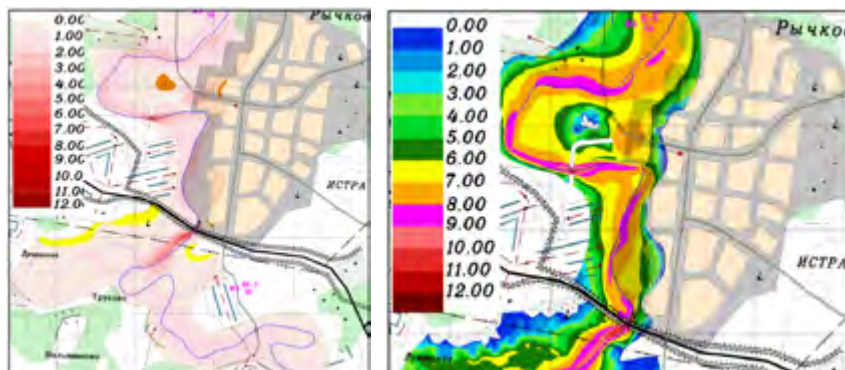


Рис. 7.3.10. Максимальные модули скоростей течения (а) и степень возможных разрушений в баллах (б). Фрагмент у г.Истра. Шаг координатной сетки 2 км

Выводы.

Урбанизированная территория долины р. Истры в ближнем Подмоскowie представляет значительный интерес для исследования различных факторов, влияющих на зоны и глубины затопления селитебных территорий при прохождении природных и техногенных паводков. В данной работе методами численного моделирования был выполнен анализ влияния дорожной инфраструктуры (мостовых переходов) на параметры волны прорыва Истринского гидроузла.

Установлено, что мостовые переходы, насыпи которых перегораживают пойму, оказывают существенное влияние на глубины и площади затопления. Так, например, железнодорожный мост в г. Истре при прохождении волны прорыва создает дополнительный подпор величиной до 2,5 м (пока не разрушится). На других реках, например, на Нижнем Дону (см. п.6.6 монографии, а также [Беликов, и др., 2020]), выявлена аналогичная картина, причем даже для естественных половодий. Таким образом, для правильной оценки уровней высоких вод и границ зон затопления чрезвычайно важно в модели учитывать (на фактической основе, собирая материалы по отверстиям мостов, высотам насыпей и типам крепления) перегораживающие пойму дамбы и дорожные сооружения.

7.4. Балльная система оценки степени возможных разрушений от наводнений и волн прорыва

7.4.1. Постановка задачи

В соответствии с Федеральным Законом «О безопасности гидротехнических сооружений», принятым Государственной Думой 21 июля 1997 г., обязательным является составление декларации безопасности гидротехнических сооружений (ГТС). В декларации должны быть рассмотрены нормативные

случаи аварийного разрушения напорных фронтов плотин с определением вероятных зон затопления от волн прорыва и возникающих при этом ущербов.

Существующие в настоящее время методы расчета ущербов устарели, так как: а) не используют современные методы расчета параметров волны прорыва; б) не используют последние достижения в области подготовки данных и представления результатов. Поэтому могут возникнуть большие ошибки при расчете ущербов и, как следствие этого, может быть дан ложный экономический прогноз.

Задача исследования состоит в разработке методов оценки ущербов вследствие распространения волны прорыва с целью:

- страхования гражданской ответственности за последствия аварий ГТС;
- разработки противопаводковых мероприятий;
- составления декларации безопасности ГТС.

В страховании участвуют три стороны: владелец ГТС, страховая компания и район, терпящий ущерб. Оценка ущерба в стоимостном выражении может быть различной для различных районов. Поскольку для достаточно крупных гидроузлов в зону затопления может входить большое количество районов, то необходимо построить карту ущербов.

Карта ущербов – это географическая карта местности требуемого масштаба с выделенными на ней зонами ущербов, соответствующими выбранной шкале. При этом ущерб может быть выражен не только в форме стоимости, а и в некоторой балльной системе.

Для разработки противопаводковых мероприятий необходимость построения карт ущербов имеет еще большее значение. Действительно, если для каждого района затопления можно определить ущерб как в естественных условиях, так и ущерб после проведения мероприятий, то в каждом конкретном случае легко определить эффективность мероприятий и целесообразность их проведения.

В настоящее время большое развитие получили геоинформационные системы (ГИС), в которых имеются обширные сведения о различных характеристиках местности и объектах, расположенных в исследуемых районах. ГИС – это совокупность программного и аппаратного обеспечения, которое делает возможным разработку, моделирование и вывод многослойной пространственной информации. Поэтому разработку методики построения карт ущербов целесообразнее всего проводить с использованием ГИС, в среду которой внедрены методы расчета параметров волны прорыва и связи этих параметров с оценкой ущербов.

В работах [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2003; Беликов et al., 2003б] построена математическая модель связи ущербов с локальными параметрами волны прорыва: скоростью, глубиной и временем затопления. В модели выделяются два вида ущербов:

- ущербы от разрушения зданий и сооружений;
- ущербы от затопления зданий, сооружений и сельхозугодий.

Для каждого из этих видов построена балльная шкала ущербов (наподобие шкалы интенсивности землетрясений), в которой степень ущерба в баллах связана с параметрами паводковой волны. Установлено, что первый вид ущербов связан со скоростью и глубиной потока, а именно со скоростным напором (или, что тоже, с удельной кинетической энергией потока). Второй вид ущербов связан с глубиной потока и временем затопления.

С использованием полученных зависимостей и результатов расчета волны прорыва каждой точке зоны затопления в плане ставится в соответствие возможный ущерб в баллах, причем из двух видов ущерба принимается максимальный. После этого строится карта возможных ущербов. Карта реальных ущербов в балльном и стоимостном выражении получается в результате пересечения карты возможных ущербов с объектами на местности, которое строится автоматически с использованием цифровых топографических карт и ГИС-технологий. Ниже приводится пример построения карты ущербов для конкретного объекта.

7.4.2. Алгоритм расчета ущербов в балльной системе

Исходные данные для расчетов. Для расчета ущербов в балльной системе необходимо найти математическую связь локальных параметров волны прорыва или естественного паводка со степенью ущербов (разрушений). Для нахождения этой связи использовались данные работ [Методические указания..., 1980; Рекомендации..., 1993], пример которых приведен в табл.7.4.1.

Табл. 7.4.1: Параметры потока, вызывающие разрушения зданий различных типов

Тип здания	Разрушение					
	Полное		Среднее		Слабое	
	h м	V м/с	h м	V м/с	h м	V м/с
Сборные жилые деревянные дома	3	2	2,5	1,5	1	1
Деревянные дома (одно – двухэтажные)	3,5	2	2,5	1,5	1	1
Легкие бескаркасные здания	5	2,5	3,5	2	2	1,5
Кирпичные малоэтажные здания	4	2,5	3	2	2	1
Кирпичные дома средней этажности	6	3	4	2,5	2	1,5
Промышленные здания	7,5	4	6	3	3	1,5
Здания антисейсмической конструкции	12	5	9	3	4	1,5

Шкалы балльности разрушений и затоплений. Шкалы предназначены для оценки потенциальной опасности воздействия водного потока на окружающую среду на любом выбранном небольшом участке плана рассматриваемой местности. Шкала разрушений связана со степенью разру-

шения объектов и хорошо коррелирует со значением удельной (на единицу ширины) энергии потока, которая зависит от глубины и скорости течения. Шкала затоплений связана с глубиной затопления, поскольку затопление сельхозугодий, зданий и сооружений без их разрушения также приводит к значительным ущербам, и с продолжительностью стояния уровня воды.

Обозначим H – глубина потока; V – скорость течения; ρ – плотность жидкости, $P = 0.5\rho HV^2$ – удельная (на единицу ширины) энергия потока. Рассмотрим ниже возможные шкалы балльности. Приведенные в скобках числовые значения критериальных параметров – граничные (сверху) значения диапазона для соответствующего балла.

Шкала балльности затоплений

1) Незначительное кратковременное поднятие уровней воды, не приводящее к каким-либо ущербам. ($H \leq 0,1$ м).

2) Заметное повышение уровней воды на срок до нескольких часов. Возможно подтопление подвалов зданий, затопление огородов. ($H = 0,5$ м).

3) Существенное повышение уровней воды. Подтопление цоколей и первых этажей зданий, затопление сельхозугодий. Затруднение передвижения без плавсредств, остановка транспорта. При большой продолжительности (несколько суток) сложности со снабжением продовольствием. ($H = 1$ м).

4) Значительные глубины затопления. Частичное затопление первых этажей зданий, порча мебели, бой стекол. Жителей покидают первые этажи домов. Невозможность передвижения без плавсредств. Массовые короткие замыкания электропроводки, травмы электротоком. Затопление автотранспорта. ($H = 2$ м).

5) Затопление вторых этажей зданий, трансформаторных подстанций. Разрушение (всплытие) деревянных строений. ($H = 4$ м).

6) Полное затопление малоэтажных зданий. Возможна гибель людей. ($H = 8$ м).

Табл. 7.4.2: Шкала балльности разрушений.

Баллы	Разрушения
1	Не приводит к каким-либо разрушениям ($P \leq 4$).
2	Возможен размыв пашни, сложенной легкими грунтами ($P \leq 14$).
3	Размыв пашни, сложенной легкими грунтами ($P \leq 40$).
4	Незначительные разрушения особо плохо построенных и ветхих зданий. Размыв пашни, сложенной средними грунтами ($P \leq 130$).
5	Перемещение слабо закрепленных предметов, разрушение легких объектов большой парусности (копен сена, палаток, разрушения плохо построенных и ветхих зданий и т.п.). Размыв пашни на значительную глубину. Подмыв корневой системы кустарников со слабой корневой системой ($P = 400$).
6	Разрушение сплошных деревянных изгородей, ветхих деревянных зданий. Подмыв корневой системы кустарников ($P = 1300$).

7	Достигаются критические параметры потока, могущие повлечь гибель незащищенных людей. Жители покидают дома или спасаются на верхних этажах. Разрушение легких деревянных строений, затопление и перемещение потоком легковых автомашин. В руслах разрушение деревянных мостов, паромных переправ, средние повреждения находящихся на незащищенных стоянках плавсредств (нанос на берег) ($P = 4000$).
8	Полное разрушение деревянных домов, ветхих кирпичных и глинобитных строений, средние разрушения кирпичных и блочных домов малой этажности. Разрушение железобетонных и металлических мостов, автодорожных и железнодорожных насыпей, защитных дамб обвалования, подвижного железнодорожного состава. В руслах средние повреждения находящихся в плавании, на якорной стоянке или на берегу и вовремя не отведенных в затоны судов ($P = 13500$).
9	Разрушаются кирпичные и панельные дома средней этажности, водокачки, ЛЭП. Поток несет вырванные с корнем деревья. В руслах сильные повреждения (оверкили и затопление) незащищенных среднетоннажных и малотоннажных судов, средние разрушения стенок, набережных и пирсов, разрушение стапелей судоремонтных мастерских ($P = 40000$).
10	Разрушаются промышленные здания с тяжелым металлическим и железобетонным каркасом, порталные краны. Поток сильной мутности несет много различных предметов. Массовая гибель не эвакуированных людей. В руслах разрушение стенок, набережных, молов, выполненных из кладки массивов ($P = 125000$).
11	Разрушаются бетонные и железобетонные здания антисейсмической и особо прочной конструкции, мостовые перегружатели. Почти полное разрушение всех строений. Поток несет строительные материалы, ворочает бетонные и каменные глыбы. Поголовная гибель не эвакуированных людей ($P = 400000$).
12	Тотальные разрушения ($P > 1300000$).

Построение карт возможных разрушений в балльной системе. Для математического описания ущербов по предложенной выше шкале балльности разрушений была подобрана функция логарифмического вида, связывающая значение баллов с удельной энергией потока:

$$B = 2Lg(P), P = 0,5\rho HV^2. \quad (7.4.1)$$

Значение баллов, полученное по этой формуле, практически совпадает со значениями шкалы табл. 7.4.2.

С использованием формулы (2.3.1) были построены зоны возможных ущербов в балльном эквиваленте для участка долины крупной реки после прохождения волны прорыва, вызванной гипотетическим разрушением высокой бетонной плотины. Методика построения заключалась в том, что с использованием разработанной программы «Ущерб от паводков» [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2003] выполнялось моделирование распространения волны прорыва и одновременно в каждой ячейке расчетной сетки (Рис. 7.4.1) вычислялись баллы по формуле (2.3.1). Результаты расчета отображались совместно со слоями топографической электронной карты (Рис. 7.4.2). Видно, что практически полному затоплению и сильным разру-

шениям подвергается правобережная часть большого города. Карта разрушений в баллах несет основную информационную нагрузку о возможных последствиях наводнения. В дополнение к ней могут рассматриваться карты максимальных глубин затопления (Рис. 7.4.3), карты максимальных скоростей, карты продолжительности стояния воды и другие. Разработанная балльная система применяется в [Методика ..., 2007].

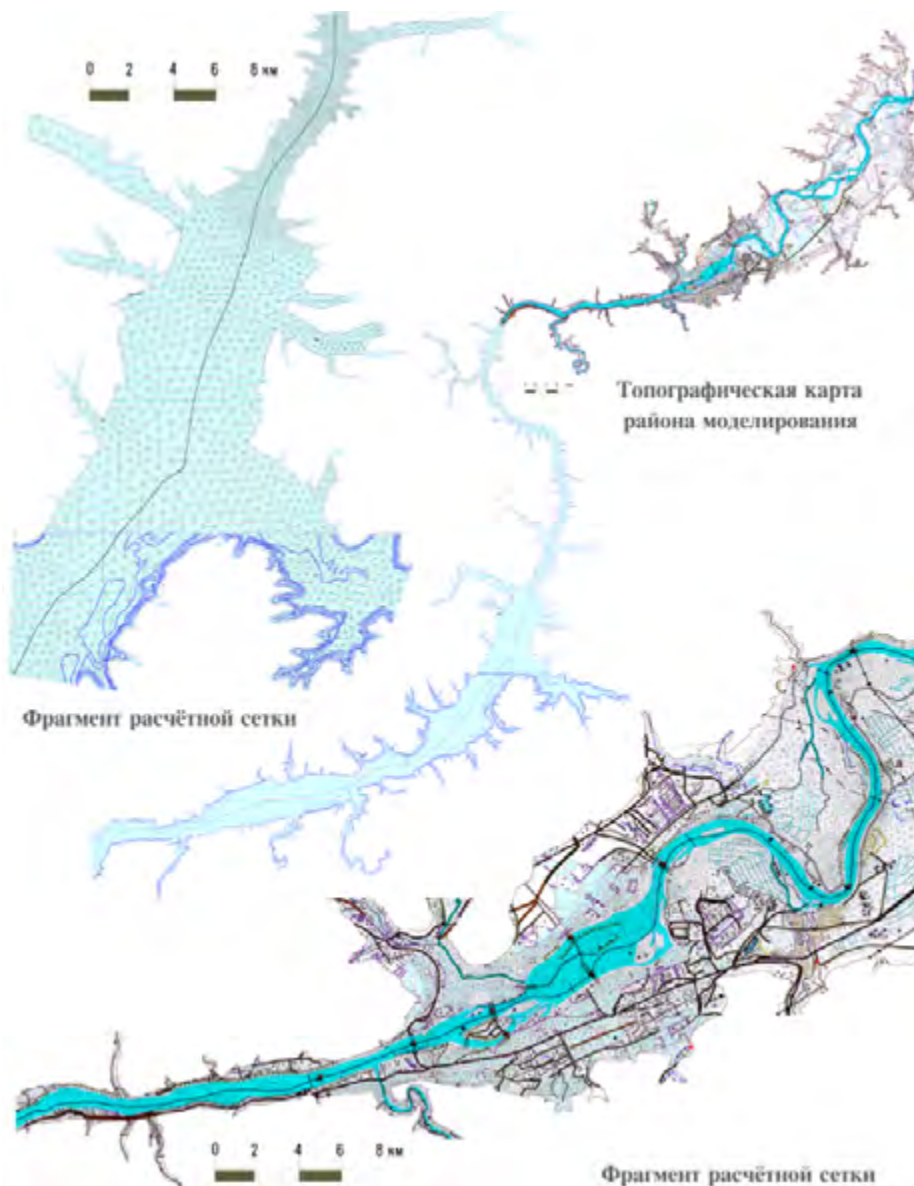


Рис. 7.4.1. Расчётная область и фрагменты треугольной сетки при моделировании прорывного паводка на крупной реке

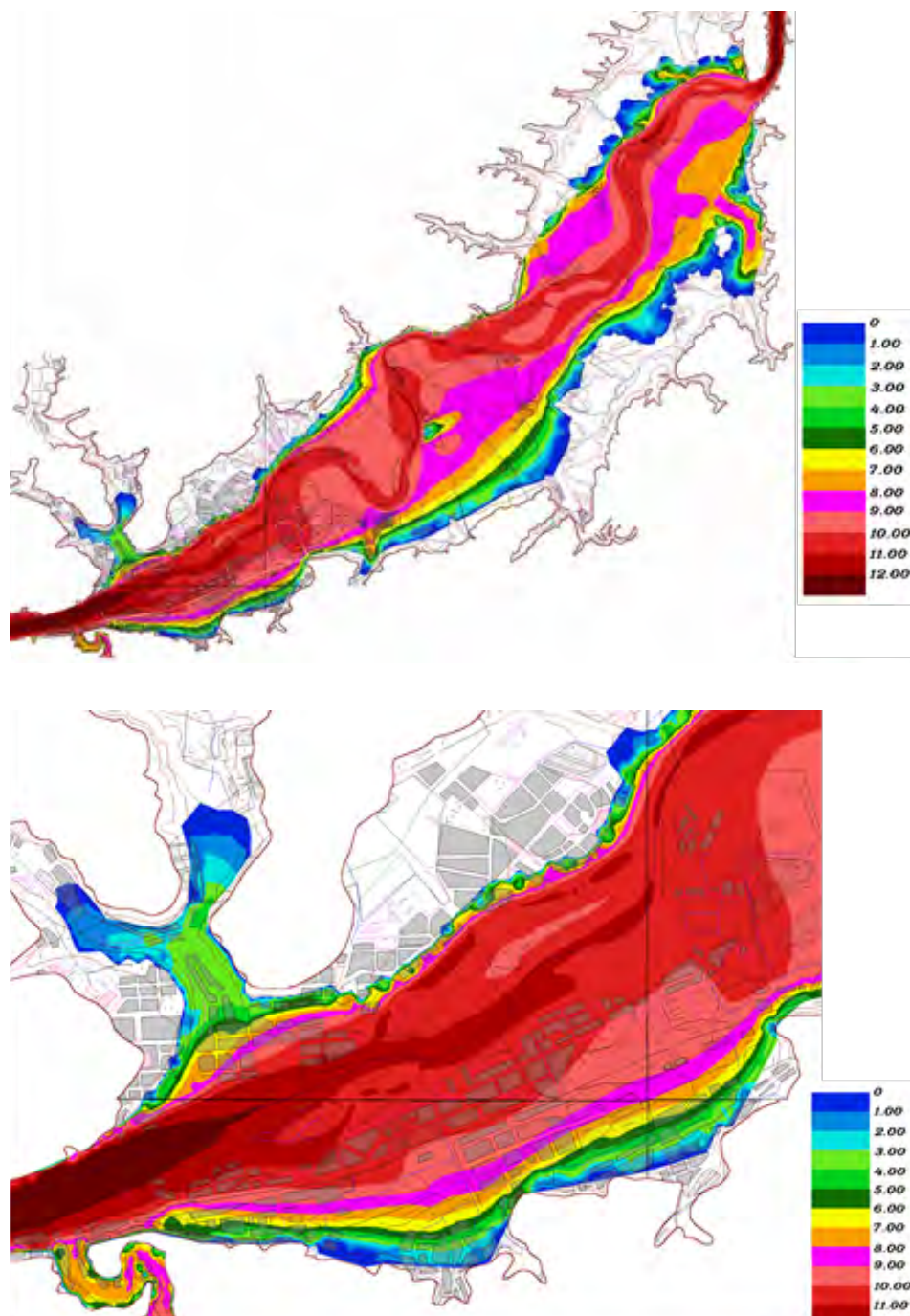


Рис. 7.4.2. Карты возможных разрушений в баллах (на всю котловину и фрагмент)

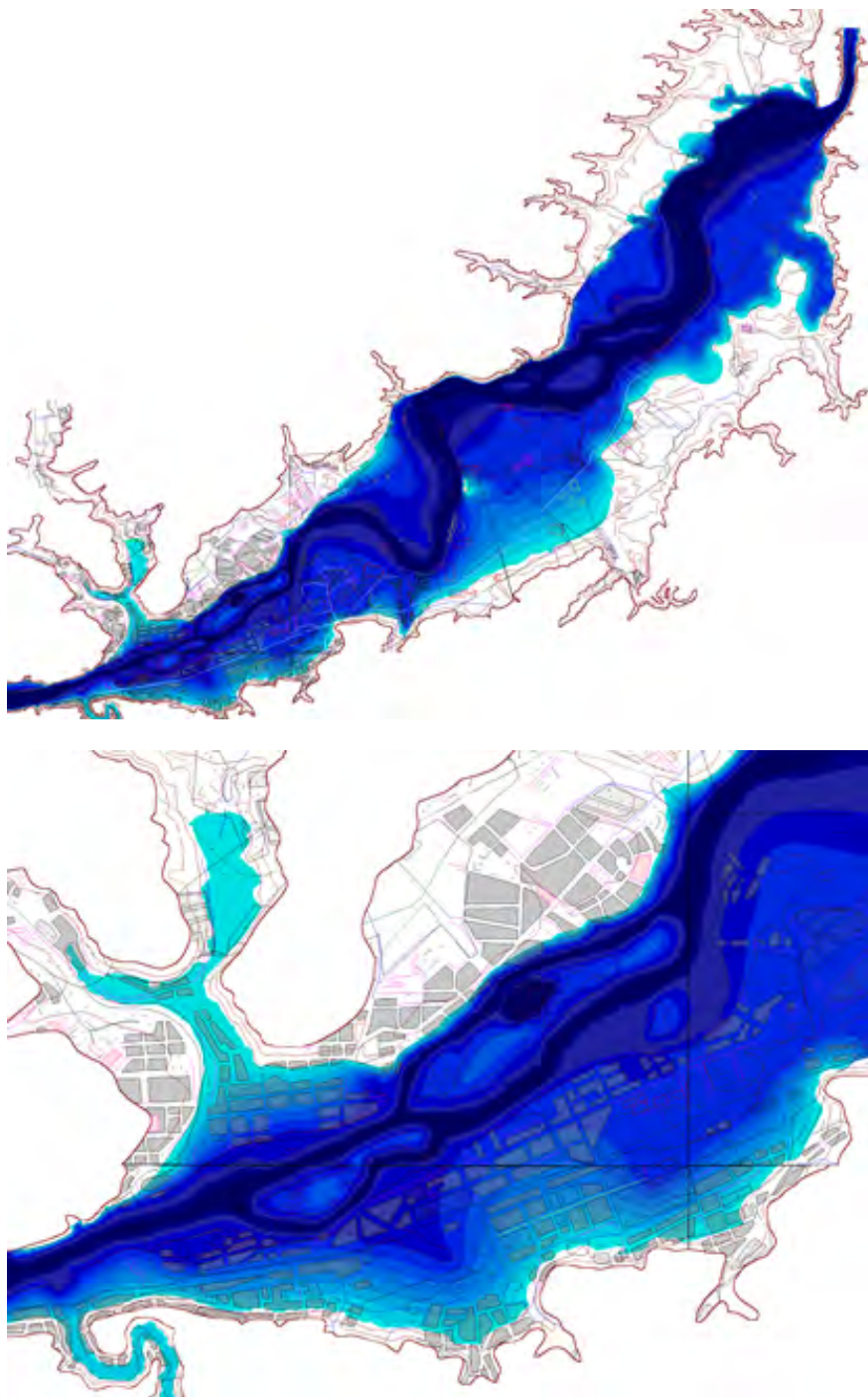


Рис. 7.4.3. Максимальные глубины затопления всей котловины (а) и участка в районе города (б)

7.5. Моделирование чрезвычайных ситуаций при каскадных гидродинамических авариях на примере Урало – Кушумской ООС

Расчет каскадных гидродинамических аварий имеет ряд специфических особенностей. В данном разделе представим пример моделирования каскадной аварии для Урало – Кушумской оросительно-обводнительной системы (Республика Казахстан, Западно-Казахстанская область). Урало-Кушумская ООС включает в себя Кушумский канал (рукав р. Урал) и каскад расположенных на нем четырех водохранилищ (Кировское, Битикское, Донгелекское, Пятимарское) с объемом более 50 млн. куб. м каждое (Рис.7.5.1). Общая протяженность рассматриваемого участка более 300 км.

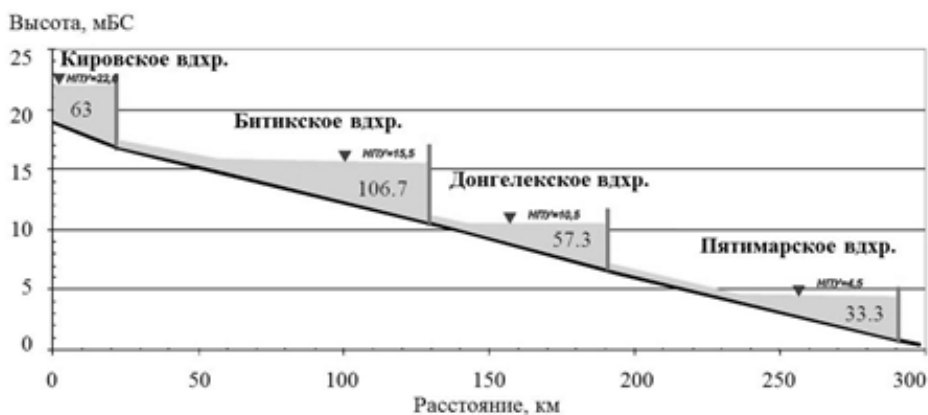


Рис. 7.5.1. Продольный профиль каскада водохранилищ Урало-Кушумской оросительно-обводнительной системы (ООС) с указанием объема водохранилищ W , млн м³

Для определения зон возможного риска был проведен расчет волн прорыва и зон затопления при разрушении напорного фронта каждого из водохранилищ системы с учетом каскадной аварии, т.к. разрушение расположенного выше по течению гидроузла может привести к прорыву нижележащего. Расчеты проводились по программе «БОР» [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2001] методом численного моделирования на основе двумерных уравнений Сен-Венана. Развитие прорана в грунтовой плотине во времени рассчитывалось по методике [Прудовский, 1998] с учетом переменной высоты плотин над поверхностью земли.

Исходными данными для построения цифровой модели рельефа явились крупномасштабные топографические карты и морфометрические характеристики р. Кушум в отдельных створах. Информация об инфраструктуре территории и населенных пунктах ввиду отсутствия свежих

картографических данных уточнялась на основе космических снимков IRS LISS и IRS PAN с пространственным разрешением 23 м и 5,8 м соответственно. После этого отметки рельефа интерполировались в центры ячеек расчетной сетки при помощи специальной программы по оригинальной методике (см. п.4.4). Для расчетов применялись гибридные треугольно-четыреугольные сетки нерегулярной структуры. Такие сетки хорошо адаптируются под плановые очертания расчетной области и особенности течения. Русло р. Кушум и плотины водохранилищ покрывались четырехугольной сеткой, а остальная область – треугольной. Таким образом, была построена расчетная сетка с длинами сторон от 50 до 70 м вдоль русла и 20–30 м поперек, на пойме и в водохранилищах длины сторон треугольных ячеек составили от 50 м до 150 м. Фрагмент расчетной сетки приведен на Рис. 7.5.2.

Также исходными данными для расчетов являлись кривые площадей и объемов водохранилищ, чертежи и гидравлические характеристики гидроузлов.

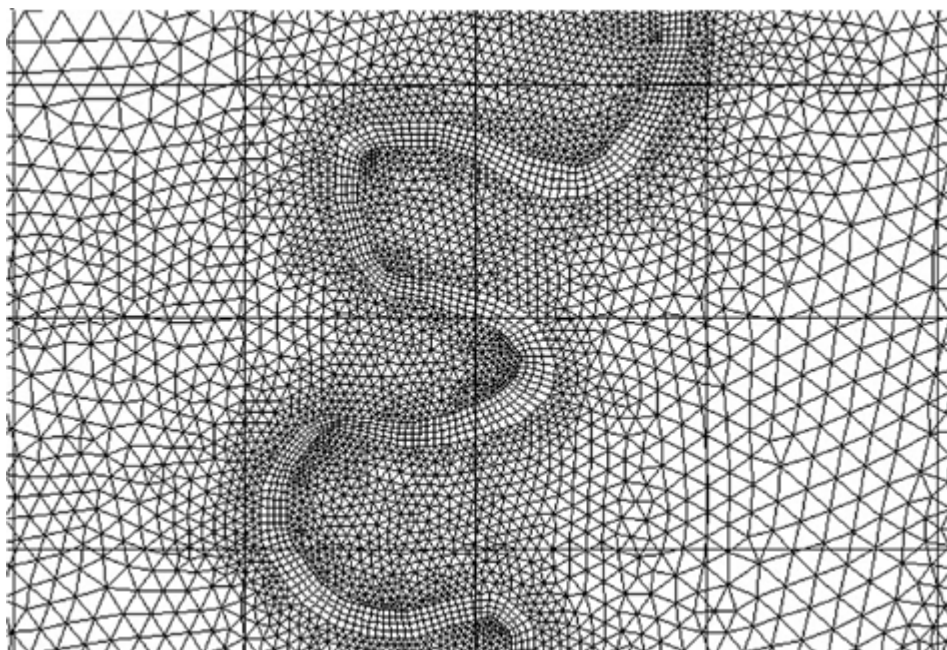


Рис. 7.5.2. Фрагмент расчетной сетки

Для каждого из водохранилищ в отдельности были рассмотрены различные сценарии аварии – мгновенное разрушение плотины, постепенное развитие прорана в теле плотины, перелив через гребень плотины при переполнении водохранилища с дальнейшим развитием прорана. Наиболее

неблагоприятным сценарием аварии для каскада водохранилищ является случай, когда разрушение плотины вышележащего гидроузла приводит к аварии на нижележащем (так называемая каскадная авария).

Именно этот сценарий мы и рассмотрим более детально для каскада водохранилищ Урало-Кушумской ООС, начиная от прорыва плотины верхнего Кировского водохранилища к нижележащим. Моделирование показало, что самым неблагоприятным вариантом аварии на Кировском гидроузле является мгновенное разрушение плотины с дополнительным притоком воды к Кировскому водохранилищу $150 \text{ м}^3/\text{с}$ и разрушение плотины при переполнении водохранилища при дополнительным притоке воды $150 \text{ м}^3/\text{с}$. Максимальный расход через проран составляет $3600 \text{ м}^3/\text{с}$ при мгновенном разрушении и $2540 \text{ м}^3/\text{с}$ при условии перелива через гребень с последующим размывом грунтовой плотины (достигается примерно через 6 часов после начала аварии). Общая протяженность участка от плотины Кировского водохранилища до Битикского гидроузла по руслу реки около 100 км, поэтому процесс затопления долины происходит в течение более 3 суток. Зона затопления в основном лежит в пределах ширины пояса меандрирования р. Кушум. Глубины затопления поймы составляют до нескольких метров, скорости течения на пойме не превышают $0,7\text{--}0,9 \text{ м/с}$, время добега фронты прорывной волны до Битикского гидроузла около 20 часов, а время добега максимума расхода – около 60 часов (2,5 суток).

Для дальнейшего моделирования каскадной аварии был выбран сценарий развития прорана и разрушения плотины в случае переполнения Кировского водохранилища, т.к. мгновенное разрушение плотины является менее вероятным.

В этом случае к плотине нижележащего Битикского водохранилища подойдет прорывной паводок с максимальным расходом $350 \text{ м}^3/\text{с}$, сформировавшийся при прорыве плотины Кировского водохранилища из-за его переполнения. Расчеты показали, что при этом даже непрерывный сброс через водопропускные сооружения Битикского гидроузла расхода $100 \text{ м}^3/\text{с}$ (что соответствует их максимальной пропускной способности при полностью открытых затворах) не позволит аккумулировать в Битикском водохранилище поступающие сверху объемы воды. Переполнение водохранилища произойдет на 5-е сутки с начала аварии, а поступающие сверху расходы все еще будут значительными (более $200 \text{ м}^3/\text{с}$) (Рис. 7.5.3), поэтому последствия развития каскадной аварии по такому сценарию будут катастрофическими.

Возможным вариантом ослабить последствия аварии в этом случае будет заблаговременная сработка Битикского водохранилища не с момента прорыва плотины Кировского гидроузла, а уже при возникновении предположений о возможном переполнении Кировского водохранилища, но еще до начала перелива.

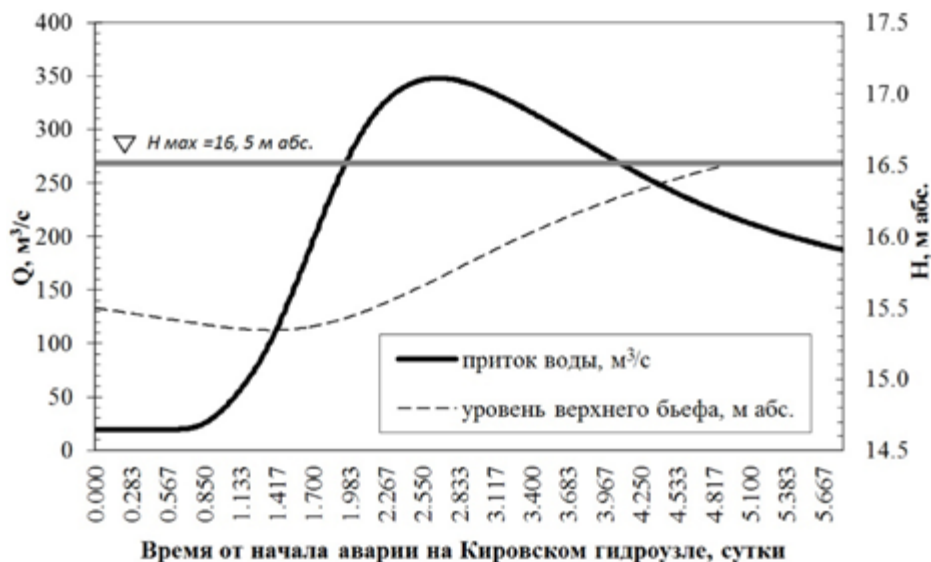


Рис. 7.5.3. Приток воды в Битикское водохранилище в случае аварии из-за перелива на плотине Кировского водохранилища и уровень верхнего бьефа Битикского водохранилища при сбросном расходе через водопропускные сооружения Битикского гидроузла 100 м³/с

При каскадной аварии максимальный расход через проран в плотине Битикского гидроузла будет наблюдаться через 2 часа после начала аварии и составит 7700 м³/с. Процесс затопления территории развивается достаточно быстро. Через 6 часов после начала аварии волна прорыва высотой более 3,5 м достигает п. Первомайское и автодорожного моста ниже поселка, при этом затопливая обширные территории по обоим берегам р. Кушум. До п. Джамбул паводок доходит через 12 часов, но там высота волны составляет уже менее 1 м, поэтому затопление территории невелико. Максимальная высота волны при каскадной аварии на 1 м выше, чем при аварии только на Битикском гидроузле, и это обуславливает затопление значительно больших территорий. В этом случае в верхней части долины до автодороги у пос. Первомайское затопливается вся территория между р. Кушум и протокой Грачи – 2-е по левому берегу и между р. Кушум и балкой Коздыкара по правому берегу. Протока Грачи-2-е при поступлении воды начинает работать как самостоятельный водоток, что способствует уменьшению высоты затопления прилегающих территорий. Ниже автодороги сплошного затопления уже не происходит, вода поступает только на пониженные участки. На основной части затопленной территории глубины воды не превышают 2 м, скорости течения – 0,4 м/с. Исключение составляют участки долины, прилегающие к руслу р. Кушум, там глубины могут достигать 3–4 м, скорости течения – 0,8–1 м/с. Нижележащего Донгелекского гидроузла фронт про-

рывной волны достигнет через 6 часов после начала аварии на Битикском гидроузле, время добегания максимума расхода – около 1 суток. Максимальный расход, поступающий к плотине Донгелекского водохранилища, составит $670 \text{ м}^3/\text{с}$.

Переполнение Донгелекского водохранилища из-за его относительно небольшой емкости произойдет через 1 сутки с начала аварии на Битикской плотине. С момента аварии на Кировской плотине к этому времени пройдет более 5 суток. Поступающие сверху расходы воды при начале перелива будут значительными (более $600 \text{ м}^3/\text{с}$). Возможным вариантом ослабить последствия аварии в этом случае будет заблаговременная сработка Донгелекского водохранилища не с момента прорыва плотины Битикского гидроузла, а уже при прорыве плотины Кировского водохранилища.

Максимальный расход через проран в плотине Донгелекского гидроузла будет наблюдаться через 1,2 часа после начала аварии и составит $3800 \text{ м}^3/\text{с}$. Первые 8 часов после начала аварии происходит продвижение волны прорывного паводка на участке длиной 20 км от плотины Донгелекского гидроузла до места впадения балки Донгелексай в Кушум. Волна паводка на указанном участке расплывается с высоты 7 м у плотины до 4,5 м у места впадения балки Донгелексай. При этом территория между р. Кушум и балками Донгелексай и Карасай затопливается с глубинами 1–1,5 м по правому берегу р. Кушум и 0,5–1 м – по левому. Балки в целом ограничивают распространение паводка за их пределы, и лишь в случае каскадной аварии заливается территория по правому берегу балки

Донгелексай, но глубины затопления там уже незначительны – до 0,5 м. Растеканию воды также препятствуют дамбы обвалования каналов. Ниже впадения балки Донгелексай происходит постепенное расплывание волны прорывного паводка, и у пос. Красногорский (50 км от Донгелекской плотины) высота волны прорыва составляет уже менее 2,5 м.

На основной части затопленной территории глубины воды не превышают 1,5 м, скорости течения – $0,2 \text{ м/с}$. Исключение составляют участки долины, прилегающие к руслу р. Кушум, там глубины могут достигать 3–4 м, скорости течения – $0,8\text{--}1 \text{ м/с}$, в самом русле р. Кушум на первых 10 км от плотины скорости течения превышают 3 м/с , что ставит под угрозу разрушения опоры автодорожного моста, расположенного в 1 км ниже плотины. Несмотря на то, что наиболее крупные населенные пункты находятся выше уровня возможного затопления, вся инфраструктура территории в этом случае будет надолго нарушена. Нижележащего Пятимарского гидроузла фронт прорывной волны достигнет через 15 часов после начала аварии на Донгелекском гидроузле, время добегания максимума расходов 2,6 суток для случая аварии на плотине Донгелекского водохранилища и 4 суток при каскадной аварии. Максимальный расход, поступающий к плотине Пяти-

марского водохранилища, составит 166 м³/с для случая аварии на плотине Донгелекского водохранилища, и 545 м³/с в случае каскадной аварии. Указанные расходы, особенно при каскадной аварии значительно превышают пропускную способность Пятимарского гидроузла, поэтому при любых сценариях аварии на Донгелекском гидроузле возможно дальнейшее развитие каскадной гидродинамической аварии с разрушением плотины Пятимарского водохранилища.

Полученные в результате моделирования гидродинамической аварии на каскаде водохранилищ зоны, уровни и глубины затопления, максимальные скорости течения, а также времена добегания прорывной волны могут использоваться для составления планов оперативных действий МЧС и других ведомств Республики Казахстан в случае возникновения чрезвычайной ситуации (не основано на реальной угрозе).

Глава 8. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПАВОДКОВЫХ И ПРОРЫВНЫХ ВОЛН ПО СЕЛИТЕЛЬНЫМ ТЕРРИТОРИЯМ

В данной главе рассмотрены приложения методов и технологий численного моделирования открытых потоков, изложенных в главах 1–4, к решению практических задач речной гидравлики, связанных с наводнениями, паводками, затоплением и защитой селитебных территорий. Построены и исследованы гидродинамические модели Захарковской поймы р. Москвы; притоков р. Уссури с применением двухслойной схематизации п. 1.3.2 (первое применение этой модели для реального объекта); территории г. Ярославль на р. Волге при затоплении волной прорыва Рыбинского гидроузла (не основано на реальной угрозе); затопления территории г. Крымск на р. Адагум в катастрофическое наводнение 2012 года.

8.1. Обоснование высотно-планировочных решений по застройке Захарковской поймы р.Москвы с учетом защиты от наводнений

Численное моделирование движения воды на участке р. Москвы в районе комплексного освоения территории АО «Рублево-Архангельское» г. Москва, расположенного в нижнем бьефе Рублевской плотины, выполнено доцентом Географического ф-та МГУ им. М.В. Ломоносова к.г.н. И.Н. Крыленко для оценки гидравлического режима потока и зон затопления в современных условиях и в случае реализации проекта освоения территории при расходах воды редкой обеспеченности.

Расчеты проводились с применением программного комплекса Stream 2D HPC [Алексюк, Беликов, 2017б], в основу которой положены двумерные уравнения Сен-Венана. Дискретизация уравнений производилась на треугольно-четырёхугольной сетке, адаптированной к русловой сети (Рис. 8.1.1), по оригинальной методике, изложенной в Главе 2. Цифровая модель рельефа (ЦМР) поймы и русла строилась на основе крупномасштабной топографической съемки и данных актуализированных гидрографических работ. Калибровка и верификация модели проведена на основе данных фактических наблюдений.

В результате выполненной работы на основе математической модели оценены зоны затопления в районе планируемого участка освоения поймы (Рис. 8.1.2); на основе результатов численных экспериментов проведено сопоставление уровней воды, глубин затопления, скоростей течения в современных условиях и при реализации проекта освоения поймы в условиях прохождения по р. Москве расходов воды редкой обеспеченности (Рис. 8.1.2, 8.1.3).

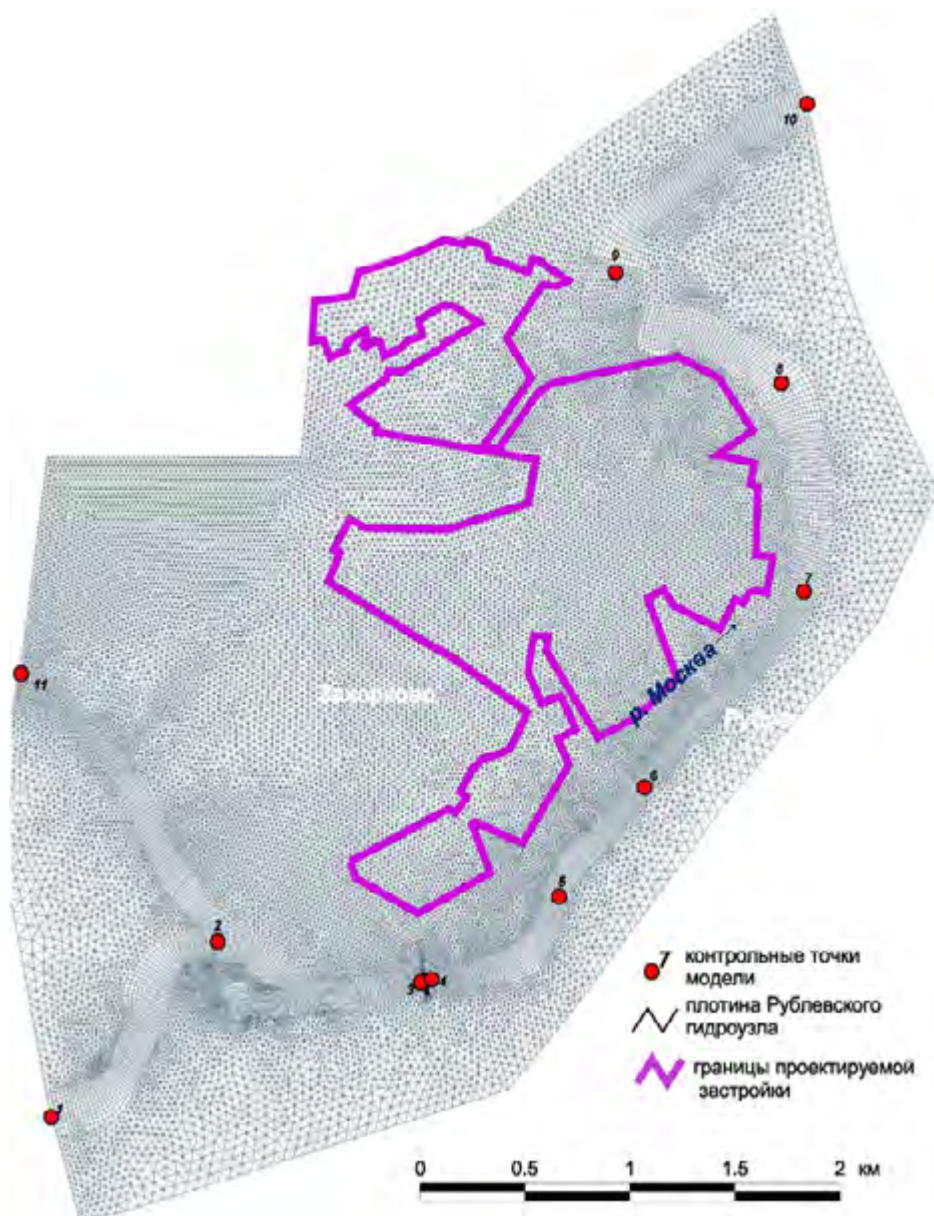


Рис. 8.1.1. Расчетная сетка двумерной гидродинамической модели русла и поймы р. Москвы в районе комплексного освоения территории застройки Захарковской поймы

По результатам расчётов видно (Рис.8.1.2), что дамбы обвалования, выполненные по границе проектируемой застройки (либо, как альтернатива, подсыпка территории внутри этой границы), существенно уменьшают площадь затопления Захарковской поймы при однопроцентном паводке, обеспечивая тем самым строительство жилого посёлка на этой территории в

соответствии с градостроительными правилами. В тоже время максимальный дополнительный подъем уровней воды в р. Москве по сравнению с бытовыми (существующими на сегодняшний день) условиями не превышает 0,1 м (Рис. 8.1.3), т.е. практически не влияет на гидрологический режим прилегающей территории. Такой результат достигнут благодаря рекомендации расчётчиков отодвинуть дамбы обвалования на некоторое расстояние от русла реки, обеспечив тем самым незначительное стеснение живого сечения потока. Аналогичные решения предлагались и в ряде других случаев, например при застройке поймы р. Белой в районе г. Уфа

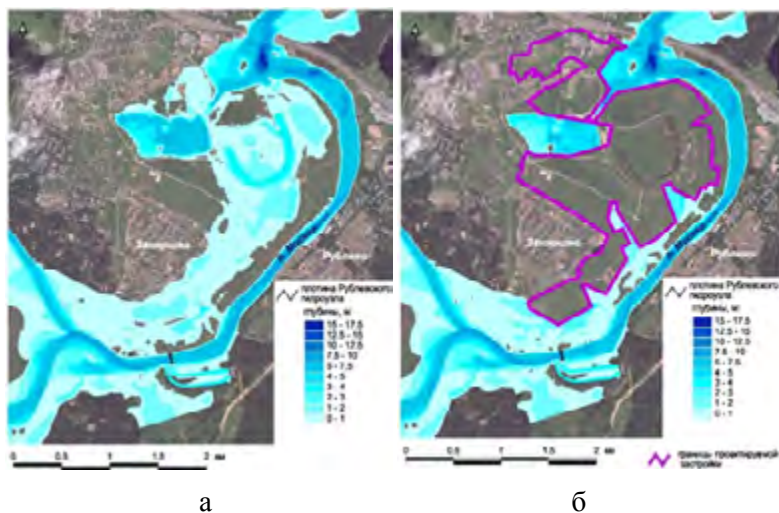


Рис. 8.1.2. Рассчитанные на основе двумерной модели Stream_2D глубины затопления при расходе воды 1% обеспеченности: (а) в современных условиях; (б) с учетом застройки

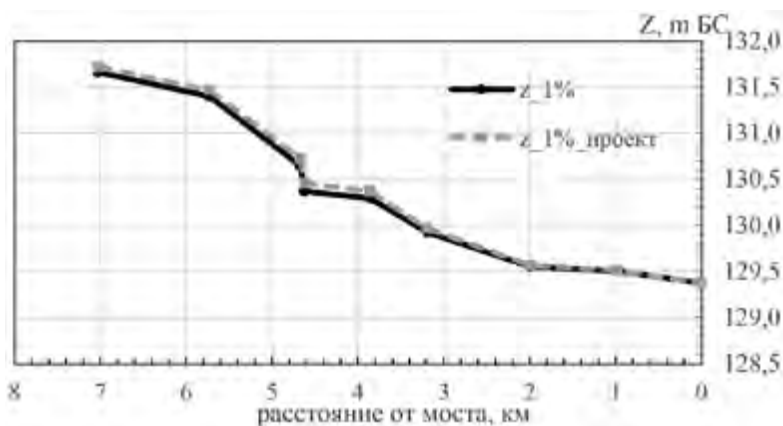


Рис. 8.1.3. Продольные профили водной поверхности р. Москвы в районе Захарковской поймы при прохождении 1% расхода воды в современных условиях и при проектируемом освоении территории по результатам моделирования на основе программного комплекса STREAM_2D

8.2. Выбор проектных решений по ликвидации последствий катастрофического наводнения в Приморском крае на основе результатов компьютерного моделирования

Работа была выполнена в 1990 г. в соответствии с постановлением Совета Министров СССР №719 от 1.09.89 «О мерах помощи Приморскому краю в ликвидации последствий стихийного бедствия» и приказом Министерства Транспортного строительства СССР №108 от 18.10.89 «О строительстве мостов и восстановлении автомобильной дороги в Приморском крае». В задачу исследования входил анализ прохождения высокого осеннего паводка 1989 г., приведшего к подтоплению населенных пунктов и чрезвычайным условиям эксплуатации Дальневосточной железной дороги на участке ст. Чалданка – ст. Дальнереченск, и получение данных о характеристиках потока в рассматриваемом районе при различных вариантах усиления железнодорожных мостов.

В основу методики исследования положено численное моделирование гидрологической обстановки в районе железнодорожной линии в расчетных условиях с использованием топографических данных, подготовленных на основании тщательно выполненных Дальгипротрансом инженерно-геодезических изысканий. Расчеты проводились по программе «FLOOD» [Беликов, Милитеев, 2002а], основанной на двухслойных уравнениях мелкой воды в диффузионном приближении (п.1.3.2).

По результатам проведенных исследований разработаны рекомендации, необходимые для комплексного решения задачи реконструкции участка железной дороги ст. Чалданка – ст. Дальнереченск. Результаты работы опубликованы в [Беликов и др., 2003в].

8.2.1. Гидроморфологические и ситуационные условия в районе участка железнодорожной линии Чалданка – Дальнереченск

Характеристика района. На рассматриваемом участке Дальневосточной железной дороги в 30-х годах прошлого века из военных соображений сооружен раздельный (нечетный – по нему идут поезда на Хабаровск) путь, отстоящий от четного на расстоянии до 9 км. Нечетный путь пересекает два водотока – реки Б. Уссурка и Малиновка – трех и четырехпролетными мостами по схемам $3 \times 87,6$ м и $4 \times 33,6$ м соответственно. Реки в междупутье сливаются, и четный путь пересекает реку Б. Уссурка трехпролетным мостом (построен в 1887 г) по схеме $3 \times 88,5$ м.

В междупутье и прилегающих к железнодорожной линии участках расположены населенные пункты (в том числе такие крупные, как г. Дальнереченск), соединенные автомобильными дорогами с различными типами покрытия. Из автомобильных дорог, влияющих на ситуационные условия в рассматриваемом районе, следует отметить дорогу Хабаровск-Владиво-

сток, пересекающую р. Б. Уссурка мостом длиной 950 м и р. Малиновка мостом длиной 264 м, а также дорогу к поселку Звенигородка по водоразделу бассейнов рек Б. Уссурка и Малиновка.

Реки Б. Уссурка и Малиновка относятся к бассейну р. Уссури. Площади бассейнов в створе нечетного пути равны 23 тыс. кв. км у р. Б. Уссурка и 6,5 тыс. кв. км у р. Малиновка. Пересекаемые реки относятся к полугорному типу, русла их сложены гравийным и гравийно-галечным материалом со средним диаметром частиц до 30 мм. В районе железнодорожной линии из-за близости устья уклоны рек уменьшаются до 0,5–0,2 м/км. По внешним признакам русло р. Малиновка развивается по схеме свободно – незавершенного меандрирования, его ширина до 100 м. Русло Б. Уссурики извилистое, с характерными для пойменной многорукавности расчленением на большое число рукавов и протоков. Ширина главного русла доходит до 200 м. Реки, пересекаемые железнодорожной линией, следует отнести к хорошо изученным в гидрологическом отношении: наблюдения за расходами и уровнями воды (правда, не систематически) ведутся с 1915–1927 годов. Водомерные посты на р. Б. Уссурка расположены в непосредственной близости от створов мостовых переходов. Ближайший водопост на р. Малиновка расположен в с. Веденка, что в 10–12 км от мостового перехода на нечетном пути; под этим мостом фиксируются экстремальные уровни. Характерные расходы и уровни воды в створах мостовых переходов приведены в табл. 8.2.1.

Табл. 8.2.1. Характерные расходы и уровни воды в створах мостовых переходов

Месторасположение мостового перехода	Расчетный расход, 1%		Наибольший расход, 0,33%		Паводок 1989 г. (без прорана)	
	Расход м³/с	Уровень м	Расход м³/с	Уровень м	Расход м³/с	Уровень м
р. Б. Уссурка, четный путь	9000	59,18	11910	59,58	9960	58,64
То же, нечетный путь	7850	62,85	10340	63,15	7960	62,78
р. Малиновка, нечетный путь	3120	61,12	4150	61,27	2000	60,90

Паводок 1989 года. Муссонная циркуляция атмосферы вызвала паводок, прошедший в августе 1989 г. Он был одним из наиболее высоких за весь период существования железной дороги и причинил значительные разрушения. Практически на всем протяжении железнодорожной линии насыпь была подтоплена до уровня подошвы шпал; на многих участках наблюдались деформации низового откоса насыпи в виде просадок до 30 см. Были подтоплены населенные пункты в районе железной дороги, в том числе и окраина г. Дальнереченска. Как утверждают очевидцы, по руслу Б. Уссурики плыли разрушенные строения и скот; наблюдались перевернутые дачные домики перед мостовым переходом через р. Малиновка на нечетном пути (Рис. 8.2.1а). На этом переходе, а также на нечетном мосту через реку

Б. Уссурка вода переливалась через струенаправляющие дамбы, в результате чего произошло их разрушение.

Для снижения уровней воды было решено взорвать участок автодороги Хабаровск-Владивосток на правобережной пойме р. Б. Уссурка. В образовавшийся проран с отверстием около 60 м поток устремился к совмещенной насыпи железной дороги перед обходом (со стороны Хабаровска), причинив в конечном счете значительный ущерб народному хозяйству.



Рис. 8.2.1. Последствия стихийного бедствия: (а) – разрушенные дачные домики на правой пойме р. Малиновки перед мостовым переходом; (б) – разрушение малого моста и железнодорожного полотна Транссибирской магистрали во время паводка

Наряду с взорванным участком автомобильной дороги, из-за большого объема хлынувшей воды был разрушен однопролетный мост с отверстием 6,5 м на 8858-ом км железнодорожной линии в результате подмыва устоев. В критическом состоянии оказались и три других подобных моста на этом участке железной дороги (на 8856, 8859 км и 1 км нечетного пути), несмотря на попытки защиты их крупными бетонными блоками.

На месте разрушенного малого моста образовался проран в насыпи протяжением около 45 м и глубиной размыва до 10 м (Рис. 8.2.1б), однако размеры образовавшегося отверстия оказались недостаточными, чтобы без значительного перепада уровней пропустить поступающий к нему расход воды (как выяснилось по результатам расчетов – около 950 м³/с). В результате оказались подтопленными жилые постройки ж/д станции Эбергард.

Проектные решения. Сразу же после прохода паводка в Минтрансстрое СССР состоялось Техническое совещание по капитальному восстановлению земляного полотна на рассматриваемом участке железной дороги, на котором было решено построить два новых двухпролетных моста по схеме 2 × 55 м или 2 × 66 м на местах проранов на железной и автомобильных дорогах Хабаровск-Владивосток. Этот проект являлся логическим продолжением принятого в период паводка 1989 г. решения отвода воды от железнодорожных мостов.

После подробного изучения обстоятельств прохождения осеннего паводка 1989 г. появились сомнения в целесообразности строительства новых мостов. Требование более детальной проработки вопроса для принятия оптимального проектного решения было высказано на техническом совещании у директора Дальгипротранса в сентябре 1989 г. В октябре 1989 г.

ЦНИИСом и Мосгипротрансом были подготовлены «Предварительные соображения по повышению надежности работы участка ст. Чалданка – ст. Дальнереченск Дальневосточной железной дороги», в которых указывались недостатки строительства новых мостов и предлагалось рассмотреть вариант увеличения отверстий мостов на железнодорожной линии через р. Б. Уссурка. Анализ предлагаемых проектных решений дается ниже.

8.2.2. Численное моделирование паводкового течения в районе железнодорожной линии

Постановка задачи. Математическая модель явления. Методика исследования паводкового течения в долинах рек Б. Уссурка и Малиновка выбиралась с учетом гидравлических и ситуационных особенностей рассматриваемого района, описанных в разделе 8.2.1. К ним относятся:

1. возможность поступления части расхода из долины р. Б. Уссурка в долину р. Малиновка через автодорогу на Звенигородку;
2. сильная извилистость русел, наличие разветвленной системы русел;
3. малая ширина русел по отношению к ширине пойм, большие размеры расчетной области (примерно 25×25 км);
4. переменный по длине уровень воды в р. Уссури, который является граничным условием модели;
5. наличие сети железных и автомобильных дорог, существенно влияющих на течения в расчетной области;
6. наличие пяти существующих и двух новых мостов, в том числе на поймах.

Все перечисленные факторы в совокупности ставят под сомнение возможность применения в указанных условиях традиционных методов расчета распределения расходов и уровней воды (например, морфометрических). Физическое моделирование также затруднено в силу разномасштабности русловых и пойменных участков, больших перепадов уровней, необходимости сильного искажения геометрических масштабов модели.

Напротив, математическая и численная модель паводкового течения, реализованная в виде комплекса программ «FLOOD» [Беликов, Милитеев, 2002a], позволяет учесть все отмеченные выше особенности. Модель проверена на данных экспериментальных исследований русло-пойменного потока, специально проведенных с этой целью; по ней проведены расчеты многих реальных объектов. По сведениям разработчиков модели, ее аналоги в России и за рубежом отсутствуют.

Математическая формулировка модели приводится в п.1.3.2 монографии. Отметим, что используются двумерные двухслойные уравнения мелкой воды в диффузионном приближении, решаемые на ЭВМ методом конечных элементов. Исходными данными для расчета являются отметки дна и коэффициенты шероховатости в узлах сетки, на которую разбивают всю область. В качестве граничных условий должны быть заданы удельные расходы воды на входных границах расчетной области и уровни водной поверхности на выходных границах.

Методика численного моделирования. Варианты расчетов. Первым этапом подготовки к численному моделированию является схематизация области течения. Верхняя граница области течения была выбрана прямолинейной общей для рек Б. Уссурка и Малиновка, нижняя граница принята проходящей по р. Уссури. Боковые границы области течения, через которые вода не протекает, были выбраны следующим образом:

- по границе правой поймы р. Б. Уссурка;
- на левой пойме р. Малиновка – по автодороге на пос. Веденку, далее по ж/д линии нечетного пути до пересечения с четным, далее по четному пути и далее по границе левой поймы р. Б. Уссурка от моста на четном пути до впадения в р. Уссури.

Русла были схематизированы линиями с учетом крупных излучин и рукавов, дороги и существующие мосты нанесены без каких-либо изменений. Ширины и глубины русел принимались по данным гидрометрических изысканий.

Вторым этапом подготовки данных являлось построение расчетных сеток. Вся область течения покрывается треугольной сеткой конечных элементов таким образом, чтобы все границы, русла, дороги попадали на грани и в узлы сетки. Для построения использовался пакет программ «TRIANA» [Беликов, 1984а]. Было построено несколько различных вариантов сетки, соответствующих разным расчетным вариантам:

- для паводка 1989 г.;
- для варианта с новыми пойменными мостами (Рис. 8.2.2а);
- для варианта с увеличенными отверстиями мостов на р. Б. Уссурка;
- для новых мостов и существующих с увеличенными отверстиями.

Сетки содержали свыше 1000 узлов и более 1700 элементов (расчеты проводились в 1990 г. на ПК АТ-286).

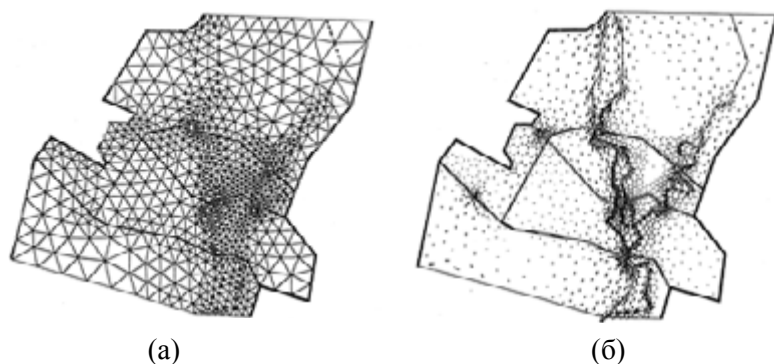


Рис. 8.2.2. Сетка конечных элементов для варианта с пойменными мостами (а) и поле скоростей течения при расходе 1% обеспеченности (б)

Третьим этапом подготовки данных являлось задание отметок поверхности поймы и коэффициентов шероховатости. Отметки переносились в память ЭВМ с карты в масштабе 1:25000, а также с продольных профилей же-

лезных и автомобильных дорог, продольных съемок русел, поперечников, крупномасштабных фрагментов вблизи мостовых переходов. Коэффициент шероховатости n в формуле Маннинга для коэффициента гидравлического трения для русла и поймы выбирались с учетом характера местности и растительного покрова на основе уже имеющегося опыта численного моделирования аналогичных объектов. Было принято для поймы $n = 0,05$, для русла $n = 0,025$.

Последним, четвертым, этапом подготовки данных являлось задание граничных и начальных условий для расчета. На входной (верхней) границе, там, где поток поступает на участок, задавали расход воды. Для паводка 1989 г. (расход 1 % вероятности превышения) принимался $Q_{1\%} = 10000 \text{ м}^3/\text{с}$, причем расход воды, проходящей по речной долине р. Малиновка, составил $2000 \text{ м}^3/\text{с}$, а по р. Б. Уссурка – $8000 \text{ м}^3/\text{с}$. Это распределение расходов включало перетекание $500 \text{ м}^3/\text{с}$ из долины р. Б. Уссурка в долину р. Малиновка выше расчетной области. Последнее, по-видимому, близко к истине, так как рассчитанные уровни воды в этом случае оказались близки к измеренным в паводок 1989 года.

Для поверочного паводка обеспеченностью 0,33% принималось $Q_{0,33\%} = 13400 \text{ м}^3/\text{с}$, причем для р. Б. Уссури $9700 \text{ м}^3/\text{с}$, а для р. Малиновки $3700 \text{ м}^3/\text{с}$, с учетом того, что $600 \text{ м}^3/\text{с}$ перетекает в р. Малиновку выше расчетной области.

На нижней (выходной) границе задавали уровни свободной поверхности воды, которые принимались совпадающими с уровнями $Z_{\text{пав}}$ в р. Уссури при соответствующем паводке. В устье р. Б. Уссурка для 1989 г. принимали $Z_{\text{пав}} = 57,82 \text{ мБС}$ с изменением вверх и вниз по течению р. Уссури из расчета $0,1 \text{ м/км}$, а для наибольшего расхода брали $Z_{\text{пав}} = 58,2 \text{ мБС}$, что соответствует 1% уровню р. Уссури, поскольку принимаемая в расчетах вероятность превышения для более крупной реки должна быть больше. Отметим, что по результатам расчетов влияние изменения уровней р. Уссури на $0,3\text{--}0,4 \text{ м}$ практически незаметно уже у четного пути с низовой стороны и тем более совершенно не влияет на уровни выше мостового перехода через р. Б. Уссурка на четном пути.

Результаты расчетов. Сначала моделировался паводок 1989 г. После установления решения с описанными выше исходными данными оказалась, что расхождение рассчитанных и измеренных на месте уровней воды составляет не более $5\text{--}10 \text{ см}$. (Рис. 8.2.4б). Это свидетельствует о том, что и коэффициенты шероховатости, и распределение расходов между долинами рек Б. Уссури и Малиновки оказались выбранными правильно, и, следовательно, с такими данными можно проводить и другие серии расчетов.

Следующей была смоделирована фактическая ситуация после взрыва автодороги Хабаровск-Владивосток, т.е. открыты два новых отверстия на автомобильной и железной дорогах, по площади живых сечений близкие к образовавшимся после взрыва проранам. В эти отверстия пошло $950 \text{ м}^3/\text{с}$ (примерно 10% суммарного расхода).

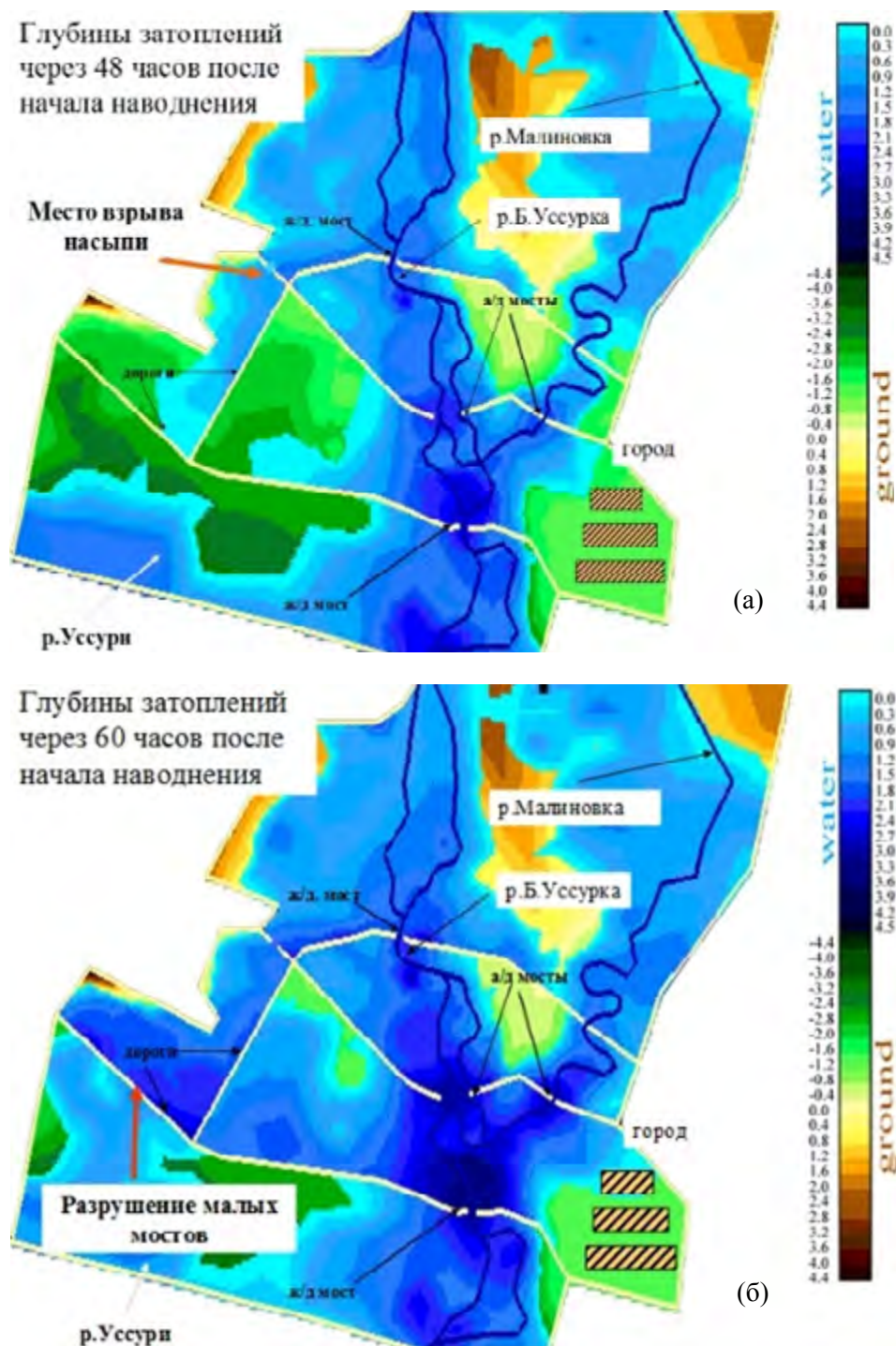


Рис. 8.2.3. Глубины затоплений через 48 (а) и 60 (б) часов после начала наводнения

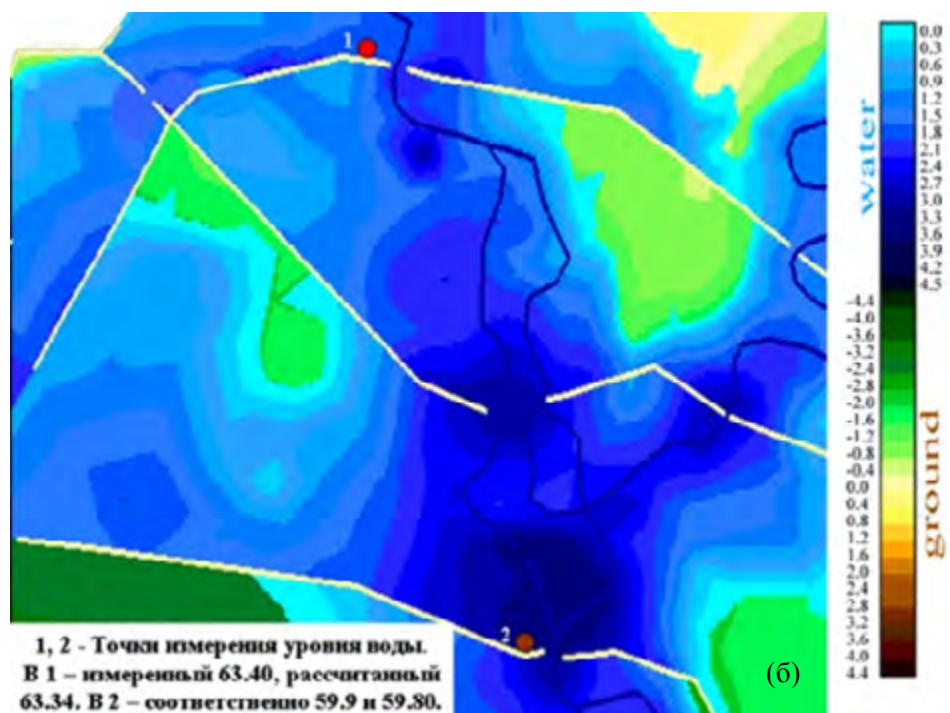
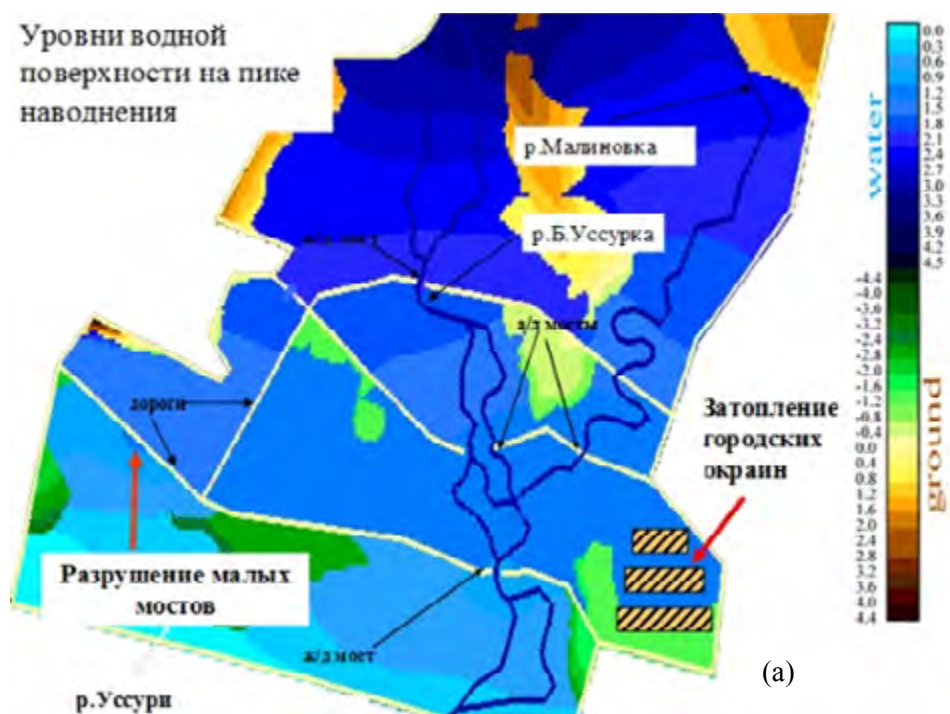


Рис. 8.2.4. Уровни водной поверхности на пике наводнения (а) и глубины на пойме в районе мостов (б)

Затем были рассчитаны на однопроцентный расход проектируемые новые мосты на пойме с учетом размыва до галечникового основания (на автодороге до отметки 55 мБС, на железной дороге до отметки 50 мБС). По сравнению с вариантом 1989 г (после образования проранов) уровни перед новыми мостами значительно снизились, однако проходящий через них расход увеличился всего на $100 \text{ м}^3/\text{с}$ (до $1050 \text{ м}^3/\text{с}$), а уровни у существующих мостов практически не изменилась. Это связано с тем, что участок поймы между проектируемыми мостами не может в рассматриваемой ситуации пропустить больше $1100 \text{ м}^3/\text{с}$, поэтому любое увеличение отверстий в проектируемых мостах уже не приведет к увеличению пропускаемого расхода. По этой причине размеры отверстий новых мостов не варьировали.

Поле средних по глубине скоростей течения на пойме (в центрах треугольных элементов) и в руслах для этого случая представлено на Рис.8.2.2б; зоны и глубины затопления в паводок 1989 г. на разные моменты времени приведены на Рис.8.2.3 а, б; отметки водной поверхности на пике наводнения – на Рис.8.2.4а.

Аналогичный расчет с дополнительными мостами, но при трехсотлетнем паводке, проводился для определения необходимого возвышения бровок земляного полотна. Были также проведены расчеты с увеличенными отверстиями мостов через р. Б. Уссурка на четном и нечетном пути при различном числе дополнительных пролетных строений при наличии и отсутствии новых мостов с приподнятой а\д на Звенигородку, не допускающей перелива. Следует подчеркнуть, что проведенное вариантное моделирование позволяет оценить эффективность практически любого проектного решения, аналогичного рассмотренным, так как промежуточные и комбинированные ситуации легко анализируются по рассчитанным «базовым» уже без применения ЭВМ.

8.2.3. Выводы и рекомендации

Компьютерная модель потока была откалибрована по гидрологической ситуации, создавшейся в осенний паводок 1989 г. Погрешность в определении уровней воды на пике паводка составила не более 0,1 м, при том, что средний уклон поверхности поймы на рассматриваемом участке равен 0,5 м/км, а размер расчетной области $25 \times 25 \text{ км}$.

Расчеты показали, что в паводок 1989 г. проран, образованный в насыпи автомобильной дороги посредством взрыва, пропускал до $950 \text{ м}^3/\text{с}$. Это незначительно (от 10 до 30 см) снизило уровень воды в районе переходов на железнодорожной линии и в населенных пунктах Сальское, Дальнереченск. В то же время, расход воды, поступающий через проран к железной дороге, явился причиной выноса одного и подмыва двух малых мостов, что привело к длительной остановке движения по Транссибирской магистрали. Таким образом, взрыв полотна автомобильной дороги оказался неэффективным.

Пропускная способность новых пойменных мостов в месте прорана на автомобильной дороге Хабаровск-Владивосток и на железнодорожной линии вместо вынесенного малого моста ограничена пропускной способностью правой поймы р. Б. Уссурка и составляет $1100 \text{ м}^3/\text{с}$ в паводок 1% вероятности превышения и $1600 \text{ м}^3/\text{с}$ – при 0,33%. Поэтому увеличение отверстий мостов свыше 66 м нерационально.

Для снижения уровней воды более рациональным решением является увеличение отверстий существующих мостов через р. Б. Уссурку на четном и нечетном железнодорожных путях. Расчетами установлено, что увеличение отверстия на нечетном пути на $2 \times 66 \text{ м}$ приводит к более значительному снижению уровней воды перед мостовым переходом, чем при устройстве дополнительных мостов. Аналогично увеличение отверстия моста на четном пути на $3 \times 66 \text{ м}$ гораздо эффективнее устройства дополнительных мостов.

По результатам моделирования проектировщикам рекомендовалось рассмотреть вариант с совмещением четного и нечетного пути с увеличением отверстия моста через р. Б. Уссурка на $4 \times 66 \text{ м}$ и разборкой части земляного полотна существующего нечетного пути. При этом строить пойменный мост на автомобильной дороге Хабаровск-Владивосток не следует.

8.3. Обоснование условий гидрологической безопасности селитебных территорий с применением численного гидродинамического моделирования (на примере г. Ярославль)

Городские и сельские поселения, расположенные в долинах рек в нижних бьефах гидроузлов, подвергаются риску затопления в результате гидродинамической аварии с прорывом напорного фронта (см. Главу 7). В этом разделе нами будет рассмотрен г. Ярославль, расположенный на берегу Горьковского водохранилища (р. Волга) в нижнем бьефе Рыбинского гидроузла. Соответствующие расчеты зон и глубин возможного (гипотетического) затопления волной прорыва для всего города в целом были выполнены в 2018 году [Belikov, 2018]. Применялась современная технология численного моделирования затопления селитебных территорий природными и техногенными паводками с использованием двумерных уравнений Сен-Венана и детальной трехмерной цифровой модели рельефа (ЦМР). Применение адаптивного генератора сеток и эффективных алгоритмов распараллеливания вычислений на графическом процессоре NVIDIA на основе технологии CUDA позволило выполнить расчеты зон и глубин затопления крупного города с учетом всех жилых, промышленных и дорожных сооружений, каждое из которых выделяется на сетке специальным образом. Это воспроизводит картину затопления, близкую к реальности.

8.3.1. Общие положения

Согласно действующим нормативным документам, территории поселений, расположенных на прибрежных участках, должны быть защищены от затопления паводковыми водами, ветровым нагоном воды и подтопления грунтовыми водами – подсыпкой (намывом) или обвалованием. Отметку бровки подсыпанной территории следует принимать не менее чем на 0,5 м выше расчетного горизонта высоких вод с учетом высоты волны при ветровом нагоне. Превышение гребня дамбы обвалования над расчетным уровнем следует устанавливать в зависимости от класса сооружений согласно СНиП 2.06.15 и СП 58.13330. Согласно [СП 42.13330.2011 Градостроительство..., 2011], за расчетный горизонт высоких вод следует принимать отметку наивысшего уровня воды повторяемостью: один раз в 100 лет – для территорий, застроенных или подлежащих застройке жилыми и общественными зданиями; один раз в 10 лет – для территорий парков и плоскостных спортивных сооружений. Размещение зданий, сооружений и коммуникаций инженерной и транспортной инфраструктур запрещается: в зонах возможного затопления (при глубине затопления 1,5 м и более), не имеющих соответствующих сооружений инженерной защиты.

В свою очередь, селитебные территории, расположенные в поймах рек, оказывают существенное влияние на уровни воды и зоны затопления при прохождении природных и техногенных паводков, создавая дополнительные гидравлические сопротивления движению водного потока, которые возникают из-за обтекания различных преград. Принципиальное значение имеет то, что эти сопротивления, которые необходимо учитывать в расчетах, являются сопротивлениями формы (а не трения) и не описываются простыми зависимостями типа формулы Маннинга. Особенно сильное влияние на уровни воды и зоны затопления оказывают жилая застройка высокой плотности и дорожные дамбы, перегораживающие пойму в поперечном направлении. Если территории защищаются дамбами или подсыпкой, то необходимо рассчитывать максимальные отметки затопления с учетом стеснения потока этими сооружениями. Встречаются случаи (в условиях исторически сложившейся застройки), когда населенные пункты не имеют инженерной защиты от наводнений. Это может привести к катастрофическим последствиям (например, для г. Крымска в наводнение 2012 года, см. раздел 8.4 монографии), поэтому необходимо уметь прогнозировать максимальные параметры затопления и динамику развития наводнения, чтобы правильно разработать планы оповещения и эвакуации населения.

Имеющаяся гидрологическая информация по водомерным постам (число которых в России в последнее время существенно сокращено) не позволяет в полной мере решить поставленные задачи по ряду причин:

1. За период инструментальных наблюдений могут не проходить экстремальные половодья малой обеспеченности 1% и менее

2. Если даже такие половодья и наблюдались когда-то давно, в силу антропогенного воздействия на пойму, из-за строительства водохранилищ, дноуглубительных работ в руслах рек, дорожного строительства на пойме и по другим причинам за прошедший период реальная связь уровней и расходов воды может существенно измениться (что и происходит в действительности), а имеющиеся наблюдения этого не покажут (в области расходов редкой повторяемости)

3. При выборе высотно-планировочных решений для новых участков застройки (если они охватывают большие пойменные территории) необходимо учитывать их влияние на изменение гидрологического режима, что затруднительно сделать только на основе ранее выполненных наблюдений

4. На основе наблюдений на водомерных постах невозможно спрогнозировать параметры волны прорыва от вышележащих гидроузлов (не основано на реальной угрозе), на которые также должна быть рассчитана инженерная защита селитебных территорий.

С учётом вышеизложенного выявляется необходимость применения численного гидродинамического моделирования для решения поставленных задач. Модель должна адекватно отражать все особенности паводковых течений с учетом зданий, защитных сооружений, мостовых переходов и другой актуализированной инфраструктуры, расположенной в пойме реки, учитывать нестационарный характер течения, влияние русловых деформаций (при необходимости) и прочие факторы. Модель должна быть откалибрована по фактическим данным, в том числе по возможности с учетом ретроспективного анализа. В настоящем разделе на примере реального объекта излагается современная технология и методология численного моделирования затопления селитебных территорий.

8.3.2. Объект исследования. Построение численной гидродинамической модели и её калибровка

Город Ярославль с населением более 700 тыс. жителей протянулся по берегам р. Волги (участок Горьковского водохранилища) на 30 км (Рис. 8.3.1 а). В 100 км выше по течению расположен Рыбинский гидроузел, плотина которого образует одно из самых больших в европейской части России Рыбинское водохранилище многолетнего регулирования с объемом при НПУ 25,4 куб. км. После строительства водохранилища максимальные паводковые расходы в нижнем бьефе и, соответственно, уровни 1%-го затопления существенно снизились, однако появилась гипотетическая угроза возникновения волны прорыва напорного фронта гидроузла. Учитывая интенсивную застройку территории города, нужно было определить участки,

на которых возможно строительство без защитных мероприятий, и участки, где такие мероприятия необходимы, и в каком объеме.

Для моделирования волны прорыва и определения гидрографа прорывного паводка была разработана численная гидродинамическая модель участка долины р. Волги от верховьев Рыбинского водохранилища до устья р. Кубань ниже г. Костромы общей протяженностью более 300 км (Рис. 8.3.1 б), включая сооружения Рыбинского гидроузла, жилую и промышленную застройку и дорожную инфраструктуру г. Ярославль. Учет в модели одновременно как верхнего бьефа (Рыбинского водохранилища), так и нижнего бьефа (Горьковского водохранилища) позволяет правильно рассчитывать расход излива через проран в плотине с учетом подтопления со стороны нижнего бьефа и является необходимым условием адекватного моделирования прохождения волны прорыва.

Расчеты выполнялись на основе двумерных уравнений Сен-Венана по оригинальному численному алгоритму, описанному в главе 2 монографии и реализованному в программном комплексе STREAM 2D CUDA [Алексюк, Беликов, 2017в].

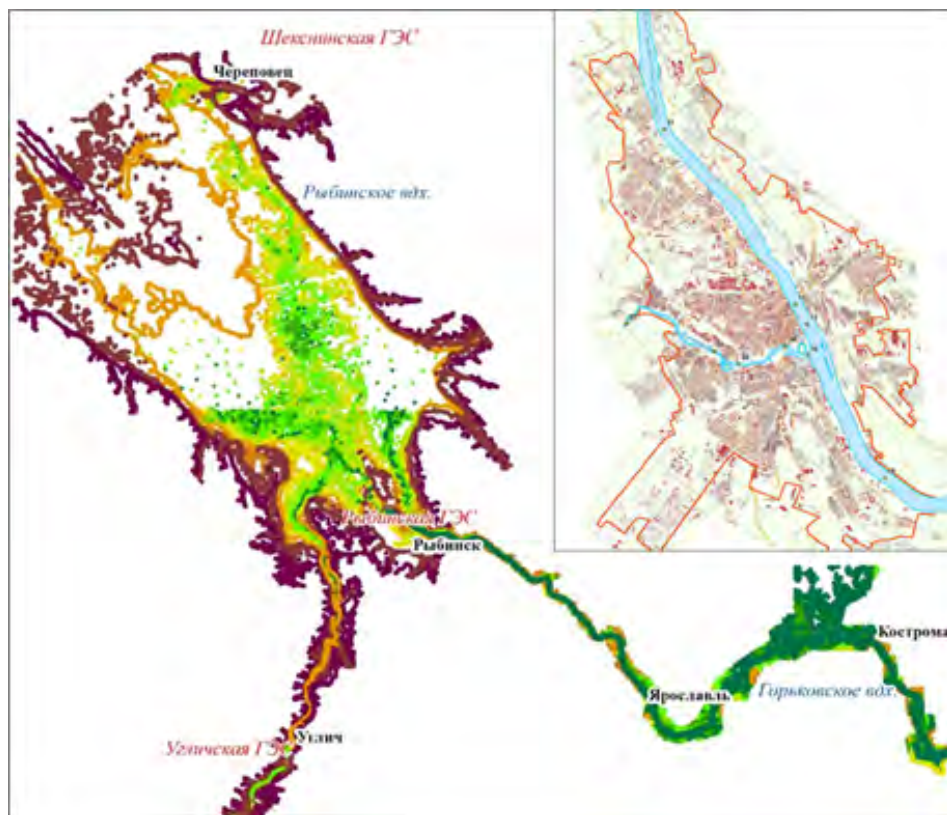


Рис. 8.3.1. Границы г. Ярославля и ЦМР расчетной области

Построение цифровой модели рельефа местности. Построение компьютерной модели начиналось с формирования цифрового рельефа местности. Электронная топографическая карта М 1:200 000 совмещалась с векторизованными лоцманскими картами долины р. Волга и с электронными горизонталями рельефа, векторизованными с карт М 1:25 000. На город Ярославль топография задавалась векторизованными топопланами М 1:500 и М 1:2000. Сооружения Рыбинского гидроузла оцифровывались по чертежам. Затем формировалась трехмерная ЦМР в виде набора точек и горизонталей в декартовых координатах X, Y, Z .

Дополнительно были использованы следующие данные:

- Общая ЦМР вдоль течения р. Волга от створа Рыбинской ГЭС до впадения реки Кубань в масштабах 1:25 000 и 1:200 000 (пойма) и 1:25 000 (русло)
- Уточненная ГИС морфометрия Горьковского водохранилища от створа Рыбинской ГЭС до впадения р. Кубань, с географически привязанными лоцманскими картами, и результатами батиметрической съемки
- Контуры дорог, водных объектов и зданий, полученных с сервиса Open Street Maps, на участок предполагаемого затопления в координатах WGS 1984.

Построение расчетной сетки. Далее, при помощи специально разработанной уникальной автоматизированной методики была построена гибридная треугольно-четырёхугольная сетка нерегулярной структуры, состоящая из более чем шестисот тысяч ячеек, максимально адаптированная к контуру и топографии расчетной области и учитывающая все здания и сооружения в границах возможного затопления г. Ярославль.

На участке вне границ г. Ярославля русло р. Волги описывалось сеткой с характерной длиной стороны ячейки 60 м, на пойменной части – от 100 м непосредственно у береговой линии до 1000 м на наиболее удалённых участках, в том числе на удаленной от Рыбинской ГЭС акватории Рыбинского водохранилища. В границах г. Ярославль в русле Волги сетка сгущалась до 40 м, а береговая область описывалась по специальной методике. Для этого была использована векторная карта города, с которой взяты дороги и строения. Дороги описаны адаптивной сеткой со стороной ячейки 10 м, вокруг строений выделена 50-метровая область, в которой характерный размер ячейки задан равным 15 м, а ребра сетки явным образом совмещены со стенами зданий. При этом области, попадающие внутрь контуров зданий, из расчётной сетки удалены. Таким образом, стены зданий являются границами непротекания расчётной области, напрямую влияющими на поле скоростей. Вся остальная часть города описана сеткой с характерным размером ячейки в 50 метров. Схематизация разбиения по размерам ячеек приведена на Рис. 8.3.2, фрагменты расчетной сетки – на рисунках 8.3.3, 8.3.4.

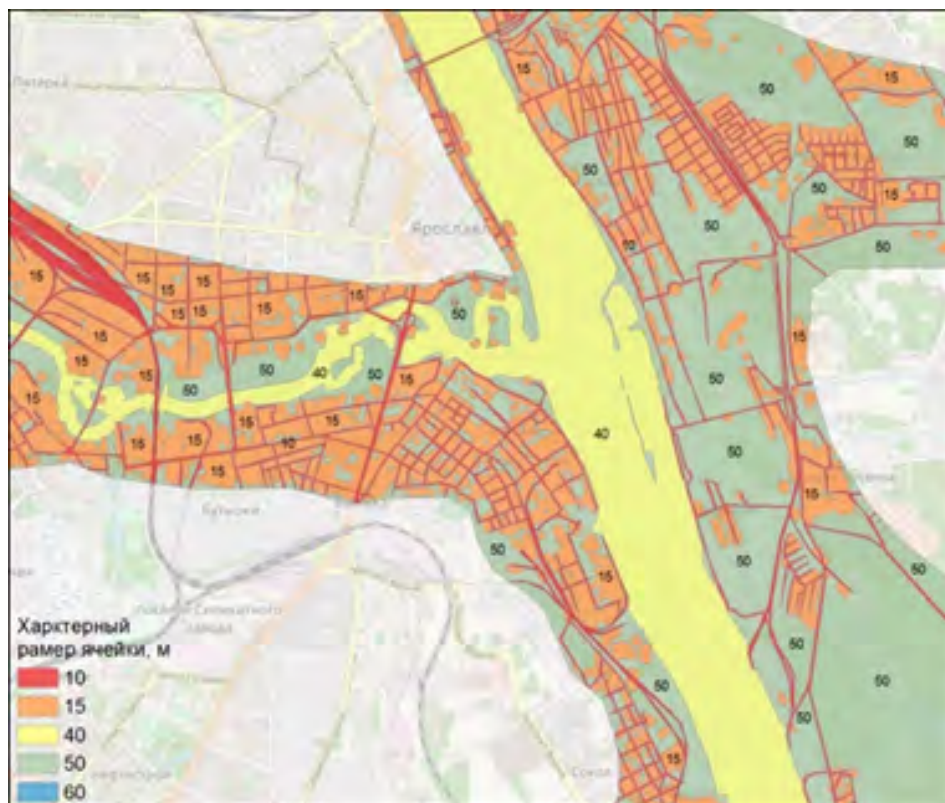


Рис. 8.3.2. Области расчётной сетки с указанием характерной длины стороны ячейки, м. Фрагмент в районе устья р. Которосль

Построение сетки проводилось в программном обеспечении BlueKenue, разработанном в Национальном Исследовательском Совете Канады для построения расчётных сеток в двумерных численных моделях [BlueKenue, 2016].

После построения сетки отметки рельефа интерполировались в центры ячеек сетки при помощи оригинального алгоритма [Belikov, Semenov, 2000].

Калибровка численной модели. Важным этапом при построении компьютерной гидравлической модели объекта является ее калибровка, т.е. настройка на данный объект путем подбора входящих в модель параметров таким образом, чтобы получить согласование с имеющимися натурными данными. Для верхнего бьефа Рыбинского гидроузла было выполнено сопоставление проектной кривой связи объемов и уровней водохранилища с рассчитанной на математической модели. Соответствие получилось хорошим. Для решения поставленных в данной работе задач расчета экстремальных затоплений в нижнем бьефе необходима калибровка на высокие

паводковые расходы воды. Для калибровки было выбрано половодье 1966 г., максимальное за весь период одновременного существования Рыбинского и Горьковского водохранилищ. На основании данных измерений расходов воды весной 1966 г. был выбран период с 12 по 17 мая, соответствующий максимальному и примерно постоянному сбросу воды с Рыбинского гидроузла 5376 куб. м/с. Суммарный расход боковых притоков с учетом стока р. Которосль на период с 12 по 17 мая составил 237 куб. м/с. Суммируя это значение с расходом воды, сбрасываемым в этот период с Рыбинского гидроузла, получаем расход по р. Волге ниже впадения р. Которосль, равный 5613 куб. м/с.



Рис. 8.3.3. Расчетная сетка на г. Ярославль с учетом зданий и сооружений. Фрагмент в районе устья р. Которосль



Рис. 8.3.4. Фрагмент расчетной сетки русла и поймы р. Волга в районе г. Рыбинска.
 1 – Волжский створ; 2 – Шекснинский створ; 3 – Рыбинское водохранилище;
 4 – Горьковское водохранилище (р. Волга)

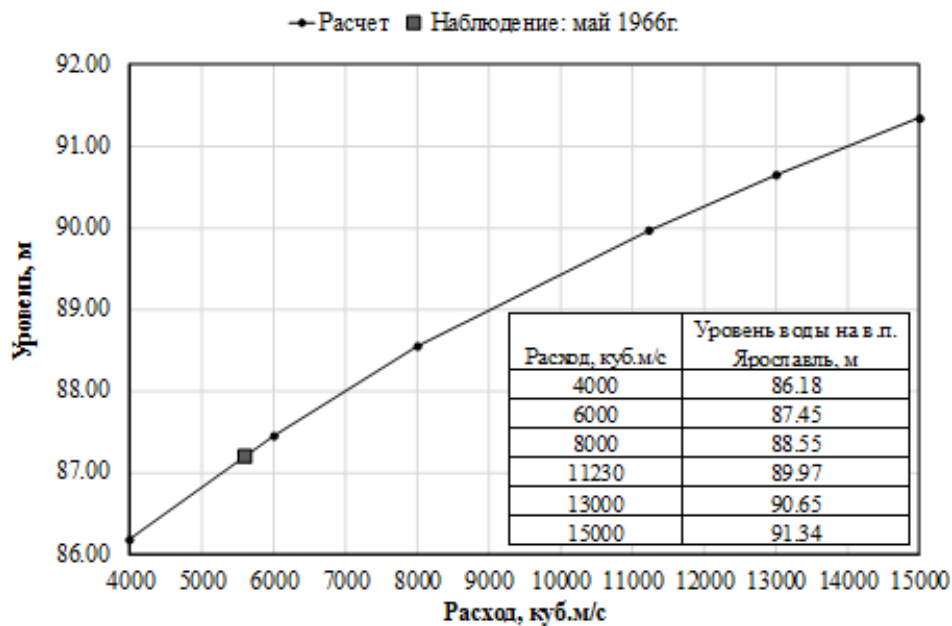


Рис. 8.3.5. Рассчитанная кривая связи расходов и уровней воды на водомерном посту Горьковское водохранилище – г. Ярославль

Максимальный уровень воды на гидрологическом посту Горьковское водохранилище (р. Волга) – г. Ярославль за период 1957–2014 гг. составил

87,19 м и наблюдался 14, 16, 17 мая 1966 года. Уровень воды на в.п. Ярославль, полученный в результате калибровочного расчета с расходом по реке 5613 куб. м/с, составляет 87,24 м, т.е. превышает наблюденный на 5 см. При таких расходах и уровнях воды эта погрешность является незначительной (тем более если учитывать некоторую неоднозначность в определении суммарного расхода бокового притока). Значения коэффициентов шероховатости в формуле Маннинга принимались в этих расчетах и в дальнейшем при расчете затопления волной прорыва для русла р.Волга ниже Рыбинского гидроузла $n = 0,019$ и на пойменной территории $n = 0,05$. На рисунке 8.3.5 приведена полученная в результате численного моделирования кривая связи расходов и уровней воды на гидрологическом посту Ярославль в диапазоне расходов от 4 тыс. куб.м/с до 15 тыс. куб.м/с (при условии поддержания в верхнем бьефе Горьковского гидроузла отметки НПУ = 84,0 м). Черным квадратом на этом графике обозначен максимальный уровень половодья 1966 года. Эта кривая не может быть получена эмпирическим путем, поскольку данные наблюдений в диапазоне больших расходов за период существования Горьковского водохранилища отсутствуют.

По данным Ярославского Центра по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды однопроцентный уровень затопления на водомерном посту Ярославль равен 87,22 м. Поскольку в калибровочном расчете получен уровень 87,24 м (отличается всего на 2 см в большую сторону), то результаты этого расчета можно принять за результаты затопления паводком обеспеченностью 1%.

По результатам расчетов был построен продольный профиль водной поверхности при паводке 1% обеспеченности в районе г. Ярославль. Общий перепад по величине 1% уровня в границах г. Ярославль (на р. Волга) составил около 0,75 м. Были так же построены максимальные уровни и зоны затопления территории г. Ярославль однопроцентным паводком. В целом территория города затопливается незначительно.

8.3.3. Сценарии гидродинамической аварии

Параметры волны прорыва и последствия гидродинамической аварии наряду с топографией нижнего бьефа, батиметрией водохранилища и точностью расчетных методик в значительной степени определяются сценариями развития аварии на гидроузле и в нижнем бьефе. Сценарии зависят от конструктивных особенностей гидроузла, характеристик верхнего и нижнего бьефов (например, наличия каскада гидроузлов) и от других причин. Сценарии гидродинамической аварии и их вероятности представлены в декларации безопасности Рыбинского гидроузла [Декларация безопасности..., 2015].

Сценарий 1 – отказ дамбы №46 (Шекснинский створ).

Авария происходит при отметке верхнего бьефа, равной НПУ.

1) Нарушения в работе дренажной сети с подъемом кривой депрессии и

развитием интенсивной фильтрации в теле сооружений, обводнением низовой призмы.

2) Увеличение градиентов напора в основании и теле дамбы, прогрессирующее развитие суффозии грунта, образование суффозионных воронок.

3) Образование просадок грунта на гребне и низовом откосе, обрушение низового откоса с образованием сквозного хода сосредоточенной фильтрации.

4) Увеличение расхода воды, обрушение гребня, прорыв напорного фронта с возникновением волны прорыва.

Проведенная качественная и количественная оценка вероятности гидродинамических аварий для отдельных ГТС Рыбинской ГЭС [Декларация безопасности..., 2015] показала следующее:

– среднегодовая вероятность возникновения аварии дамбы №46 на фоне среднемноголетнего расхода (сценарий 1) $3,47 \times 10^{-4}$ 1/год, что ниже допустимой величины для сооружений II класса, составляющей 5×10^{-4} 1/год;

– исходя из этого сценарий прорыва напорного фронта Шекснинского створа в русловой его части на фоне среднемноголетнего расхода и уровне верхнего бьефа, равном НПУ, рассматривался как наиболее вероятный.

Сценарий 2 – прорыв грунтовой плотины Волжского створа при уровне верхнего бьефа, равном форсированному подпорному уровню на фоне половодья обеспеченностью 0,01% (повторяемостью 1 раз в 10 тысяч лет).

Следует отметить, что сценарий 2 (прорыв Волжского створа), являясь наиболее тяжелым, согласно [Декларация безопасности..., 2015] имеет чрезвычайно низкую среднегодовую вероятность аварии $5,64 \times 10^{-8}$ 1/год, т.е. его повторяемость – один раз в 20 миллионов лет (для сравнения, все основные сооружения атомных электростанций рассчитываются на вероятность аварии 10^{-6} 1/год, или один раз в миллион лет). Совершенно очевидно, что подчинять застройку города требованию незатопления при аварии такой редкой повторяемости нерационально и практически совершенно нереально. Однако в настоящей работе расчет для наиболее тяжелого сценария тоже был выполнен с целью построения кривой связи уровней воды с вероятностями достижения этих уровней (см. ниже).

8.3.4. Расчеты параметров волны прорыва от гидродинамической аварии

Для моделирования прорыва Шекснинского створа в качестве начальных условий принимался уровень Рыбинского водохранилища, равный НПУ 102,0 м и среднемноголетний расход р. Волги в створе Рыбинского гидроузла $431 \text{ м}^3/\text{с}$. На выходной границе расчетной области модели ниже г. Кострома задавалась связь расходов и уровней воды $Q(H)$, полученная из ранее выполненных расчетов по одномерной гидродинамической модели всего Горьковского водохранилища [Крыленко, 2007]. Время начала раскрытия прорыва смещено от времени начала расчета на 24 часа.

Развитие прорана в грунтовой плотине во времени рассчитывалось по методике [Прудовский, 1998] с учетом переменной высоты плотины над поверхностью земли. Максимальная ширина прорана по расчету получилась равной 675 м. Максимальный расход через проран достигается примерно через 15 часов после начала аварии и составляет $13162 \text{ м}^3/\text{с}$. Поле скоростей течения в районе Шекснинского створа на момент времени 15 часов после начала аварии приведено на рисунке 8.3.6.

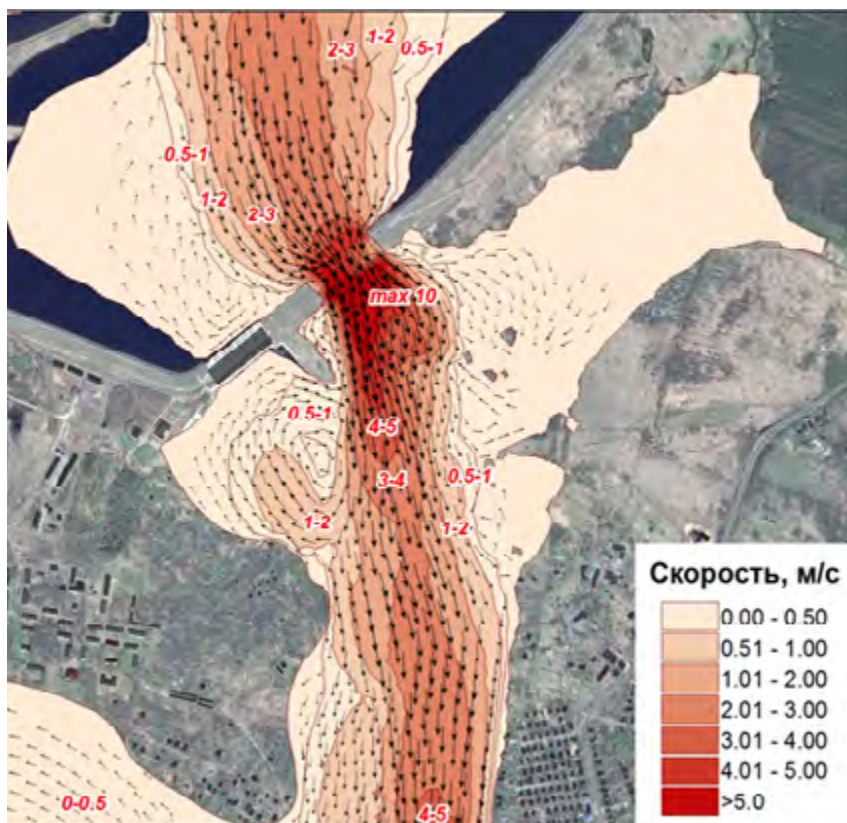


Рис. 8.3.6. Поле скоростей течения через 15 часов от начала аварии при образовании прорана в Шекснинском створе Рыбинского гидроузла

В створе гидропоста г. Ярославль (центр города) подъем уровней воды начнется через 6,2 часа (время добегания фронта волны прорыва) после начала аварии, максимальная отметка затопления 89,87 м будет достигнута через 71 час (время добегания гребня волны трое суток), что исключает фактор внезапности. Расчетами установлено, что разница максимальных уровней затопления северной и южной частей города составляет более 1 м. Это следует учитывать при разработке мероприятий инженерной защиты. Нельзя принимать постоянную отметку затопления для всего города в целом.

На момент максимального затопления 71 час были построены крупномасштабные планы (М 1:25 000) границ, уровней и глубин затопления на всю территорию г. Ярославль в формате A1. На картах показаны границы затопления от аварии, от паводка 1% обеспеченности, а также выделены красным цветом линии глубин до 1,5 м и синим цветом – линии глубин 3,0 м. Фрагмент такого плана представлен на Рис. 8.3.7.



Рис. 8.3.7. Глубины затопления г. Ярославль волной прорыва. Фрагмент в районе устья р. Которосль. 1– линия НПУ = 84,0 м; 2– линии глубин 1,5 м; 3 – линия глубин 3,0 м; 4 – зона затопления

На застроенной части г. Ярославль максимальные глубины затопления меняются от 0 до 3 м. Глубинами более 3,0 м затоплены понижения рельефа в основном вдоль берегов Горьковского водохранилища, максимально возможные глубины затопления здесь локально могут составлять до 6 м. По расчетам общая площадь затопления г. Ярославль составила 33,25 км², в том числе глубиной 3 м и более – 5,89 км², глубиной 1,5 м и более – 15,35 км².



Рис. 8.3.8. Поле скоростей течения воды в устье р. Которосль (с учетом перспективной застройки) при развитии прорана в Шекснинском створе Рыбинского гидроузла через двое суток после начала аварии

Общая продолжительность затопления составит более 5 суток. Анализ полей скоростей течения при максимальном затоплении от аварии показал, что скорости на пойме незначительные и находятся в пределах от 0 до 0,2 м/с (что согласно [СП 42.13330.2011 Градостроительство..., 2011], позволяет производить жилую застройку на территориях с глубиной затопления до 1,5 м), в русле р. Волга скорости меняются от 1 до 1,5 м/с, локально до

2,0 м/с, в русле и на пойме р. Которосль скорости до 0,2 м/с (Рис.8.3.8). По результатам расчетов максимальных уровней воды на гидропосту Ярославль для различных сценариев (паводки обеспеченностью 1% и 0,01%, наиболее вероятный и наиболее тяжелый сценарии прорыва напорного фронта Рыбинского гидроузла) был построен график связи уровней воды с вероятностью достижения этих уровней (Рис.8.3.9). С использованием этого графика можно построить кривую рисков затопления города и на её основе дать рекомендации по необходимым мероприятиям инженерной защиты (см. Главу 9).

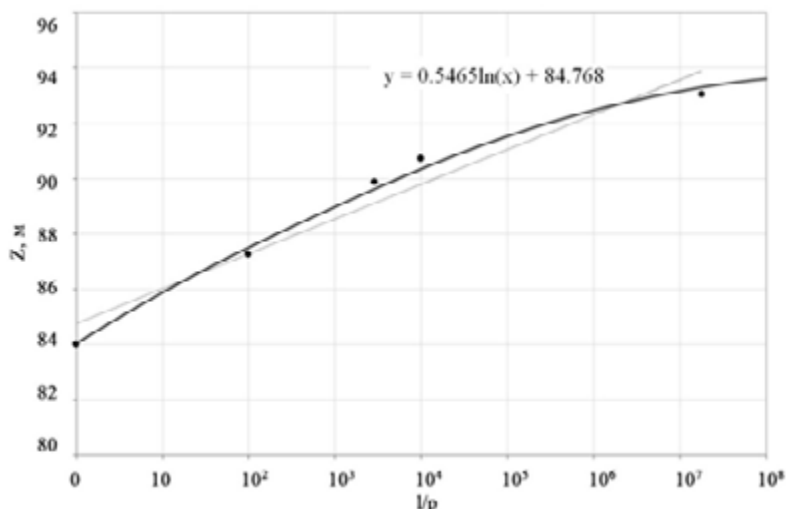


Рис. 8.3.9: Кривая связи уровней воды на гидропосту г. Ярославль с вероятностью достижения этих уровней.

8.4. Численное моделирование катастрофического наводнения в г. Крымске 6–7 июля 2012 г.

В этом разделе представлены результаты численного моделирования прохождения быстроразвивающегося экстремального паводка по долине р. Адагум в районе г. Крымска в июле 2012 г. Расчеты проводились на основе уравнений Сен-Венана (мелкой воды) в одномерной и двумерной постановках. Проанализировано влияние дорожных сооружений и городской застройки на уровни затопления. Результаты опубликованы в работах [Алексеевский и др., 2014; Norin, Belikov, Alekseyuk, 2017].

Город Крымск расположен в зоне перехода от западного окончания Главного Кавказского хребта к Западно-Кубанской равнине. Через город протекает р. Адагум – левый приток Кубани, образующаяся немного выше г. Крымска при слиянии рек Баканка и Неберджай. Река Адагум впадает в Варнавинское водохранилище. Общая площадь территории водосбора р. Адагум у г. Крымск – 328 км². В ночь с 6 на 7 июля 2012 г. в течение су-

ток в районе водосбора р. Адагум выпали интенсивные ливневые осадки (Крымск 171 мм, Новороссийск 292 мм, Геленджик 297 мм [<http://www.pogoda.ru.net>], что в совокупности со значительными уклонами водосбора (до 150 ‰) привело к формированию экстремального паводка. Пиковые значения расхода воды в центральной части города оцениваются равными 1500–1600 м³/с, паводок развивался стремительно, вода в городе поднялась на 7 метров от меженного уровня до отметки 25,31 м БС по г/п Крымск, в течение нескольких часов было затоплено более 7 тысяч домов (Рис.8.4.1), что привело к значительным разрушениям и человеческим жертвам.



Рис. 8.4.1. Затопленные улицы города Крымск 7 июля 2012 г.

8.4.1. Оперативные расчеты по одномерной модели

В первые дни после случившегося наводнения высказывалось очень много гипотез о возможных причинах катастрофического события. Для оперативного анализа ситуации сотрудниками Географического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова И.Н. Крыленко и Н.И. Алексеевским была применена одномерная гидродинамическая модель Mike 11. Исходными данными для расчетов явились поперечные профили через долину р. Адагум (Рис.8.4.2), полученные на основе карт масштаба 1:25000 и 1:10000, оценки возможного расхода воды, космические снимки, отражающие ситуацию до наводнения и сразу после наводнения (с границей затопления). Общая протяженность моделируемого участка составила 20 км. В качестве верхнего граничного условия при моделировании задавался расход р. Адагум, на нижней границе – уровень Варнавинского водохранилища.

Была проведена серия следующих модельных экспериментов.

1. Различные постоянные во времени расходы воды на входной границе. Серия экспериментов с различными расходами воды показала, что для совпадения рассчитанных и наблюдаемых уровней и границ затопления максимальный расход паводка 6–7 июля на р.Адагум у г. Крымск должен был превышать 1000 м³/с, что и подтвердилось дальнейшими оценками



Рис. 8.4.2.
Расположение поперечных профилей одномерной модели

максимального расхода по меткам высоких вод и по формулам предельной интенсивности стока. Уровни воды по результатам расчетов при расходах воды более $800 \text{ м}^3/\text{с}$ превысили меженные на 4–5 м (Рис. 8.4.3, 8.4.4).

2. Различные уровни на нижней границе. Оценка подпорного влияния Варнавинского водохранилища на уровни воды у г. Крымск была проведена в связи с тем, что одна из гипотез о катастрофическом затоплении города связывалась с недостаточной сработкой Варнавинского водохранилища до начала паводка. В процессе модельных экспериментов уровень воды в Варнавинском водохранилище был понижен с фактически наблюдаемых 9 м БС до 7 м БС. Расчеты показали, что подпорное влияние водохранилища на уровни в г. Крымск практически отсутствует (Рис.8.4.5), поэтому степень его предшествующей сработки не могла повлиять на ситуацию с затоплением г. Крымск.

3. Различные шероховатости подстилающей поверхности. Эксперименты с расчетами при постоянном расходе воды и различной шероховатости пойм показали, что изменение коэффициента шероховатости в формуле Маннинга с 0,04 до 0,05 изменяет отметки водной поверхности на 0,2–0,5 м на различных участках, т.е. данный параметр может оказывать существенное влияние на уровни воды на рассматриваемой территории и требует уточнения на основе более детальной информации о подстилающей поверхности, характеризующейся в рассматриваемом случае плотной городской застройкой.

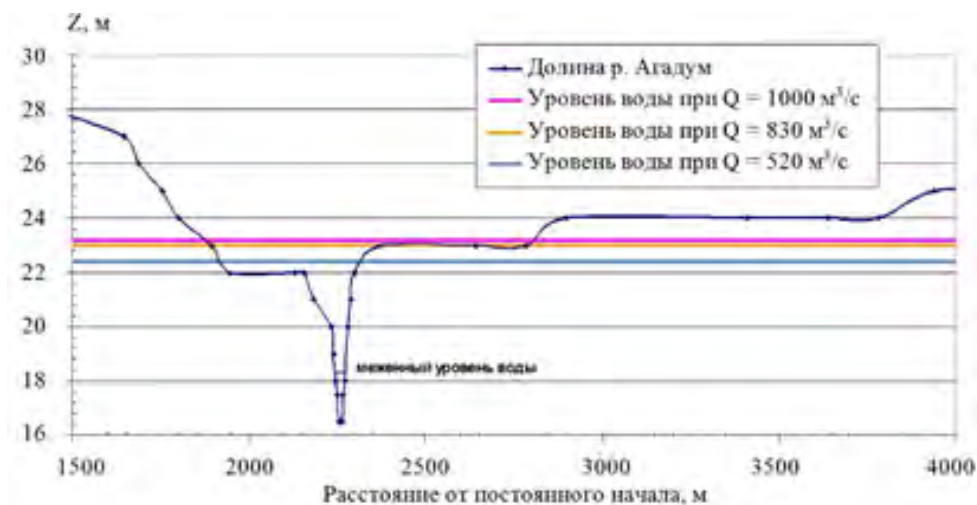


Рис. 8.4.3. Поперечный профиль через долину р. Агадум в г. Крымск у центрального стадиона и рассчитанные по одномерной модели уровни затопления при различных расходах воды



Рис. 8.4.4. Вид на затопленный стадион в г. Крымск 7.07.2012

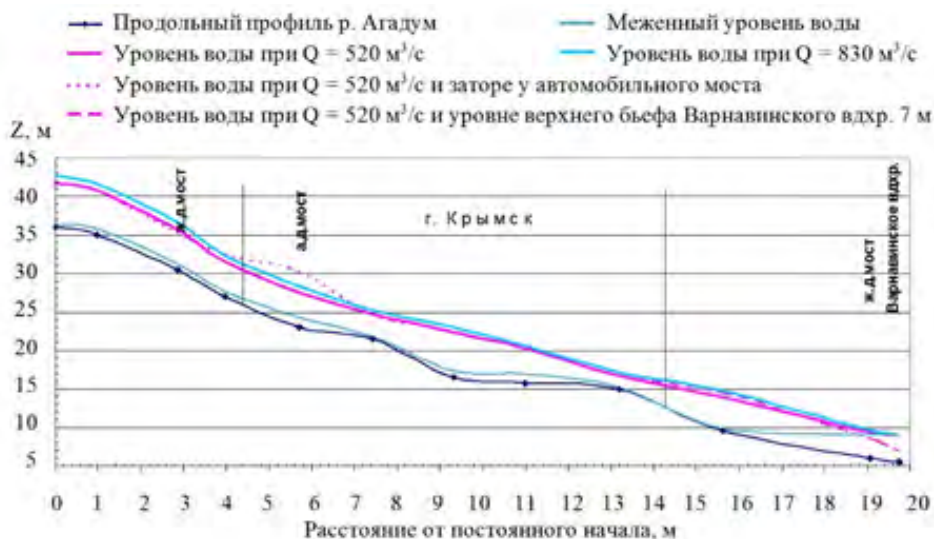


Рис. 8.4.5. Рассчитанные на основе модели MIKE 11 продольные профили водной поверхности р. Агадум при различных входных расходах воды, уровне воды на нижней границе и подпорном влиянии от заторов

4. Сужение поперечного сечения под мостовыми переходами за счет заторов. Также на основе одномерной модели была проведена оценка возможного влияния образования заторов из древесного материала, мусора и т.п., уменьшающего пропускную способность русла у мостов через реку. Для этого сечение в поперечном профиле у мостов уменьшалось и результаты расчетов отметок водной поверхности сопоставлялись с отметками при полностью открытом сечении. Эксперименты показали, что даже при полностью закрытом сечении меженного русла у верхнего городского автодорожного моста повышение уровней воды наблюдается на локальном участке выше моста протяженностью до 2 км и на расстоянии 1,5 км составляет 1 м (Рис. 8.4.5). Такую оценку о влиянии заторов у мостов только на локальных участках следует считать предварительной, т.к. подпорные эффекты от дамб, мостов и зданий при неустановившемся движении воды можно детально оценить только на основе двумерной гидродинамической модели.

8.4.2. Расчеты по двумерной гидродинамической модели

Только на основе двумерной (в плане течения) модели можно достоверно получить плановую картину распределения скоростей течения и уровней воды на поймах. Поэтому на следующем этапе для детальной оценки зон затопления, районирования территории г. Крымск по степени возможных разрушений в случае затопления и выработки соответствующих решений по возможной реорганизации городского хозяйства была применена двумерная (плановая) гидродинамическая модель «STREAM 2D»

[Беликов, Кочетков, 2014] на тот же участок, что и одномерная модель – от слияния рек Неберджай и Баканка до Варнавинского водохранилища. Расчеты выполнялись сотрудниками Отдела численных гидравлических исследований ОАО «НИИЭС» в рамках проведения Судебной гидротехнической экспертизы. Оперативную организацию сбора актуализированных исходных данных для расчетов обеспечил директор Волгоградского филиала ОАО «НИИЭС» Г.Л. Мажбиц.



Рис. 8.4.6. Гистограмма осадков по м/с Крымск за период наводнения

Для построения модели использовалась ЦМР долины р. Адагум, созданная на основе топографических карты с сечением высоты рельефа через 1 м, паспорта мостов, результаты обследования на местности, определенный по меткам высоких вод максимальный расход воды. В модели были учтены отметки насыпи ж/д полотна, основные городские магистрали (выделялись на расчетной сетке специальными рядами ячеек с пониженным коэффициентом шероховатости), городская застройка (моделировалась участками с повышенной шероховатостью), завалы на мостовых переходах, выпадение осадков непосредственно в черте города (Рис. 8.4.6). На входной границе модели задавался гидрограф расхода (изменение расхода реки во времени), восстановленный по имеющимся данным, на выходной границе – уровень воды в Варнавинском водохранилище.

Модель калибровалась сопоставлением изменения уровня воды на в/п Крымск во времени и фактических зон затопления с рассчитанными (Рис. 8.4.7, 8.4.8). Кроме того, на модели контролировался приток воды к Варнавинскому водохранилищу (расчетное значение максимального притока составило $1400 \text{ м}^3/\text{с}$, что близко к фактическим значениям), а также участки перелива через железнодорожную насыпь, которые были зафиксированы путевыми службами МПС. Результаты калибровки оказались весьма удовлетворительными.

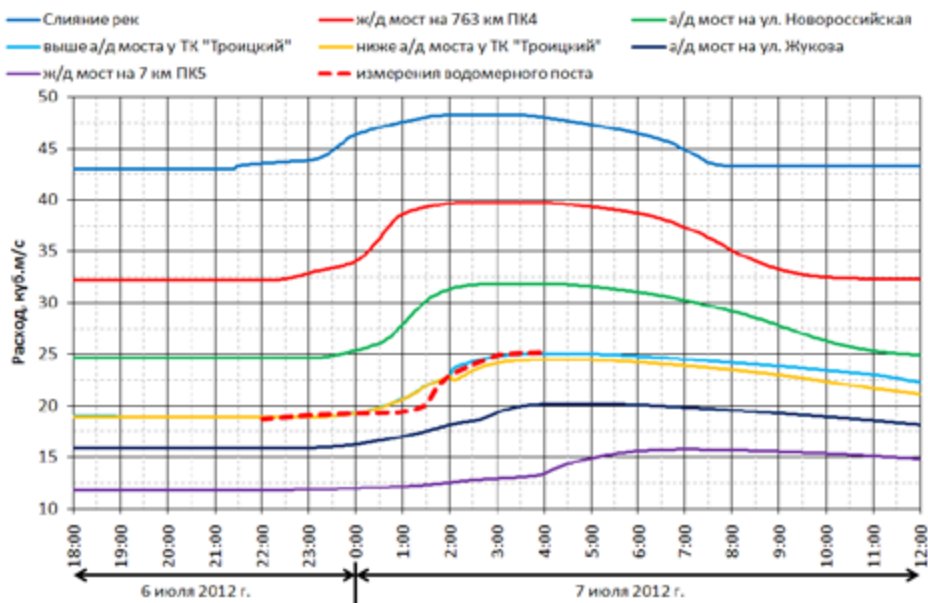


Рис. 8.4.7. Рассчитанные уровни воды в контрольных точках, расположенных вдоль русла, в зависимости от времени. Пунктиром обозначен фактический ход уровней на в/п Крымск

Некоторые отклонения в границах зон затопления можно отнести как за счет отсутствия актуального рельефа (съемка рельефа проведена 30 и более лет назад, нет отметок верха дорожного покрытия некоторых автодорог, имевшиеся ранее на рельефе овраги в черте города могли быть засыпаны), так и за счет неточности в задании фактической границы зоны затопления (в частности, во взятых из Интернета картах затоплений не нанесены зоны затопления сельхозугодий).

Максимальные скорости течения по некоторым городским улицам в расчетах достигали 1,5–1,8 м/с (Рис. 8.4.9), что также близко к наблюдаемым значениям. Это является еще одним подтверждением адекватности разработанной гидродинамической модели реальным условиям прохождения паводка.

Верификация модели была выполнена воспроизведением условий паводка 2002 г., когда максимальный расход на в/п Крымск достигал 800 м³/с, а максимальный измеренный уровень воды на в/п г.Крымск – 23,53 м БС. При этом входной гидрограф на модели был уменьшен пропорционально отношению максимальных расходов, а продолжительность паводка принималась как для 2012 г. Проверочный расчет на модели дал величину 23,60 м БС, т.е. расхождение с натурой составило всего 7 см при глубине потока 5,5 м.

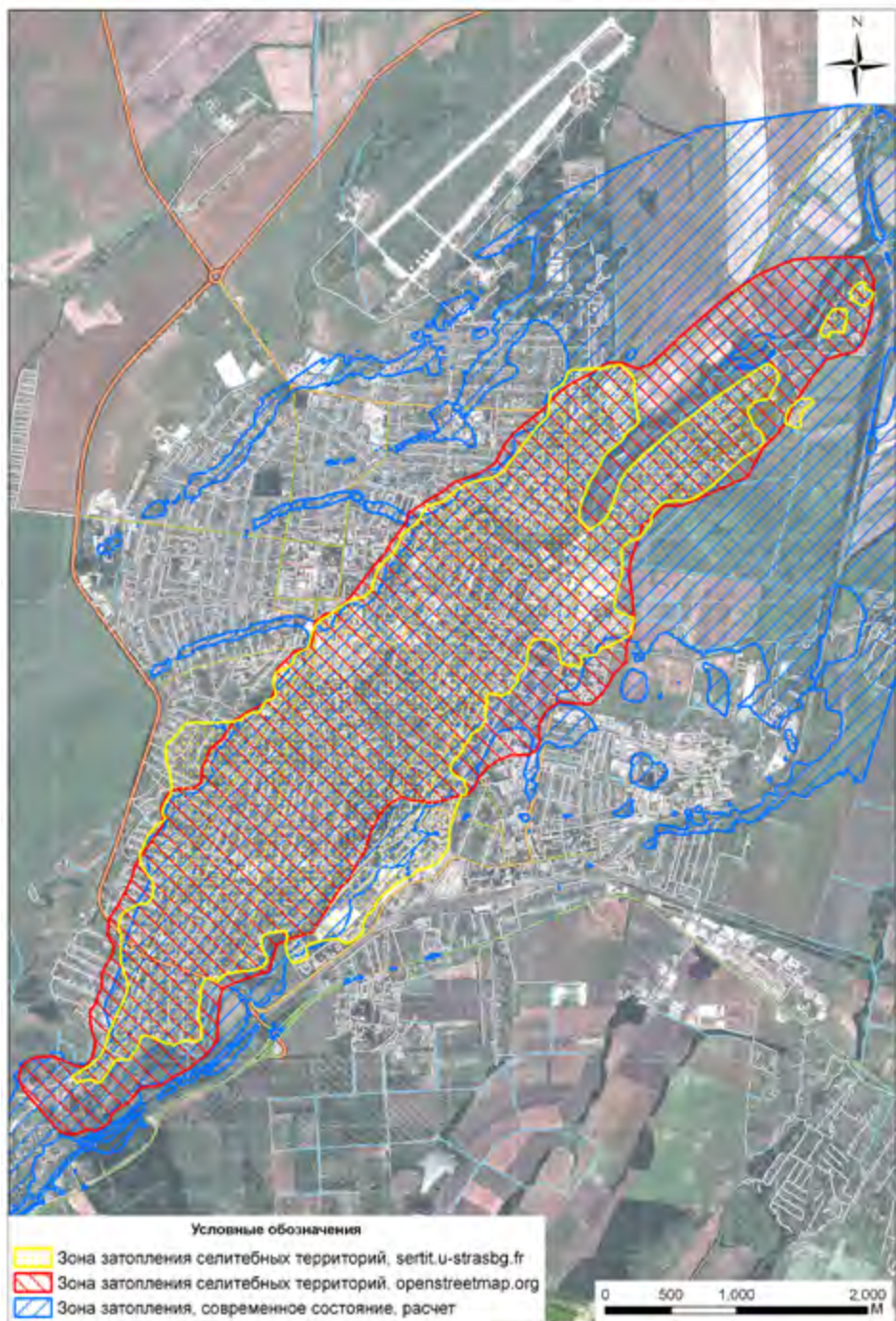


Рис. 8.4.8. Сопоставление границ затопления г. Крымск при катастрофическом наводнении 6–7 июля 2012 года, рассчитанных на основе двумерной модели и полученных с космического снимка Sertit и с сайта openstreetmap.org.

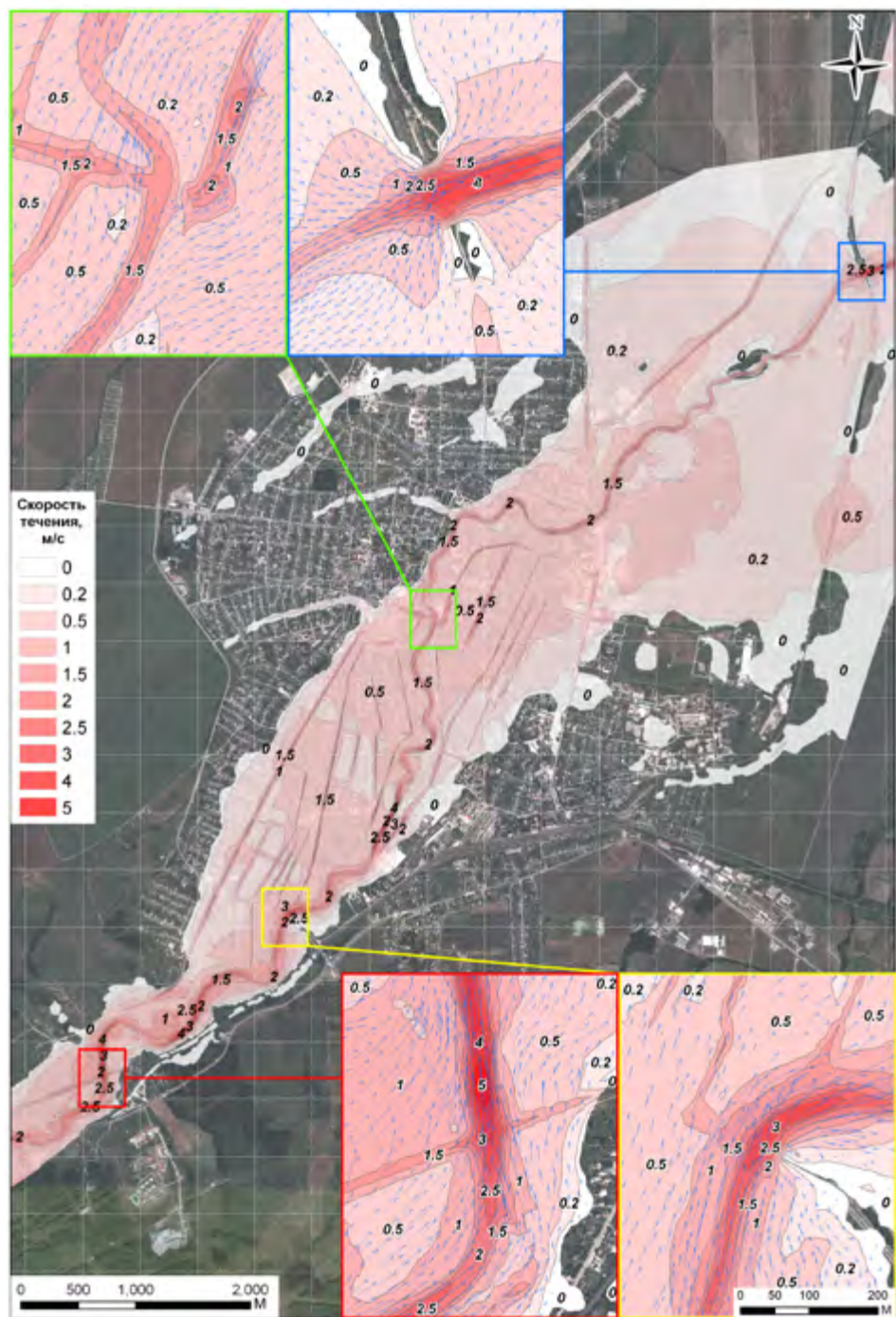


Рис. 8.4.9. Поля скоростей течения в области затопления г. Крымск (по руслу реки, основным городским автомагистралям, в жилых районах и вблизи основных авто- и железнодорожных мостов)

После того, как модель была откалибрована и верифицирована, была проведена серия модельных экспериментов:

- 1) оценка влияния мостовых переходов на затопление;
- 2) оценка влияния заторов из древесного материала и мусора на участках мостовых переходов (Рис.8.4.10) на затопление.



Рис. 8.4.10. Вид на мост у городского стадиона (ТК «Троицкий», вблизи водомерного поста Крымск) после наводнения

Для анализа возможного влияния мостовых переходов из цифровой модели рельефа поочередно убирался один мостовой переход и рассчитывалось прохождение паводковой волны для этих условий, уровни затопления сравнивались с результатами калибровочного (базового) расчета. Дополнительно был выполнен расчет, в котором убраны все мостовые переходы. Оказалось, что области влияния мостовых переходов на уровень воды не пересекаются друг с другом. Другими словами, подпор (повышение уровня, вызванное наличием препятствия) от нижележащего не доходит до вышерасположенного моста. Сравнительный анализ расчетов зон затопления территории г. Крымска, выполненный с учетом и без учета мостовых переходов, показал, что на общую площадь затопления мосты не оказали никакого влияния. Их воздействие имело локальный характер и сказалось на некотором увеличении глубин затопления выше мостов и уменьшении глубин потока ниже по течению (Рис.8.4.11). Рассмотрим более детально полученные в результате моделирования оценки влияния каждого из мостов на глубины затопления и скорости течения.

Железнодорожный мост выше города никакого влияния на затопление Крымска не оказал, т.к. подпор от него распространяется в верховую сторону. Вместе с тем стеснение потока оказалось значительным ввиду недостаточности отверстия моста для пропуска экстремальных расходов (отверстие моста в свету 44 м), скорость течения на выходе из подмостового отверстия по расчетам достигала 5 м/с (Рис. 8.4.9), что привело к наблюдавшимся сильным размывам дна и берегов реки ниже моста.

Автомобильный мост в верхней части города на ул. Новороссийская создал максимальный подпор (повышение) уровня воды перед мостом 0,7 м (полный перепад на мосту 1 м), но уже в 300 м выше по течению подпор составил 0,3 м (Рис. 8.4.11). Влияние моста на дополнительное подтопление районов городской застройки (в зоне выклинивания предмостового подпора) произошло в основном на глубину от 0,1 м до 0,3 м, примерно на расстоянии 800 м в западном направлении от моста и до 1,3 км в северном. При этом в низовую от моста сторону уровни затопления снизились на 0,1–0,2 м на расстоянии до 500 м.

Автомобильный мост возле городского стадиона (ТК «Троицкий») оказал аналогичное влияние на дополнительное подтопление территории. Несмотря на то, что его пролеты были забиты деревьями и мусором (что дополнительно учитывалось в расчетах), максимальный подпор перед мостом составил 0,5 м (общий перепад уровней на мосту около 0,8 м). Дополнительное затопление городской территории слоем воды 0,1–0,3 м произошло на 600 м от моста в южном направлении, 400 м в западном и до 1 км в восточном направлении. Одновременно ниже моста произошло снижение уровней на 0,1–0,3 м, которое распространилось на расстояние до 500 м в северном направлении. Причиной того, что затор, в виде остатков древесной растительности перед мостом у ТК «Троицкий», сохранился после наводнения (Рис. 8.4.10), тогда как существенных заторов на остальных мостах после спада воды не зафиксировано, является то, что в силу особенностей рельефа на участке расположения моста, скорости течения в русле на пике паводка по расчетам не превышали 2 м/с и не могли смывать поступающие крупный мусор и остатки растительности (в других подмостовых отверстиях скорости достигали 4–5 м/с).

Автомобильный мост в нижней части города на ул. Жукова оказал слабое влияние на водный поток, дополнительное повышение уровней воды до 0,1–0,2 м распространилось на незначительное расстояние от моста.

Железнодорожный мост на выходе из города создал максимальный подпор 1,2 м, полный перепад уровней на мосту достигал 1,7 м, подпор величиной от 0,1 м до 1 м распространился на 1,5⁻² км в западном, северном и южном направлениях (Рис. 8.4.11). В зоне выклинивания этого значительного по величине подпора оказались в основном сельхозугодья и дачные участки на правом берегу р. Адагум выше моста. По расчетам скорости течения ниже моста составили до 4 м/с, также получались переливы через ж/д насыпь, зафиксированные натурными наблюдениями.

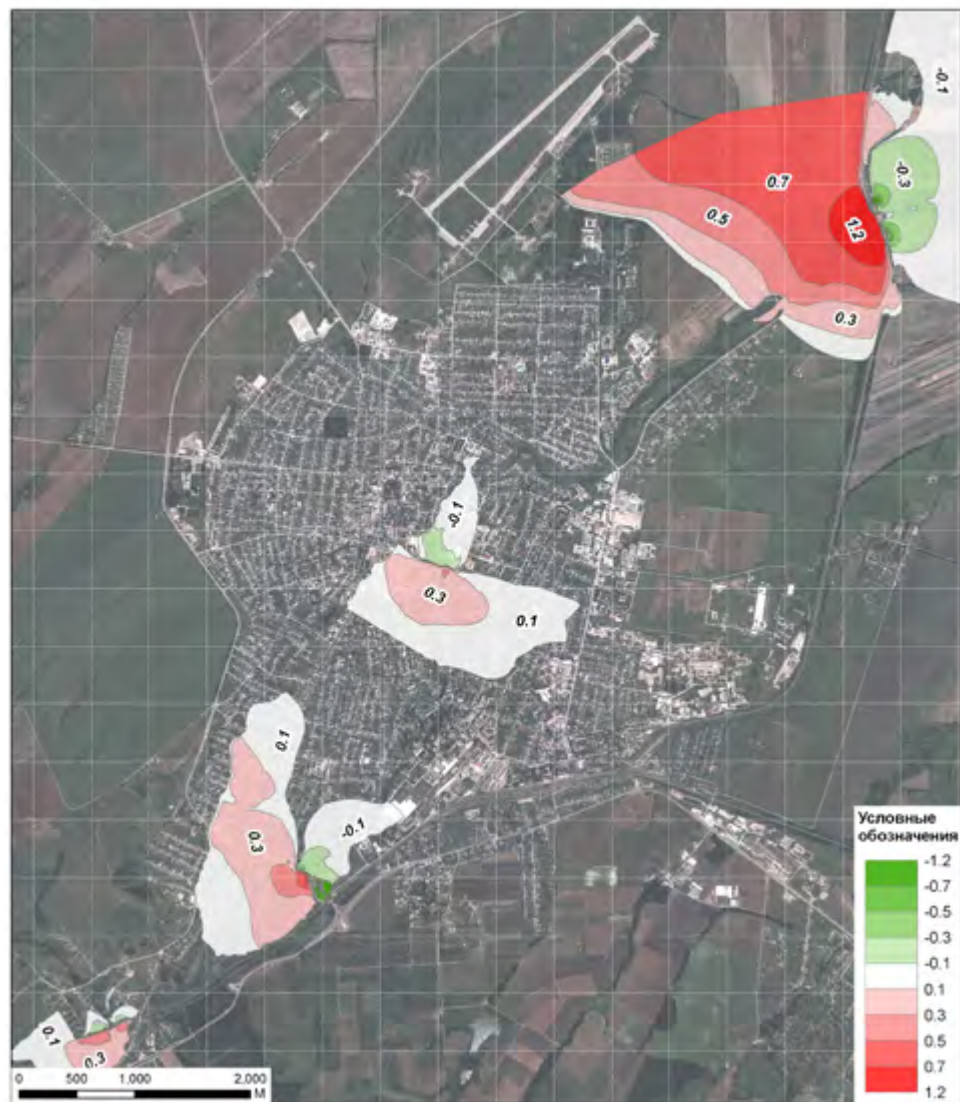


Рис. 8.4.11. Зоны влияния мостовых переходов. Показано относительное превышение (красным цветом) и понижение (зеленым) уровней водной поверхности (в метрах) над уровнем воды при отсутствии мостовых переходов и подходов к ним

Также расчетным путем была проверена гипотеза о том, что к катастрофическому затоплению г. Крымска могло привести образование временных плотин (из деревьев и мусора) в створах железнодорожного и автодорожного мостовых переходов, с их последующим разрушением и образованием волны прорыва. Уровни воды в контрольных точках при каскадном последовательном образовании и прорыве заторов на мостах

представлены на Рис. 8.4.12. В данном случае моделирование выполнялось следующим образом. При подходе паводковой волны к верхнему ж/д мосту в расчетах имитировался затор (путем задания повышенной шероховатости в подмостовом отверстии), который сохранялся по времени до тех пор, пока не начался перелив воды поверх железнодорожной насыпи. Тогда затор разрушался, и производился расчет до того момента, когда прорвавшаяся волна вместе с карчой и мусором подошла к первому автодорожному мосту. Теперь уже здесь в расчетах формировался затор, который держался до момента начала перелива воды поверх моста, а затем разрушался, что привело к формированию локальной волны прорыва ниже этого моста. Таким образом, в расчетах была смоделирована именно та ситуация, которая описывается наблюдениями за ходом наводнения. Однако сопоставление описанных выше результатов расчетов с базовыми (без образования затоплений на мостах, Рис. 8.4.7) показало, что отличия носят локальный характер и образование затоплений не привело ни к заметному увеличению зон затопления, ни к увеличению максимальных глубин затопления (Рис. 8.4.12).

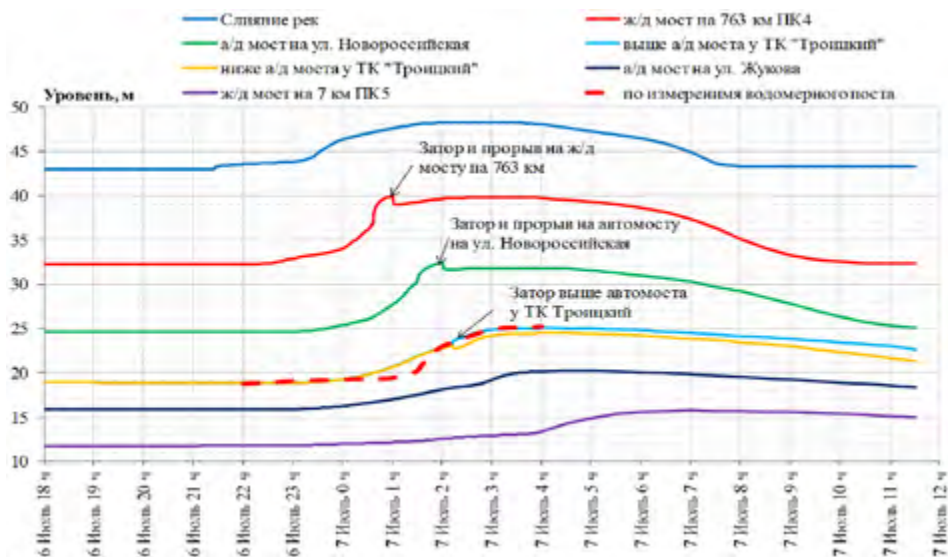


Рис. 8.4.12. Изменение уровней воды в контрольных точках во времени при каскадном последовательном образовании и прорыве затоплений на мостах

Расчеты, как и визуальные наблюдения, показали, что ни один из пяти рассмотренных на модели мостовых переходов (два железнодорожных и три автодорожных) не пропустили паводковый расход воды в штатном режиме. Наблюдались переливы воды через верх дорожного полотна, через мостовые пролеты, в то время как по нормам расстояние от максимального уровня воды в реке до низа пролетного строения должно быть не меньше

1 метра. Это свидетельствует о том, что мосты не рассчитывались на столь большой расход воды, в два раза превысивший максимальный расход наводнения 2002 г. ($800 \text{ м}^3/\text{с}$ в створе в/п Крымск).

8.4.3. Расчеты с применением новой технологии построения компьютерной модели для численного моделирования затопления селитебной территории

Одной из основных проблем при создании подробных численных моделей затопления урбанизированных территорий является учет застроенной области. В главе 3 монографии было показано, что наиболее точным является прямое выделение препятствий на расчётной сетке, длина стороны которой, к тому же, должна составлять не более четверти, а лучше – десятой части характерного размера здания.

Традиционный алгоритм построения сетки включает в себя обширный объём ручной работы по описанию расчётной области, что годится для стандартного метода, когда выделяются лишь основные элементы – водные объекты, мосты, ГТС, пойменные области и т.д. Для того, чтобы описать застроенную территорию с выделением каждого отдельного здания подобным методом, ушло бы больше времени, чем на всю остальную работу вместе взятую, поэтому нами был разработан альтернативный вариант.

На данный момент существует много алгоритмов построения расчётных сеток, позволяющих триангулировать полигон «с дыркой». Однако при построении сетки без дополнительных условий результат не удовлетворяет требованиям модели – либо сетка получается слишком мелкой на всей области, что приводит к огромному, избыточному количеству расчётных элементов, либо происходят сбои на участках вблизи застроенных областей, когда триангуляция некорректна. Для получения адекватных результатов требуется коррекция параметров алгоритмов на отдельно взятых участках, что опять возвращает нас к ручной проработке всей расчётной области. А учитывая обширные площади, рассматриваемые в модели, это приводит к слишком большим временным затратам, делающим использование подобных методов невозможным или неэффективным.

Учитывая эти проблемы, нами был разработан порядок автоматической подготовки исходных данных для последующего описания участка расчётной сеткой (см. также п. 8.3). В качестве исходных данных используется векторная карта на участок, содержащая полигоны зданий, линии авто- и железных дорог, рек, водные объекты, в некоторых случаях – полигоны, описывающие характерные ландшафты (леса, сельхоз-угодья и прочее). В зависимости от характерных размеров сооружений и линейных объектов, строится сплошное покрытие на расчётный участок, описывающее плотность и длину стороны элементов сетки, удовлетворяющее заданным условиям по минимальному числу ячеек на ширину «линейного» объекта и на стену зда-

ния. Также задаются условия для определенных ландшафтов – например, сельхоз-угодья, являющиеся плоскими участками без препятствий, могут быть описаны грубой сеткой без ущерба для результатов моделирования. Поскольку практически все условия могут быть получены путём расчётов на векторной основе, исходя из конкретной ситуации, процесс подготовки данных для построения сетки проходит при минимальном вмешательстве исследователя и практически не требует ручной работы. На данный момент для построения используются алгоритмы BlueKenue [BlueKenue, 2016] и GMSH [Geuzaine, Remacle, 2009], результаты которых впоследствии конвертируются в формат, принятый в программном комплексе STREAM 2D CUDA, применяемом при моделировании.

Одним из объектов, на которых была опробована описанная методика прямого численного моделирования затопления урбанизированных территорий, был выбран г. Крымск. В 2012 году сотрудниками ОАО «НИИЭС» и МГУ им. М.В. Ломоносова проводились работы по численному моделированию прохождения паводковой волны в г. Крымске (см. п.п. 8.4.1, 8.4.2).

В той работе при моделировании затопления выделялись основные улицы, а кварталы между ними принимались в модели как зоны с повышенным сопротивлением, что было учтено путем повышения коэффициента шероховатости. Основной сложностью при выполнении расчётов было построение расчётной сетки и калибровка коэффициентов шероховатости в черте города. Подробно эта работа описана в [Алексеевский и др., 2014].

Теперь расчёты затопления г. Крымска были проведены повторно с применением описанной выше методики [Norin, Belikov, Aleksyuk, 2017] и программного комплекса STREAM 2D CUDA [Алексюк, Беликов, 2017в]. На территорию города и участки выше и ниже него была в автоматическом режиме была построена детальная сетка, учитывающая все строения в городе (более 10 тысяч), дорожную и речную сеть. Это стало возможным благодаря тому, что после наводнения волонтерами проекта OpenStreetMap была составлена подробная карта города для нужд МЧС. При построении сетки выделенные зоны также являлись зонами, внутри которых назначались соответствующие коэффициенты шероховатости, однако в данном случае для застроенных участков принимались табличные значения, соответствующие заросшим участкам поймы. Таким образом, дополнительное сопротивление городской застройки в расчёты не вводилось, а получалось в результате численного решения уравнений мелкой воды.

Результаты моделирования с точки зрения площади затопления и хода уровней в контрольных точках оказываются идентичными полученным ранее, однако в «новых» расчётах обнаруживается существенное отличие в полях скоростей течения из-за того, что поток более не замедляется внутри кварталов, а напротив – разгоняется на участках между зданиями, что существенно ближе к реальности (Рис. 8.4.13).

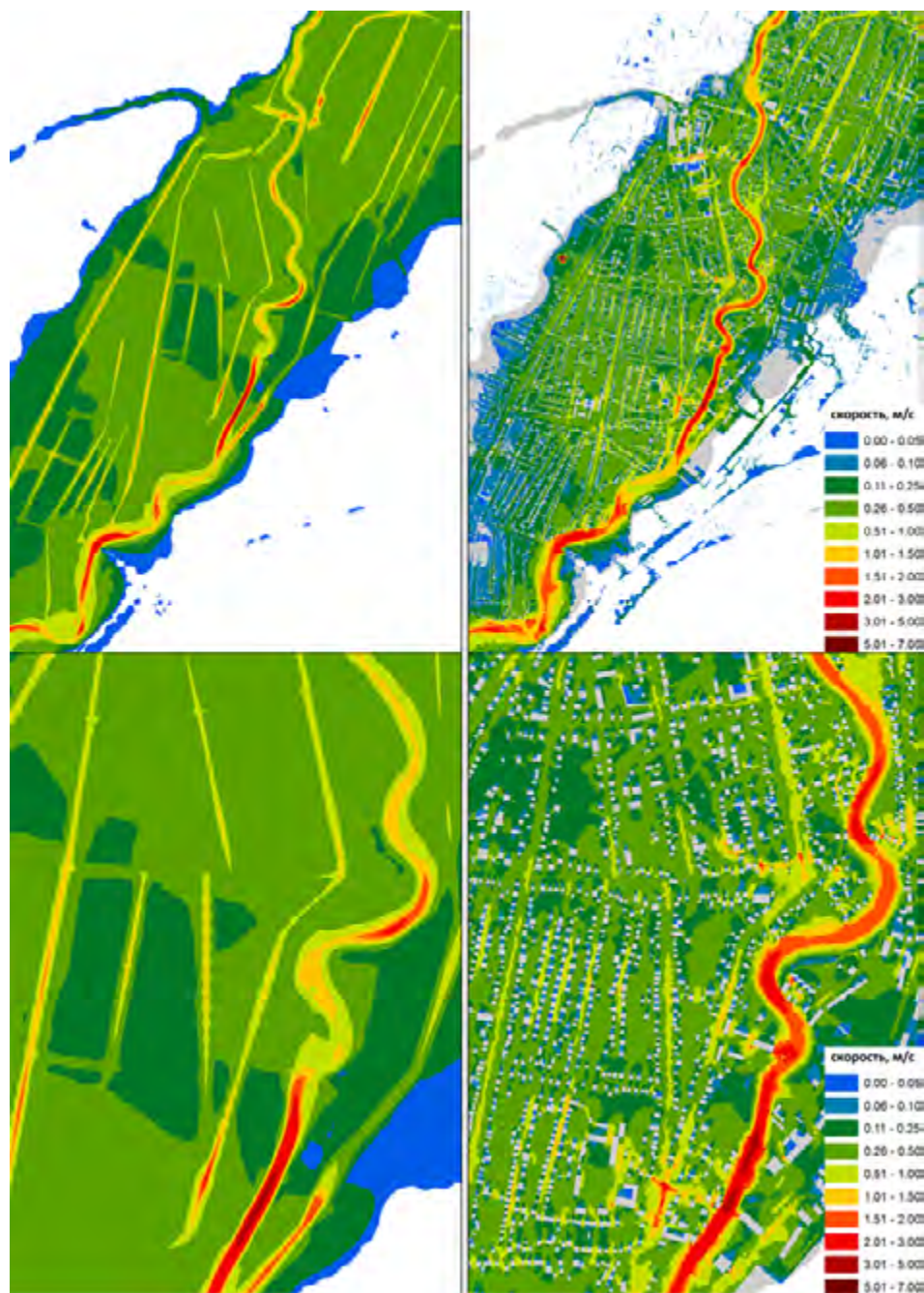


Рис. 8.4.13. Сравнение результатов расчётов скоростей течения по традиционной методике (слева) и с выделением препятствий на сетке (справа)

Также заметно «ступенчатое» изменение уровня воды у рядов строений (Рис. 8.4.14), что аналогично ситуации, смоделированной в экспериментальном лотке (Глава 3). При традиционном подходе к моделированию уровни воды будут «сглаженными» по всей расчетной области, что существенно занижает максимальные значения уровня у отдельно взятого строения. Расчёты с выделением на сетке всех строений позволяют весьма точно определить максимальные значения уровня и скорости в каждой точке плана течения, что даёт возможность построения корректной карты энергии разрушений в баллах, зависящих от энергии потока (Рис. 8.4.15). Выбирая максимальное значение баллов вокруг строения и зная характер постройки, можно спрогнозировать возможные разрушения на застроенной территории (см. Главу 7). Например, значение 7 баллов соответствует разрушению одноэтажных деревянных построек и возможной гибели людей.

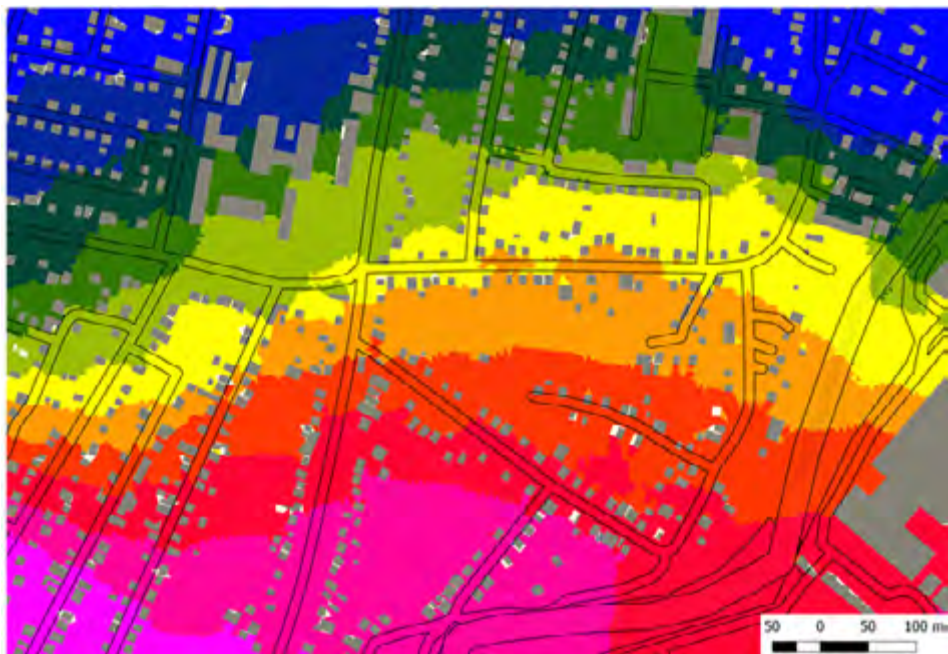


Рис. 8.4.14. Уровни затопления с шагом по высоте 0.25 м (фрагмент)

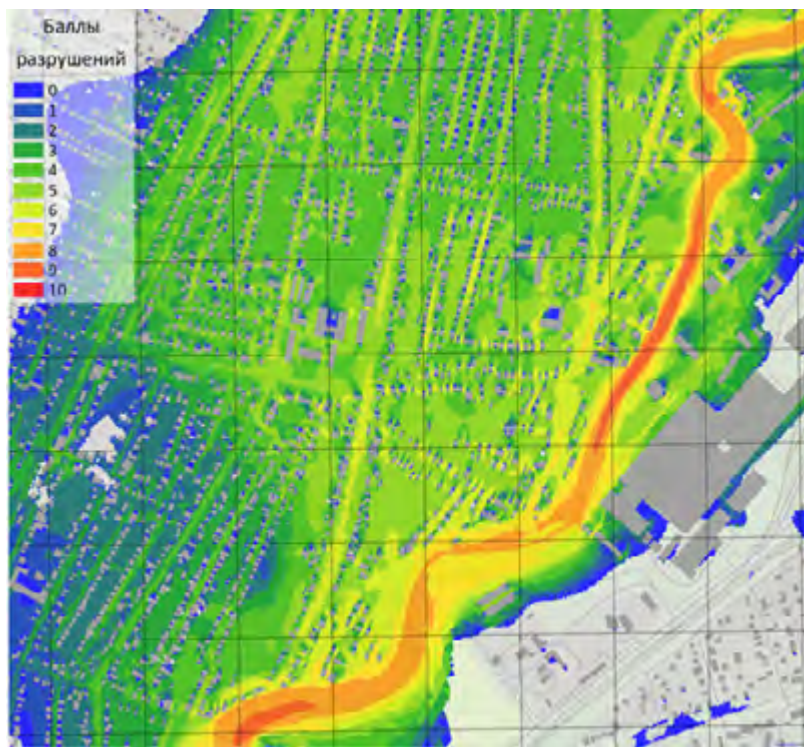


Рис. 8.4.15. Карта энергии разрушений в баллах (фрагмент)

8.4.4. Выводы

Основной причиной катастрофического затопления г. Крымск явился экстремальный быстро сформировавшийся паводок, вызванный чрезвычайно интенсивными дождями.

Второй причиной явилось то, что уклон долин рек Неберджай и Баканка существенно больше, чем уклон долины р. Адагум в месте расположения г. Крымск. Поэтому долины вышеупомянутых рек пропустили экстремальный расход без больших глубин затопления. При переходе от большого уклона к меньшему произошло резкое увеличение глубины потока за счет падения скорости течения, что и привело к большим глубинам затопления г. Крымска.

Третьей причиной явилась близкая к реке застройка долины р. Адагум зданиями, сооружениями, дорогами и, в том числе, мостовыми переходами, а также зарослость и захламленность самого русла р. Адагум в черте города, что создало дополнительные помехи потоку и привело к увеличению глубины потока, и, как следствие, к увеличению области подтопления. Вообще задача определения гидравлических сопротивлений урбанизированных территорий весьма актуальна и представляет как теоретический, так и большой практический интерес. Сопоставление результатов расчетов с экс-

периментальными и натурными данными показывают, что коэффициенты сопротивления потоку застроенных территорий в несколько раз превосходят стандартные коэффициенты сопротивления пойменных участков.

Если отдельно выделить влияние только мостовых переходов (с учетом заторов на них) на глубину затопления городских районов, то оно составит ~20% площади затопления селитебных территорий г. Крымск с дополнительным подтоплением на глубину 0,1–0,4 м. При этом наличие мостов не повлияло на общую площадь затопления города Крымск. Также не подтвердилась версия о решающем влиянии образования и прорыва подпрудных водоемов выше железнодорожного и автодорожного (на ул. Новороссийской) мостов на степень затопления города. Не повлиял на ситуацию с затоплением города и подпор от нижележащего Варнавинского водохранилища.

Предложен новый подход к численному моделированию затопления селитебных территорий, обладающий неоспоримыми преимуществами перед применяемыми ранее. Построение близкой к реальной схеме паводкового течения с учетом всех объектов городской инфраструктуры позволяет более обоснованно оценивать возможные ущербы от затопления, разрабатывать оптимальные схемы эвакуации населения и эффективные защитные мероприятия.

Разработанный метод рекомендуется применять при составлении Декларации безопасности ГТС для оценки вероятного вреда от прохождения волны прорыва; при разработке систем оповещения и схем эвакуации населения при гидродинамической аварии; при проектировании и строительстве новых жилых районов на территориях, подверженных затоплению, при страховании жилья.

Глава 9. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ОБЪЕКТЫ ПОВЫШЕННОЙ ОПАСНОСТИ

Многие атомные электростанции (а также и другие объекты повышенной опасности, например, нефтехимические предприятия, целлюлозно-бумажные комбинаты и т.п.) располагаются на берегах рек, озер, водохранилищ и морей для целей обеспечения водой систем внешнего охлаждения и технических нужд. Это предъявляет определенные требования к высоко-планировочным решениям расположения промплощадок АЭС, на которых как с нулевой отметки возводятся все сооружения станции. Так, например, согласно принятым в России техническим нормам на проектирование затопление промплощадки АЭС при всех возможных экстремальных гидрометеорологических воздействиях (наводнения, цунами, ветровые нагоны, ветровые волны, волны прорыва от вышерасположенных гидроузлов) не допускается с вероятностью выше 10^{-6} 1/год, т.е. повторяемостью не чаще, чем 1 раз в миллион лет. Аналогичные требования приняты и в целом в мировом сообществе.

Экстремальные гидрометеорологические события с вероятностью 10^{-6} 1/год и менее обычно не происходят за период инструментальных наблюдений (порядка 100 лет), поэтому соответствующие им отметки затопления могут быть получены только расчетным путем. При этом рассматриваются сценарии с наложением двух или более независимых событий редкой повторяемости, например, сочетание наводнения вероятностью 10^{-4} 1/год и ветра вероятностью 10^{-2} 1/год, и наоборот. Такие события редко изучаются гидрологической наукой. Расчеты воздействия таких событий на объекты повышенной опасности производятся на основе нормативных документов, экстраполяции натурных данных, а также с применением физического и математического моделирования.

9.1. Оценка рисков экстремальных затоплений объектов повышенной опасности с учетом наложения нескольких гидрометеорологических явлений редкой повторяемости (на примере «Фукусима-теста» для Балаковской АЭС)

9.1.1. Задача и математическая модель

Целью настоящей работы являлся расчет и анализ рисков для сооружений Балаковской АЭС от аварий на гидротехнических сооружениях Жигулевской и Саратовской ГЭС, вызывающих волну прорыва, для принятия последующих решений по предотвращению негативных последствий для Балаковской АЭС. Расчеты воздействия экстремальных гидрометеорологи-

ческих явлений на сооружения АЭС стали проводиться в России после вызванной цунами аварии на АЭС Фукусима (Япония) 11 марта 2011 года (так называемый «Фукусима-тест»).

Для выполнения инициированной Росатомом работы была построена компьютерная гидродинамическая модель Куйбышевского, Саратовского и части Волгоградского водохранилищ (до г. Вольск), основанная на трехмерной цифровой модели рельефа (ЦМР) всего участка с учетом чертежей сооружений гидроузлов и водоема-охладителя АЭС и численном решении двумерных уравнений Сен-Венана на области моделирования. Проведены расчеты волны прорыва грунтовой плотины Жигулевского гидроузла на фоне экстремального половодья обеспеченностью 0,01% (расход 78300 м³/с) и с учетом воздействий ветра обеспеченностью 1% (скорость 36,5 м/с) разных направлений с детализацией в районе Балаковской АЭС и Саратовской ГЭС.

В такой постановке расчеты проводились впервые. Выполненные до этого различными организациями расчеты параметров волны прорыва Жигулевского гидроузла проводились либо на фоне среднесноголетнего расхода р. Волги и уровня воды у Саратовского гидроузла, равного НПУ = 28,0 м, либо при наложении волны прорыва на половодье обеспеченностью 0,01%, но в обоих случаях без учета ветрового воздействия. Методика расчетов разрабатывалась с учетом поставленной цели и особенностей рассматриваемого объекта. Для расчета вероятных воздействий от прохождения волны прорыва были разработаны возможные сценарии гидродинамической аварии, определены вероятности этих сценариев, рассчитаны параметры волны прорыва (гидрографы излива, максимальные подъемы уровней воды в районе АЭС, глубины затопления, скорости течения), отрисованы зоны затопления на топографических картах и космических снимках. При моделировании широко применялись ГИС-технологии. Некоторые результаты работы опубликованы в [Румянцев, Беликов, 2015].

Математическая модель. Расчеты проводились по программе STREAM 2D HPC [Алексюк, Беликов, 2017б] на основе двумерных уравнений Сен-Венана с использованием трехмерной батиметрии водохранилищ и кривых пропускной способности Жигулевского и Саратовского гидроузлов, причем для последнего кривая была доопределена по специальной методике до величины расхода 100 тыс.куб.м/с (с учетом работы Балаковского шлюза). Для расчета развития прорыва в грунтовой плотине Жигулевского гидроузла применялась хорошо апробированная методика [Прудовский, 1998], по которой ранее были выполнены расчеты волны прорыва для Ивановского, Угличского, Рыбинского, Камского, Новосибирского, Цимлянского, Краснодарского и многих других гидроузлов России.

9.1.2. Модель объекта и калибровка

Цифровая модель рельефа. При построении компьютерной модели водохранилищ производилось формирование цифрового рельефа. Электронная топографическая карта совмещалась с векторизованными лоцманскими кар-

тами Куйбышевского, Саратовского и части Волгоградского водохранилищ, а также чертежами гидротехнических сооружений. Формировалась цифровая модель рельефа (ЦМР) в виде трехмерного поля точек с координатами x, y, z (Рис. 9.1.1). После этого отметки рельефа интерполировались в центры ячеек треугольно-четырёхугольной расчетной сетки при помощи специальной программы по оригинальной методике, изложенной в главе 4 п.4.4.

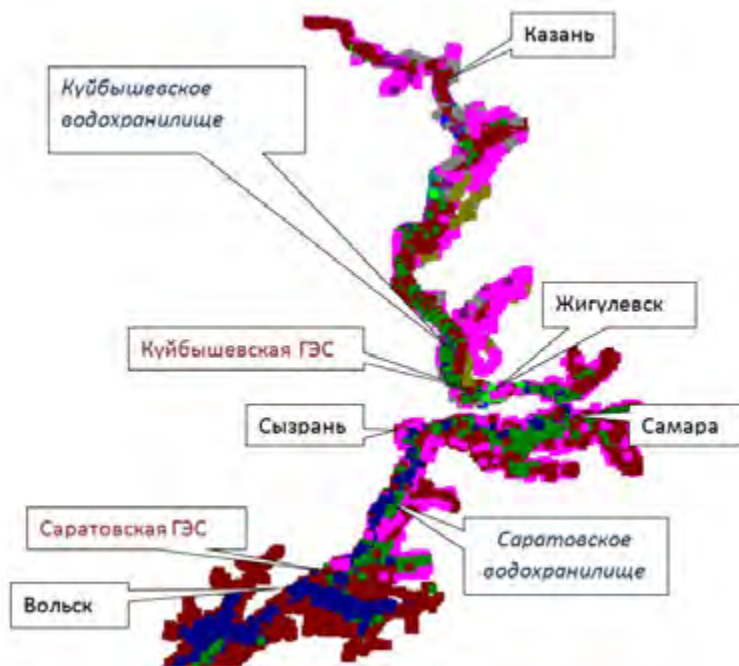


Рис. 9.1.1. Цифровая модель рельефа на область моделирования
(цветом даны градации уровней)

Расчетные сетки. При построении двумерной модели применялись гибридные треугольно-четырёхугольные сетки нерегулярной структуры, адаптированные к геометрическим и батиметрическим особенностям рассматриваемого объекта. В границах старого русла реки Волги в Куйбышевском и Саратовском водохранилищах, а также на плотинах Жигулевского и Саратовского гидроузлов и ограждающей дамбе водоема-охладителя Балаковской АЭС строилась четырёхугольная сетка, а на остальной области – треугольная. В итоге была построена сетка для глобальной модели, содержащая около 69 тыс. ячеек с длинами сторон от 100 м до 1500 м, общей протяженностью по руслу Волги около 700 км, а также сетка для локальной модели длиной около 100 км с ячейками от 20 м до 500 м, фрагмент которой приведен на Рис. 9.1.2.

Калибровка численной модели. Важным этапом при построении компьютерной гидравлической модели объекта является её калибровка, т.е. на-

стройка на данный объект путем подбора входящих в модель параметров таким образом, чтобы получить согласование с имеющимися натурными данными. В настоящей работе использовались гидрологические данные по расходам и уровням воды на водомерных постах Самара, Сызрань, Вольск и Саратов в половодья 1979, 1981 и 1986 годов, а также кривые связи расходов и уровней в нижних бьефах Жигулевского и Саратовского гидроузлов.

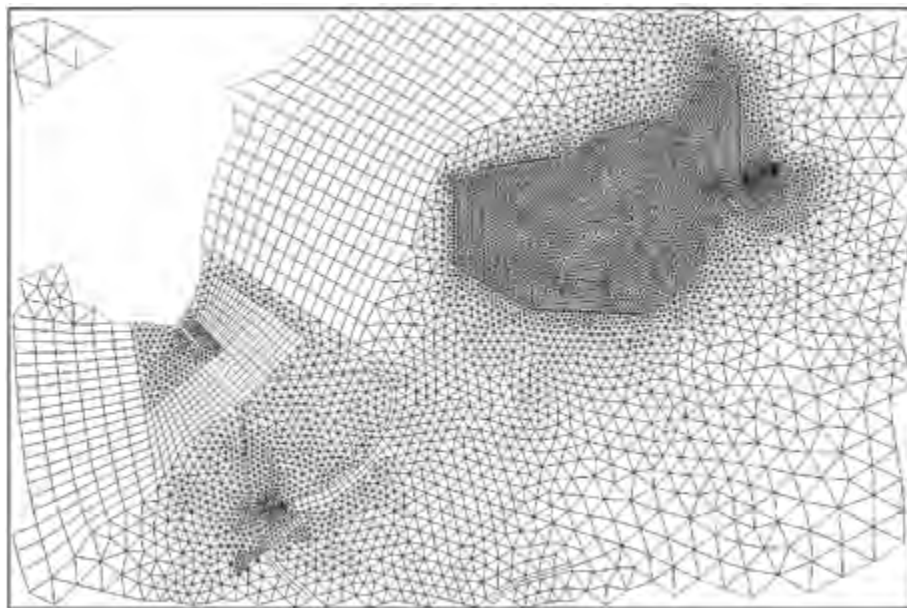


Рис. 9.1.2. Фрагмент адаптивной расчетной сетки в районе Саратовского гидроузла и водоема-охладителя Балаковской АЭС

Анализ соответствующих данных показал, что в каждое из этих половодий существовал период времени, равный примерно 7 суткам, в течение которого расходы через гидроузел оставались практически постоянными, а уровни на водомерных постах изменялись незначительно. Это позволило провести калибровку при постоянных расходах воды 38000 м³/с и 27300 м³/с, значения которых задавались на входной границе расчетной области течения. На выходной границе расчетной области в створе г.Вольск принимались абсолютные уровни вод.

9.1.3. Результаты численного моделирования

На Рис. 9.1.3, 9.1.4 приведены гидрографы разлива и скорости течения при прорыве напорного фронта Жигулевского гидроузла.

Расчеты ветровых нагонов проводились также по программе STREAM_2D путем включения в расчеты ветровых напряжений на свободной поверхности воды при заданной 1% скорости ветра 36,5 м/с различных румбов. При этом предполагалось, что скорость ветра начинает нарастать

одновременно с началом развития прорана в створе Жигулевской ГЭС. Параметры ветровых волн и их воздействие на гидротехнические сооружения Балаковской АЭС рассчитывались в соответствии с нормативной документацией. Параметры волнения рассчитывались с учетом глубины затопления от волны прорыва и ветровых нагонов.

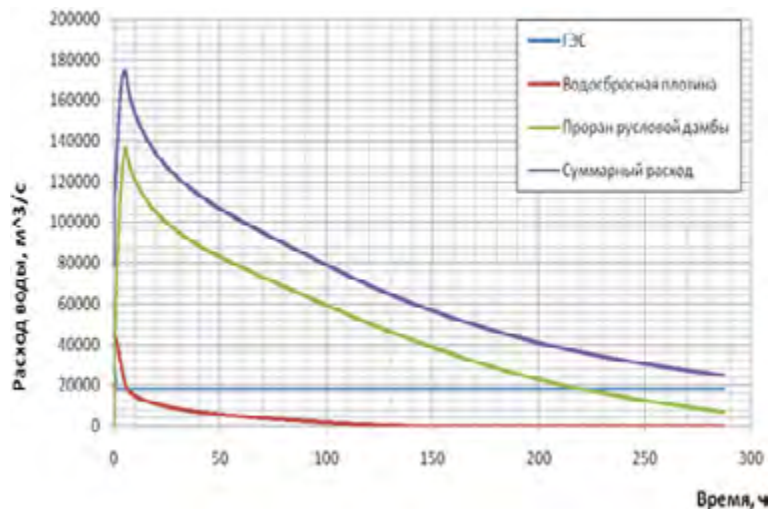


Рис. 9.1.3. Гидрограф расходов воды через сооружения Жигулевского гидроузла при прорыве русловой дамбы на фоне половодья с расходом 0,01% обеспеченности

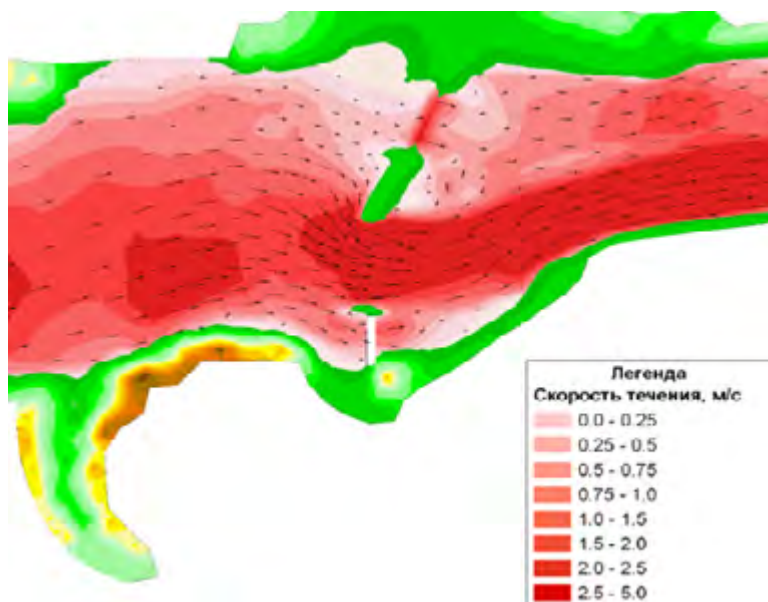


Рис. 9.1.4. Скорости течения на момент неполного раскрытия прорана (17,5 часов) в русловой дамбе Жигулевского г/у на фоне половодья с расходом 0,01% обеспеченности

В результате расчетов определялись максимальные уровни воды у сооружений Балаковской АЭС при различных сценариях развития гидродинамической аварии с учетом воздействия ветров различных направлений, а также максимальные глубины затопления (Рис.9.1.5) и скорости течения у ограждающей дамбы №1 водоема-охладителя, волновое воздействие на дамбу и другие сооружения АЭС.

Расчеты показали сложную динамику взаимодействия паводкового потока, волны прорыва, ветровых нагонов и ветровых волн, при различных сочетаниях которых формируются разные уровни водной поверхности и параметры волнения у сооружений АЭС.



Рис. 9.1.5. Максимальные глубины затопления в районе Балаковской АЭС при прохождении волны прорыва Жигулевского гидроузла на фоне половодья с расходом 0,01% обеспеченности

9.1.4. Оценки вероятностей рассматриваемых сценариев и рисков затопления АЭС

Вероятности половодья 10^{-4} 1/год и ветра 10^{-2} 1/год заданы по условиям расчетов. Поскольку наибольшие уровни воды у сооружений Балаковской АЭС возникают при ветрах Юго-Западного (годовая повторяемость 18%), Северного (16%) и Северо-Западного (13%) направлений, постольку сум-

марную вероятность однопроцентных ветров именно этих направлений можно оценить величиной $4,7 \times 10^{-3}$ 1/год. Согласно СНиП 33-01-2003 «ГИДРОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ» допускаемое значение вероятности возникновения аварий на напорных гидротехнических сооружениях I класса (Жигулевский г/у) равно 5×10^{-5} 1/год. Эти три случайных события можно считать независимыми, поскольку Жигулевский гидроузел пропускает половодье 0,01% при ФПУ в расчетном режиме. Исходя из приведенных значений вероятностей и результатов расчетов, можно дать следующие оценки вероятности рассматриваемых сценариев и соответствующих воздействий на сооружения Балаковской АЭС:

- вероятность наложения 1% ветра опасных для Балаковской АЭС румбов на 0,01% половодье равна $4,7 \times 10^{-7}$ 1/год. Повторяемость такого события – один раз в два миллиона лет. При этом, согласно результатам расчетов, площадка Балаковской АЭС не затопливается, но может произойти перелив и частичное разрушение ограждающей дамбы водоема-охладителя, расположенной на пониженных отметках;

- вероятность наложения волны прорыва Жигулевского гидроузла на 0,01% половодье равна 5×10^{-9} 1/год, или один раз в двести миллионов лет. При этом площадка Балаковской АЭС не затопливается, но произойдет разрушение напорного фронта Саратовского гидроузла из-за превышения его пропускной способности и перелива через гребень грунтовой плотины;

- вероятность совпадения во времени трех экстремальных событий (половодья 0,01%, ветра 1% опасных румбов и волны прорыва Жигулевского гидроузла) равна $2,35 \times 10^{-11}$ 1/год, или приблизительно один раз в сорок миллиардов лет. При этом площадка Балаковской АЭС может подвергнуться подтоплению на глубину не более 0,2 м, однако такое событие из-за его ничтожной вероятности следует признать нереализуемым.

Опыт выполнения соответствующих расчетов для нужд атомной энергетики показал, что гораздо более эффективным для проектирования является не просто определение максимальной отметки затопления площадки АЭС с вероятностью 10^{-6} 1/год, а построение кривой связи максимальных отметок затопления с их вероятностью или повторяемостью. При этом постулируется, что эта кривая является однозначной, непрерывной и монотонной.

Построение такой кривой для объекта повышенной опасности обладает рядом важных преимуществ по сравнению с принятым в настоящее время подходом:

- более высокая точность результатов (поскольку кривая строится осреднением по массиву точек);

- инвариантность к нормам проектирования (за нормативную можем принять любую вероятность из заданного диапазона, не проводя дополнительных расчетов);

- возможность оценить эффективность нормативного запаса (в России его величина принята равной 0,5 м);

– возможность для проектировщика назначить отметку промплощадки АЭС не на основе норматива, а на основе решения задачи минимизации рисков от возможной аварии (под риском понимается произведение вероятности аварии на величину ущерба от аварии).

По результатам этих расчетов построен обобщающий график повторяемости высоких уровней воды в районе Балаковской АЭС (Рис. 9.1.6). На этом графике нижняя кривая соответствует осредненным уровням воды с учетом ветрового нагона, но без учета волнения, а верхняя кривая дает отметки гребней экстремальных волн (каждая сотая волна). Из графика видно, что при частоте реализации 10^{-6} 1/год площадка АЭС расположена выше гребней экстремальных волн, т.е. удовлетворяет нормативным требованиям.

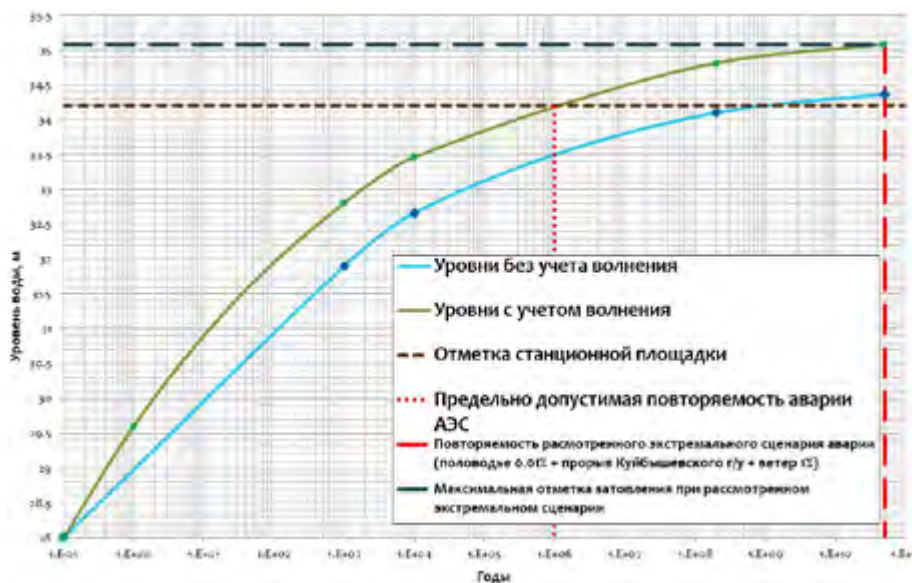


Рис. 9.1.6. График повторяемости высоких уровней воды в районе Балаковской АЭС

Рассмотрим вопрос о выборе отметки площадки АЭС на основе минимизации рисков. Для простоты расчетов примем несколько условных, но имеющих верный порядок величин цифр: стоимость подъема отметки верха промплощадки на каждый последующий метр – \$1 млн; ущерб от затопления площадки на 1 м – \$10 млн; ущерб от затопления площадки на каждый последующий метр увеличивается в 10 раз. На Рис. 9.1.7 показаны графики стоимости подъема верха площадки на определенную высоту и величины риска от затопления площадки на ту же высоту для условий Балаковской АЭС. Оказывается, что для принятых ценовых параметров отметка площадки выбрана близко к оптимальной, поскольку оба графика пересекаются на отметке, близкой к отметке промплощадки.

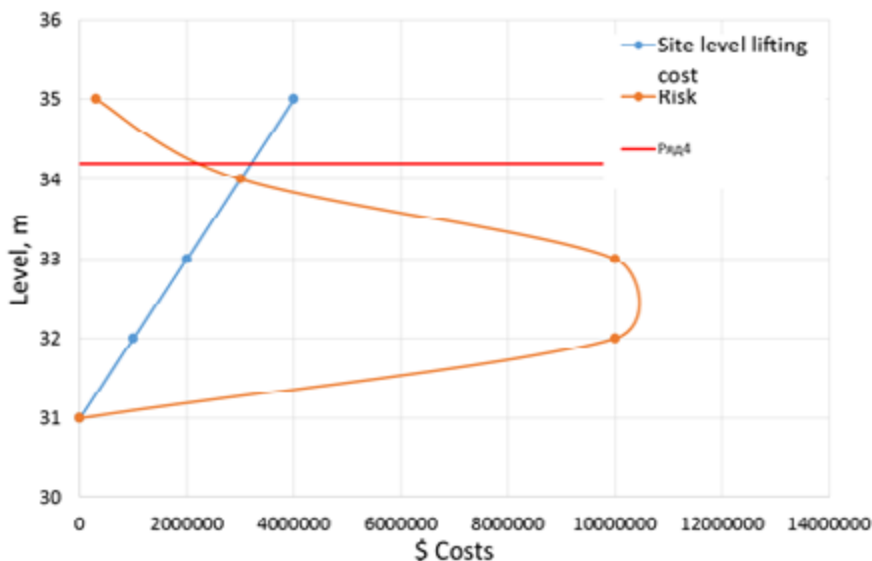


Рис. 9.1.7. Графики стоимости подъема верха промплощадки на определенную высоту и величины риска от затопления площадки на ту же высоту для условий Балаковской АЭС

9.2. Обоснование отметки промышленной площадки АЭС Руппур на р. Ганг в Республике Бангладеш

9.2.1. Задача и математическая модель

Целью исследования, представленного в настоящем разделе, являлось определение максимальных уровней высоких вод в обоснование отметки планировки промплощадки АЭС «Руппур» на р. Ганг. Работа выполнялась по заданию АО «Атомэнергпроект» в 2014 году с применением численного гидродинамического моделирования. Результаты работы опубликованы в [Belikov et al., 2019].

Топографический план участка расположения промплощадки АЭС приведен на Рис. 9.2.1.

В связи с тем, что на выбор отметки промплощадки АЭС «Руппур» мог повлиять ряд факторов природного и техногенного характера (расходы р. Ганг малой обеспеченности, ветровые нагоны и волны от ураганов и тайфунов, волна прорыва вышерасположенной плотины Фаракка, мостовые переходы, стесняющие пойму реки, русловой процесс, изменяющий плановые очертания и глубины русла и др.), была необходима как разработка математической гидрологической модели р. Ганг большой протяжённости (выполнена Институтом Водного Моделирования республики Бангладеш), так и крупномасштабной локальной гидродинамической модели для прогнозирования влияния указанных факторов на максимальные уровни воды в районе АЭС.

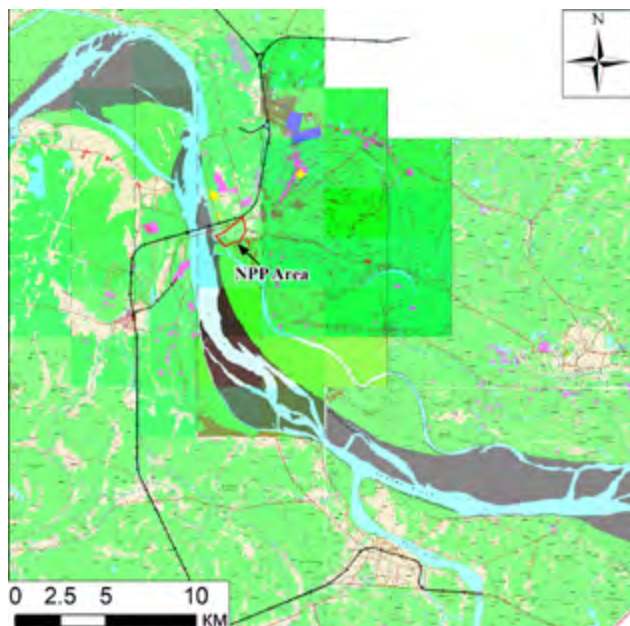


Рис. 9.2.1. Топографический план участка моделирования

Математическая модель. Исследования проводились с применением программного комплекса STREAM_2D CUDA [Алексюк, Беликов, 2017в] на основе системы уравнений мелкой воды и донных деформаций с использованием актуализированного трёхмерного рельефа русла и поймы р. Ганг.

9.2.2. Модель объекта и калибровка

Исходные данные. Выполнен сбор и анализ исходных гидрометеорологических данных за имеющийся период наблюдений (Рис. 9.2.2), актуализированной топографии и батиметрии, необходимых для выполнения моделирования (рис.9.2.1).

Цифровая модель рельефа русла и долины р. Ганг общей протяженностью 42 км построена с учётом искусственных сооружений (дамб, мостов, площадки АЭС) Рис. 9.2.3.

Калибровка численной модели проводилась на меженные и паводковые расходы (Рис. 9.2.4). В процессе калибровки установлено, что при высоких расходах воды совпадение с измеренными уровнями воды на водомерном посту Хардинг (расположенным в створе моста Хардинг) может быть достигнуто только при учете в расчетах деформаций дна реки (это не единственный объект с такими свойствами). На недеформируемой модели рассчитанный максимальный уровень для 1% паводка 1998 года более чем на 1 метр превосходил измеренное значение. Коэффициент шероховатости в формуле Маннинга и для минимальных, и для максимальных расходов по результатам калибровки оказался одинаковым и равным $0,015 \text{ с/м}^{1/3}$.

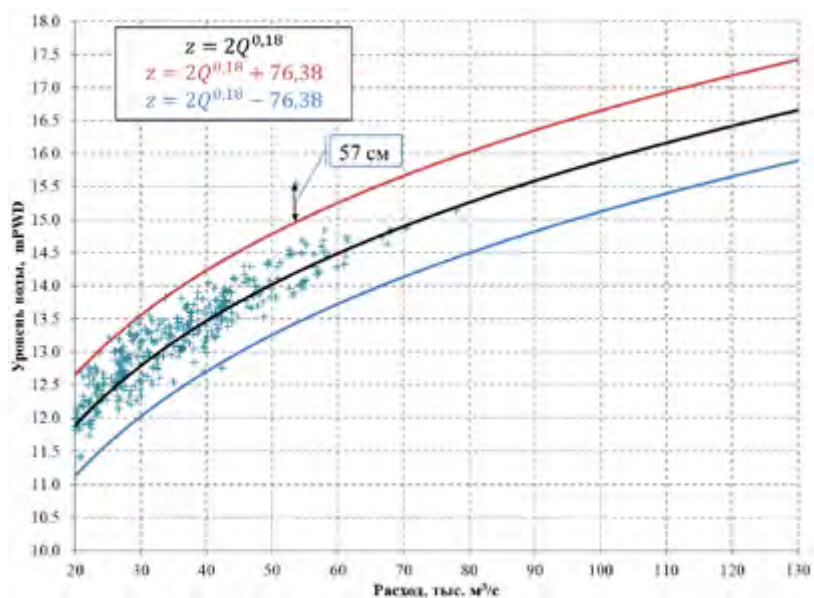


Рис. 9.2.2. Кривая связи расходов и уровней в створе моста Хардинг (Hardinge) с доверительным интервалом 99%. Крестиками обозначены натурные данные

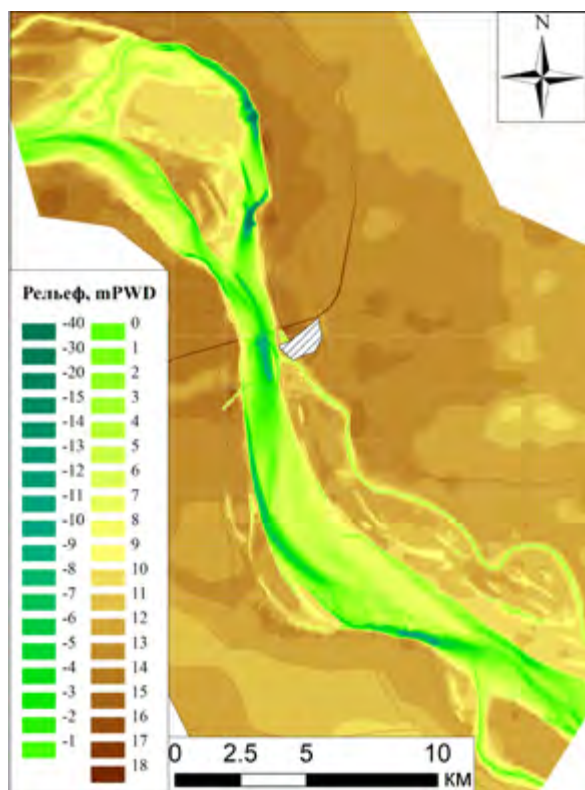


Рис. 9.2.3. Трёхмерная модель рельефа русла и поймы р. Ганг в районе АЭС Руппур

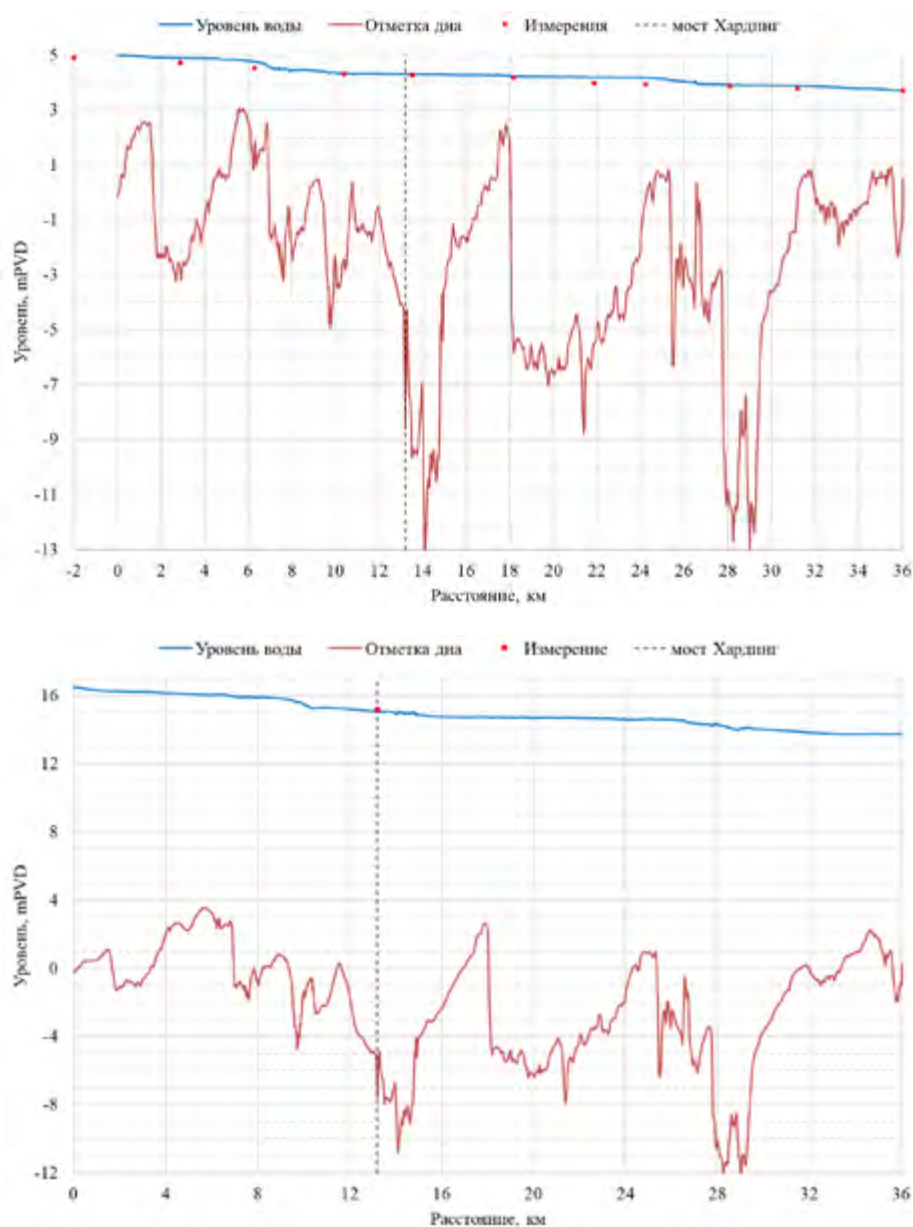


Рис. 9.2.4. Рассчитанные и измеренные уровни воды по продольному профилю на меженный расход 1350 м³/с (вверху) и 77000 м³/с (максимум паводка 1998 г.) с учетом деформаций дна

9.2.3. Результаты численного моделирования

Проведение вариантные гидродинамические расчёты течений и зон затопления с учётом паводков редкой обеспеченности и ветровых нагонов для определения максимальных отметок высоких вод с вероятностью до

10^{-9} 1/год с учётом долгосрочного изменения климата (Рис. 9.2.5, 9.2.6). Выполнены прогнозные расчёты деформаций русла р. Ганг в районе расположения площадки АЭС и до 20 км ниже по течению на период эксплуатации станции (Рис. 9.2.7).

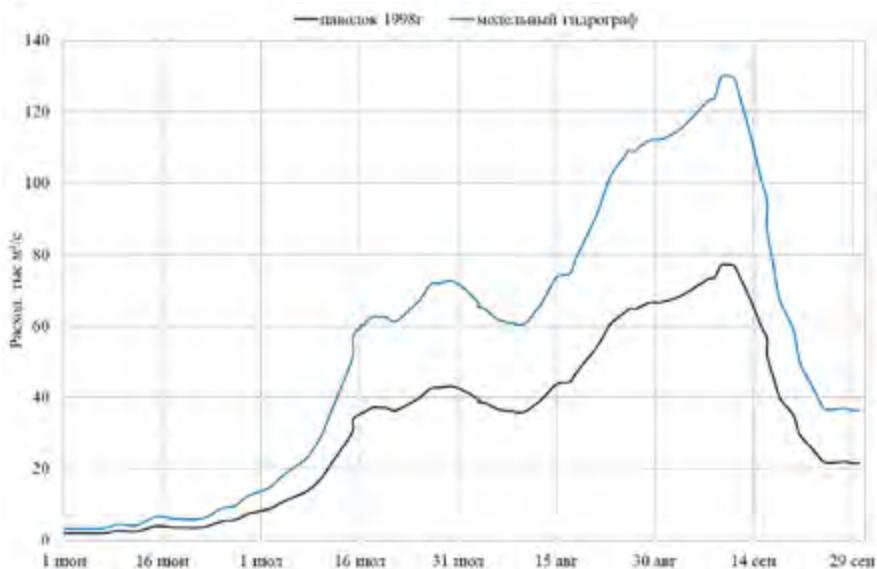


Рис. 9.2.5. Фактический гидрограф паводка 1998 г и подобный гидрограф с расходом вероятностью 0,01%

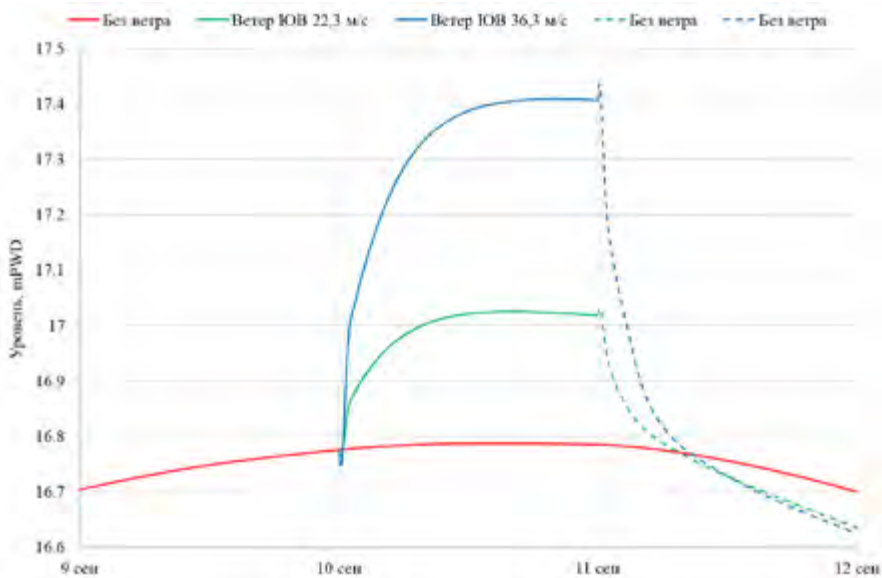


Рис. 9.2.6. Уровни воды в створе моста Хардинг на пике паводка вероятностью 0,01% с учетом ветровых нагонов

На основании анализа степени воздействия опасных природных процессов и явлений выявлены основные факторы, оказывающие влияние на максимальные уровни воды в районе промплощадки АЭС Руппур. Таких факторов три: величина расхода воды в р. Ганг малой обеспеченности (основной фактор воздействия); ветровые нагоны и ветровые волны; изменение водности р. Ганг в результате глобального потепления. Исходя из этого, назначены три основных расчетных сценария для численного моделирования (все с учетом деформаций русла р. Ганг):

- Прохождение паводка вероятностью 0,01% при отсутствии либо слабом ветровом воздействии (вероятность события 10^{-4} 1/год)
- Прохождение паводка вероятностью 0,01% при юго-восточном ветре вероятностью 1% (вероятность события 10^{-6} 1/год)
- Прохождение паводка вероятностью 0,01% при юго-восточном ветре вероятностью 0,01% (вероятность события 10^{-8} 1/год).

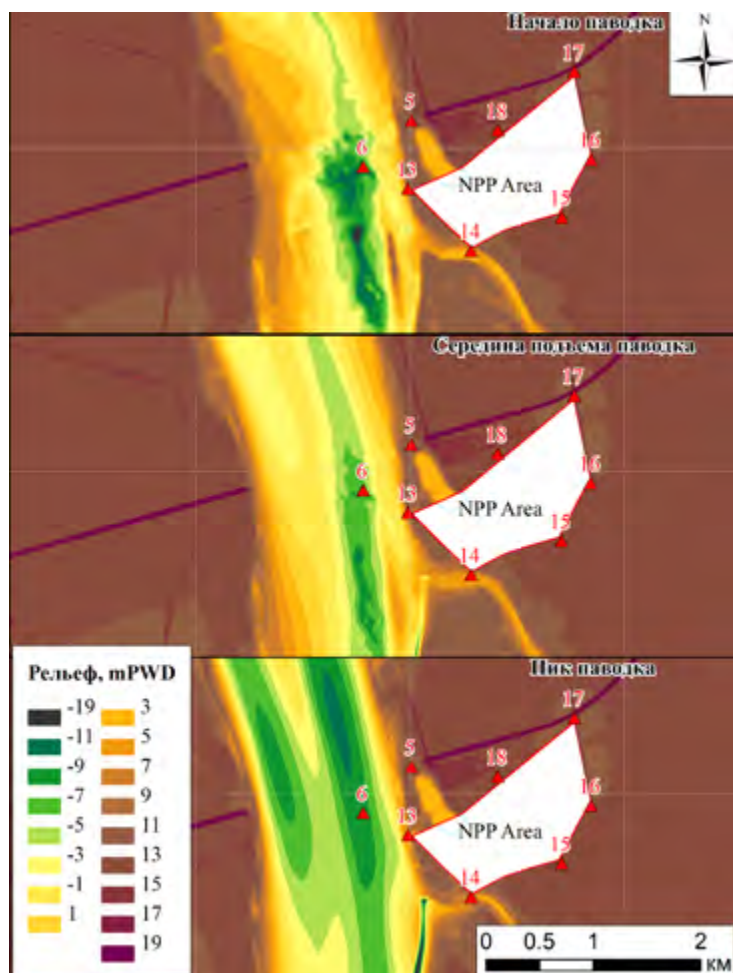


Рис. 9.2.7.
Деформации дна
в створе моста
Хардинг на паво-
док вероятностью
0,01%

Кроме этих основных сценариев рассматривались и дополнительные сценарии с учетом глобального потепления и таяния ледников в Гималаях. На основе выполненных расчётов построена Таблица 9.2.1, включающая как полученные в результате численного моделирования, так и полученные экстраполяцией натурных данных значения. При этом изменение климата учитывается возможным увеличением водности р. Ганг на 10% с вероятностью 0,1 1/год, что приводит к дополнительному подъёму уровня на 0,29 м при паводке вероятностью 0,01% с расходом 130 500 м³/с. Глубина воды (с учетом размыва дна) под мостом Хардинг при таком расходе может достигать 40 метров.

Табл. 9.2.1 Сводная таблица полученных результатов (уровни у площадки АЭС, mPWD).

Способ расчёта уровней	Вероятность достижения уровня, 1/год					
	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁹
Экстраполяция натурных измерений	16,66		17,43	18,00		
Экстраполяция с учётом изменения климата		16,95		17,72	18,29	
Численное моделирование	16,76					
Численное моделирование с учётом ветровых нагонов и волнения			17,8		18,39	
Численное моделирование с учётом изменения климата		17,05		18,09		18,68

Из этой таблицы видно, что значения уровней, полученные по результатам моделирования, несколько превышают уровни, полученные путём экстраполяции натурных данных, что, в частности, связано с дополнительным влиянием площадки АЭС, мостовых переходов и экстремальных скоростей ветра на гидравлический режим при пропуске паводков редкой повторяемости, не в полной мере учитываемых при экстраполяции натурных данных. Поэтому следует использовать значения максимальных уровней, полученные в результате численного моделирования. По табличным значениям построен обобщающий график повторяемости уровней воды в районе АЭС Руппур (Рис. 9.2.8).

Также был построен график связи максимальных уровней воды с их повторяемостью для значений повторяемости от 106 лет, поскольку более частое затопление площадки АЭС не допускается. Этот график изображён на Рис. 9.2.9, график аппроксимируется логарифмической функцией вида $y = A \ln x + B$.

Из графика видно, что при нормативной вероятности затопления 10⁻⁶ 1/год площадка АЭС должна быть расположена на отметке 17.80 mPWD, а с учетом запаса 0,5 м – на отметке 18.30 mPWD. Повторяемость затопления площадки в этом случае будет 5,107 лет (один раз в пятьдесят миллионов лет).

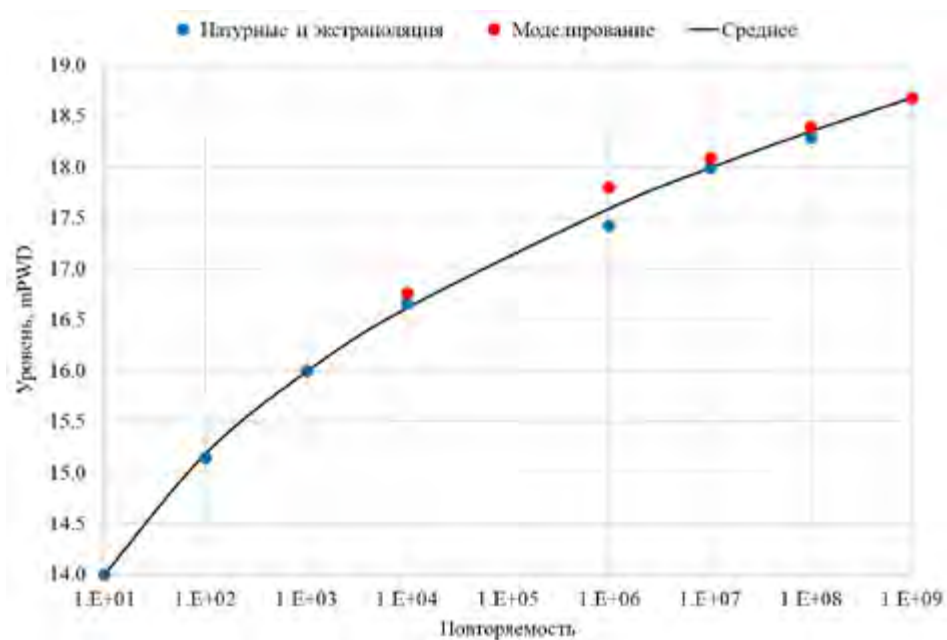


Рис. 9.2.8. График повторяемости уровней воды в районе промплощадки АЭС Руппур

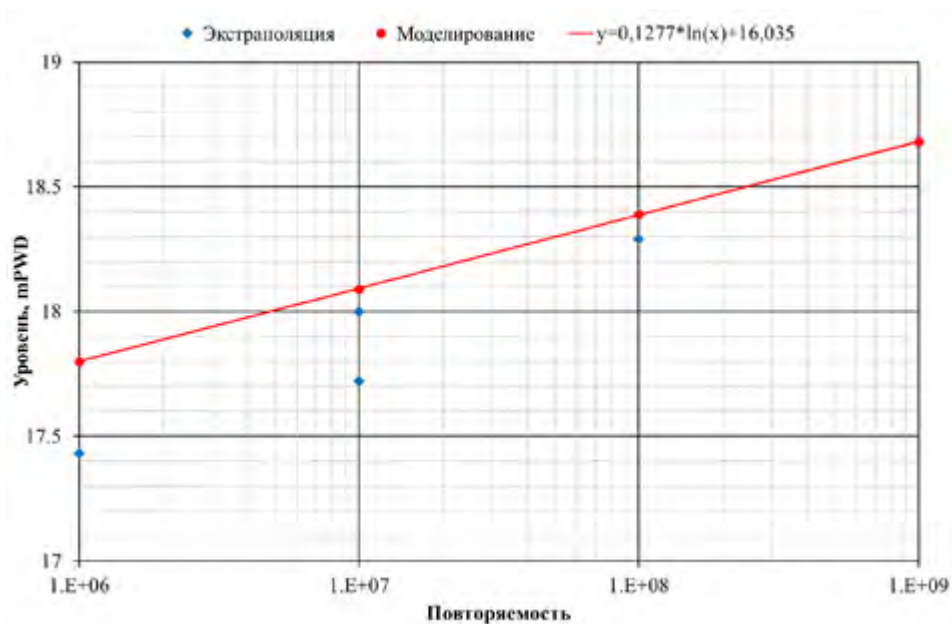


Рис. 9.2.9. График повторяемости высоких уровней воды у промплощадки АЭС Руппур. Фрагмент в области малой повторяемости

Построенный график повторяемости уровней воды позволяет оценить риски затопления промплощадки (риск – это произведение ущерба от затопления до заданной отметки на вероятность достижения соответствующего уровня воды). Для простоты расчетов примем несколько условных, но имеющих правильный порядок величин цифр: стоимость подъема отметки верха промплощадки на каждый последующий метр – \$1 млн; ущерб от затопления площадки на 1 м – \$10 млн; ущерб от затопления площадки на каждый последующий метр увеличивается в 10 раз. Например, при затоплении на 3 м ущерб составит \$1 млрд. На Рис. 9.2.10 показаны графики стоимости подъема верха площадки на определенную высоту и величины риска от затопления площадки на ту же высоту для условий АЭС Руппур. Видно, что даже при многократном увеличении величины ущерба по сравнению с принятыми выше значениями риск затопления практически зануляется при отметке промплощадки 16,6 mPWD и выше. Таким образом, даже с учетом нормативного запаса 0,5 м из условия минимизации рисков отметка промплощадки могла быть принята 17,1 mPWD, или на 1,2 м ниже, чем по нормативам Росатома.

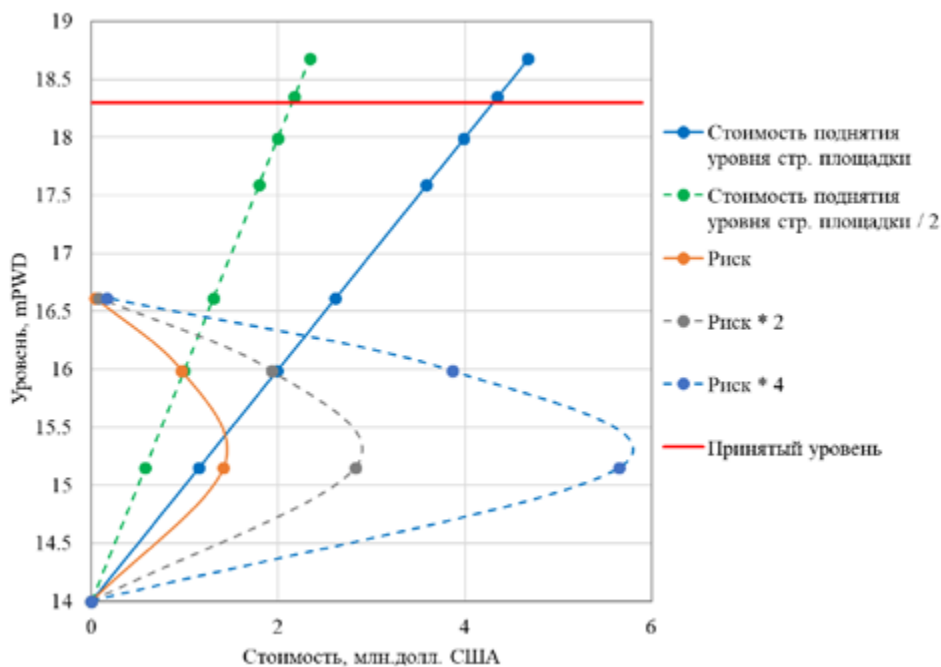


Рис. 9.2.10. Кривые рисков затопления в зависимости от отметки площадки АЭС Руппур

Выводы. Предложен новый подход к обоснованию отметок площадок АЭС, расположенных в поймах рек. При наличии установленной расчетами однозначной связи между величиной и вероятностью максимальных

отметок затопления в определенном диапазоне значений, а также при наличии количественных оценок величины вероятного вреда от затопления площадки АЭС можно оптимизировать выбор отметки промплощадки исходя из минимизации рисков. В некоторых случаях даже существенная неопределенность в оценке вреда практически не будет влиять на оптимальную отметку.

Для определения экстремальных отметок затопления при сочетании нескольких гидрометеорологических явлений редкой повторяемости ввиду отсутствия данных натурных наблюдений таких явлений и ненадёжности способов экстраполяции искомых величин необходимо применять методы численного гидродинамического моделирования как минимум в двумерной плановой постановке с учетом всех особенностей рассматриваемого объекта и воздействующих на него физических факторов.

Принятая в проекте на основании расчетов в соответствии с действующими нормативами отметка промплощадки АЭС Руппур оказалась завышенной с точки зрения оптимизации рисков затопления, в то время как отметка промплощадки Балаковской АЭС в своё время была выбрана практически оптимально. Можно допустить и обратную ситуацию, когда назначенная по нормативам отметка находится в зоне повышенного риска. Предлагаемый подход поможет избежать недостаточно надежного проектного решения.

Приложение А. ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ

В настоящем приложении описаны эффективные и надежные алгоритмы численного решения одномерных уравнений мелкой воды и их модификаций, которые реализованы в программных комплексах «RIVER 1D» [Беликов, Кочетков, 2014] и «Река Москва» (см. Главу 5) и широко применялись нами при решении различных практических задач речной гидравлики.

А.1. Конечно-разностная схема для решения одномерных уравнений Сен-Венана

Экономичные разностные схемы для одномерных уравнений Сен-Венана (1.3.1), (1.3.2) и уравнения переноса (1.3.3) (см. п.1.3.1) построим на основе идей, изложенных в [Милитеев, 1982]. Разобьем расчетный отрезок оси OX $[x_{\text{л}}, x_{\text{п}}]$ на $N-1$ отрезков, которые будем называть ячейками сетки. Точки разбиения будем называть узлами сетки и их координаты обозначать через x_i , ($i = 1, \dots, N$), причем $x_1 = x_{\text{л}}$, $x_N = x_{\text{п}}$. Середины ячеек будем называть полужелыми узлами. В узлах сетки будем вычислять расходы и скорости Q_i , U_i , в полужелых узлах все остальные величины, прописывая им индекс $i + \frac{1}{2}$ ($i = 1 \dots N-1$). Введем обозначения

$$\Delta_i = x_{i+1} - x_i, \quad \Delta_{i+1} = x_{i+2} - x_{i+1}, \quad \Delta_{i-1} = x_i - x_{i-1}.$$

Начнем с аппроксимации уравнения неразрывности. Интегрируя (1.3.2) по отрезку $[x_i, x_{i+1}]$ с учетом того, что

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial t} \right|_{Z_H = \text{const}} = \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (\text{A1})$$

получим с точностью до членов порядка Δ_i^3

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial \zeta} \right)_{i+1/2} \cdot \frac{\partial \zeta_{i+1/2}}{\partial t} \cdot \Delta_i + Q_{i+1} - Q_i = 0.$$

Заменяя производную по времени разностью вперед и деля последнее равенство на Δ_i , получим

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial \zeta} \right)_{i+1/2} \cdot \frac{\zeta_{i+1/2} - \tilde{\zeta}_{i+1/2}}{\tau} + \frac{Q_{i+1} - Q_i}{\Delta_i} = 0, \quad i = 1, \dots, N-1; \quad (\text{A2})$$

где τ – шаг по времени, символ " \sim " помечает величину, взятую с нижнего слоя по времени.

Аналогично, интегрируя (1.3.1) по отрезку $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$, деля на $\Delta_{i-1/2} = 0,5 \cdot (\Delta_{i-1} + \Delta_i)$ и заменяя производную по времени разностью вперед, получим

$$\frac{Q_i - \tilde{Q}_i}{\tau} + Q_i \frac{U_{i+1} - U_{i-1/2}}{\Delta_{i-1/2}} + U_i \frac{Q_{i+1} - Q_{i-1/2}}{\Delta_{i-1/2}} + A_i = g i \omega_i - \left(\lambda \frac{Q^2}{\omega R} \right)_i \quad (\text{A3})$$

$$U_{i+1/2} = \frac{U_i + U_{i+1}}{2}, \quad U_{i-1/2} = \frac{U_{i-1} + U_i}{2}, \quad U_i = \frac{\tilde{Q}_i}{\tilde{\omega}_i},$$

$$Q_{i+1/2} = \frac{Q_i + Q_{i+1}}{2}, \quad Q_{i-1/2} = \frac{Q_{i-1} + Q_i}{2},$$

$$\omega_i = (\omega_{i+1/2} \cdot \Delta_{i-1} + \omega_{i-1/2} \cdot \Delta_i) / (\Delta_{i-1} - \Delta_i),$$

$$R_i = (R_{i+1/2} \cdot \Delta_{i-1} + R_{i-1/2} \cdot \Delta_i) / (\Delta_{i-1} - \Delta_i). \quad (\text{A4})$$

$$A_i = g \omega_i \cdot (\zeta_{i+1/2} - \zeta_{i-1/2}) / \Delta_{i-1/2} + \Delta A_i,$$

$$\Delta A_i = \frac{g}{2\Delta_{i-1/2}} \cdot \left[\int_{(Yn)_{i+1/2}}^{(Yn)_{i+1/2}} h_{i+1/2}^2 dy - \int_{(Yn)_i}^{(Yn)_i} h_{i+1/2}^2 dy + \int_{(Yn)_i}^{(Yn)_i} h_{i-1/2}^2 dy - \int_{(Yn)_{i-1/2}}^{(Yn)_{i-1/2}} h_{i-1/2}^2 dy \right]. \quad (\text{A5})$$

Величина ΔA_i является малой по сравнению с главным членом в выражении для A_i . Она возникает из-за переменной ширины русла. Равенства (5) получены с использованием следующего тождественного преобразования

$$\begin{aligned} F &= - \int_{Y_L}^{Y_n} gh \frac{\partial z_d}{\partial x} dy = - \int_{Y_L}^{Y_n} gh \frac{\partial(\zeta - h)}{\partial x} dy = \\ &= - \frac{\partial \zeta}{\partial x} \int_{Y_L}^{Y_n} gh dy + g \int_{Y_L}^{Y_n} h \frac{\partial h}{\partial x} dy = -g\omega \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} g \int_{Y_L}^{Y_n} h \frac{\partial h^2}{\partial x} dy \end{aligned}$$

Используя (4), (5), преобразуем (3) к виду

$$\begin{aligned} \frac{Q_i - \tilde{Q}_i}{\tau} + Q_i \frac{(U_{i+1} - U_{i-1}) + U_i \cdot (Q_{i+1} - Q_{i-1})}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} + 2g\omega_i \frac{\zeta_{i+1/2} - \zeta_{i-1/2}}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} \\ + \Delta A_i = g i \omega_i - \left(\frac{\lambda Q U}{R} \right)_i \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Выразим теперь $\zeta_{i+1/2}$ из уравнения неразрывности (2), причем $\partial \omega / \partial \zeta$ заменим величиной $0,5 \cdot (B + \tilde{B})_{i+1/2}$, где B – ширина русла по урезу:

$$\zeta_{i+1/2} = \tilde{\zeta}_{i+1/2} - \frac{\tau \cdot (Q_{i+1} - Q_i)}{0,5 \cdot (B + \tilde{B})_{i+1/2} \Delta_i}. \quad (\text{A.7})$$

Соответственно будем иметь

$$\zeta_{i-1/2} = \tilde{\zeta}_{i-1/2} - \frac{\tau \cdot (Q_i - Q_{i-1})}{0,5 \cdot (B + \tilde{B})_{i-1/2} \Delta_{i-1}}. \quad (\text{A.8})$$

Подставив (7), (8) в (6), получим окончательную разностную форму уравнения движения:

$$\begin{aligned} \frac{Q_i - \tilde{Q}_i}{\tau} + Q_i \frac{(U_{i+1} - U_{i-1})}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} + Q_{i+1} \frac{U_i}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} - Q_{i-1} \frac{U_i}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} + 2g\omega_i \frac{\tilde{\zeta}_{i+1/2} - \tilde{\zeta}_{i-1/2}}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} + \\ + Q_i \frac{4g\omega_i \tau}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} \left(\frac{1}{0,5 \cdot (B + \tilde{B})_{i+1/2} \Delta_i} + \frac{1}{0,5 \cdot (B + \tilde{B})_{i-1/2} \Delta_{i-1}} \right) - \\ - Q_{i+1} \frac{4g\omega_i \tau}{(\Delta_{i-1} + \Delta_i) \cdot (B + \tilde{B})_{i+1/2} \Delta_i} - Q_{i-1} \frac{4g\omega_i \tau}{(\Delta_{i-1} + \Delta_i) \cdot (B + \tilde{B})_{i-1/2} \Delta_i} + \\ + \Delta A_i = g i \omega_i - Q_i \left(\lambda \frac{U}{R} \right)_i, \quad i = 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Система уравнений (9) относительно величин Q_i имеет трехдиагональную матрицу коэффициентов, и ее удобно решать методом прогонки [Самарский, 1977; Роуч, 1980]. При этом граничные условия вида (1.3.9) или (1.3.10) задаются следующим образом. На левой границе при $x = x_1$ задаем $Q_1 = Q_1(t)$, а в случае бурного потока на входной границе к этому условию добавляется еще условие $U = U_1(t)$. На правой границе задается производная $(\partial Q / \partial x)_N$, которая вычисляется с помощью уравнения неразрывности. Имея в виду, что $\zeta_{N-1/2}(Q)$ задана из (2), будем иметь

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)_N = -\frac{(B + \tilde{B})_{N-1/2}}{2} \cdot \left(\frac{\partial \zeta}{\partial Q}\right)_{N-1/2} \cdot \frac{Q_N - \tilde{Q}_N}{\tau} \quad (\text{A.10})$$

Способ реализации граничных условий первого или второго рода в методе прогонки подробно оговорен в [Самарский, 1977; Роуч, 1980].

Решив (9), из (7) находим $\zeta_{i+1/2}$ при $i = 1 \dots N-1$. Таким образом вычисляются Q , ζ на новом шаге по времени. Однако для резко изменяющихся во времени и пространстве течений (сильная нестационарность, русло переменного сечения) такая схема будет недостаточно точна. Для улучшения свойств схемы в [Милитеев, 1982] предлагается итерировать систему (7), (9) на каждом шаге по времени до сходимости, например, по Q с заданной точностью ε . Итерации организуются следующим образом. После вычисления новых Q_i , $\zeta_{i+1/2}$ пересчитываются $B_{i+1/2}$, $R_{i+1/2}$, $\omega_{i+1/2}$, ΔA_i , U_i и вновь решаются (7), (9).

Итерации прекращаются при выполнении условия

$$\max_i \left(\frac{|Q_i^{(r+1)} - Q_i^{(r)}|}{Q_{\text{cp}}} \right) < \varepsilon \quad (\text{A.11})$$

где r – номер итерации, $Q_{\text{cp}} = \sum_i |Q_i| / N$.

Наряду с основным вариантом схемы для решения уравнений Сен-Венана (схема 1) существует ряд её модификаций.

Схема 3 отличается от схемы 1 несколько иной аппроксимацией конвективного члена (выделение главного члена), а именно разностным аналогом $\partial Q U / \partial x$ является

$$Q_i^{(r)} \cdot [Q_{i+1} \left(\frac{1}{\omega_{i+1}} + \frac{1}{\omega_i} \right) - Q_{i-1} \left(\frac{1}{\omega_{i-1}} + \frac{1}{\omega_i} \right)] / (\Delta_{i-1} + \Delta_i) \quad (\text{A.12})$$

В схеме 5 также по-другому вычисляется конвективный член и скорости в узлах (схема с направленными разностями):

$$\frac{Q_{i+1}U_{i+1} - Q_{i-1}U_{i-1}}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} - \frac{|Q_{i+1}|U_{i+1} - 2|Q_i|U_i + |Q_{i-1}|U_{i-1}}{\Delta_{i-1} + \Delta_i}, \quad (\text{A.13})$$

$$U_i = \begin{cases} Q_i / \omega_{i-1/2}, & Q_i \geq 0, \\ Q_i / \omega_{i+1/2}, & Q_i < 0. \end{cases}$$

Схемы 2, 4, 6 отличаются соответственно от схем 1, 3, 5 другой аппроксимацией правой части уравнения движения, учитывающей асимптоту ре-

шения в бьефах большой протяженности (здесь не рассматриваются). Опыт численных расчетов показал, что лучшие результаты дает схема 1.

Рассмотрим теперь алгоритмы решения уравнения переноса (1.3.3). Будем задавать концентрацию в полущелых узлах. Вводя обозначения $\theta = \omega S$, $\theta_{\text{н}} = \omega S_{\text{н}}$, интегрируя (1.3.3) по отрезку $[x_i, x_{i+1}]$ и заменяя производную по времени разностью вперед, получим

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{i+1/2} - \tilde{\theta}_{i+1/2}}{\tau} + \frac{\theta_{i+1}U_{i+1} - \theta_iU_i}{\Delta_i} &= -\frac{K_{i+1/2}}{R_{i+1/2}} \cdot (\theta_{i+1/2} - \theta_{Hi+1/2}) \\ \theta_{i+1} &= (\theta_{i+1/2}\Delta_{i+1} + \theta_{i+3/2}\Delta_i)/(\Delta_{i+1} + \Delta_i), \\ \theta_i &= (\theta_{i-1/2}\Delta_i + \theta_{i+1/2}\Delta_{i-1})/(\Delta_{i-1} + \Delta_i). \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

После преобразований получим для уравнения переноса систему уравнений относительно $\theta_{i+1/2}$ с трехдиагональной матрицей:

$$\begin{aligned} \frac{\tau U_{i+1}}{\Delta_i + \Delta_{i+1}} \theta_{i+3/2} + \theta_{i+1/2} \left[1 + \frac{\tau U_{i+1}\Delta_{i+1}}{\Delta_i \cdot (\Delta_i + \Delta_{i+1})} - \frac{\tau U_i\Delta_{i-1}}{\Delta_i \cdot (\Delta_i + \Delta_{i-1})} \right. \\ \left. + \frac{K_{i+1/2}\tau}{R_{i+1/2}} \right] - \\ - \frac{\tau U_i}{\Delta_i + \Delta_{i-1}} \theta_{i-1/2} = \tilde{\theta}_{i+1/2} + \frac{K_{i+1/2}}{R_{i+1/2}} \cdot \tau \theta_{Hi+1/2}, \quad i = 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Эта система решается при следующих граничных условиях:

$$\theta_{1/2} = \omega_{1/2}S_{1/2} = \theta_{1/2}(t); \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{N-1/2} = 0. \quad (\text{A.16})$$

Легко видеть, что схема (A.14) согласована со схемой для уравнений Сен-Венана. Действительно, при $S = \text{const}$ и $K = 0$ первое из уравнений (A.14) совпадает с уравнением неразрывности. Это гарантирует, что в процессе счета не появятся нефизические источники концентрации (подробнее см. [Милитеев, 1982]).

Наряду с рассмотренной неявной симметричной разностной схемой (назовем ее схемой 1) реализована также неявная схема «бегущего счета» (схема 2) для уравнения переноса. Она имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{i+1/2} - \tilde{\theta}_{i+1/2}}{\tau} + \frac{1}{2\Delta_i} \left[\left(\frac{\theta_{i+3/2}}{\omega_{i+3/2}} + \frac{\theta_{i+1/2}}{\omega_{i+1/2}} \right) \theta_{i+1} - \left(\frac{\theta_{i+3/2}}{\omega_{i+3/2}} - \frac{\theta_{i+1/2}}{\omega_{i+1/2}} \right) |\theta_{i+1}| \right. \\ \left. - \left(\frac{\theta_{i+3/2}}{\omega_{i+3/2}} + \frac{\theta_{i+1/2}}{\omega_{i+1/2}} \right) \theta_i + \left(\frac{\theta_{i+1/2}}{\omega_{i+1/2}} - \frac{\theta_{i-1/2}}{\omega_{i-1/2}} \right) |\theta_i| \right] \\ = -K_{i+1/2} \cdot (\theta_{i+1/2} - \theta_{Hi+1/2})/R_{i+1/2}. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

и также согласована со схемой для уравнения неразрывности.

В заключение отметим, что при совместном решении полной системы уравнений (1.3.1) – (1.3.3), т.е. при решении систем разностных уравнений (A.7), (A.9), (A.14) или их модификаций итерации ведутся целиком по всей системе уравнений до выполнения критерия (A.11).

Коснемся здесь также алгоритма расчета русловой сети. Для расчета течений в системе русел известно два подхода. Первый основан на задании и решении системы разностных уравнений на графе [Васильев, Темноева, Шугрин, 1965; Воеводин, Шугрин, 1981], второй, используемый нами, основан на итерационной процедуре. Суть ее состоит в следующем.

Для каждого русла система уравнений (1.3.1)–(1.3.3) дискретизируется и решается (на каждом шаге по времени) независимо, но с учетом граничных условий, рассчитанных в узлах стыковки на предыдущей итерации. Вид этих граничных условий хорошо известен и является, по сути, аналогом законов Киркгофа в гидравлике (равенство уровней и алгебраическое суммирование расходов воды в узлах стыковки). Могут дополнительно быть учтены и местные потери импульса при слиянии.

На каждом шаге по времени итерации начинаются с наиболее полноводных (основных) русел и далее переходят к притокам по степени убывания водности. Поскольку для обеспечения хорошей точности нестационарных расчетов по уравнениям Сен-Венана все равно необходимы итерации по нелинейности, данный подход не является обременительным с вычислительной точки зрения, и в месте с тем несложен в реализации.

А 2. Учет водосбросных плотин при сквозном расчете каскадов гидроузлов

На рис. А.1 приведена схема участка реки с водосбросной плотиной, на которой показано движение воды через поверхностный водослив. Здесь $i, i+1$ – узлы расчетной сетки, где вычисляются уровни свободной поверхности ζ_i, ζ_{i+1} ; Q – расход через плотину; z – отметка порога водослива; $H = \zeta_i - z$ – напор над гребнем водослива; $h = \zeta_{i+1} - z$ – глубина подтопления со стороны нижнего бьефа (НБ); Δ – расстояние между узлами.

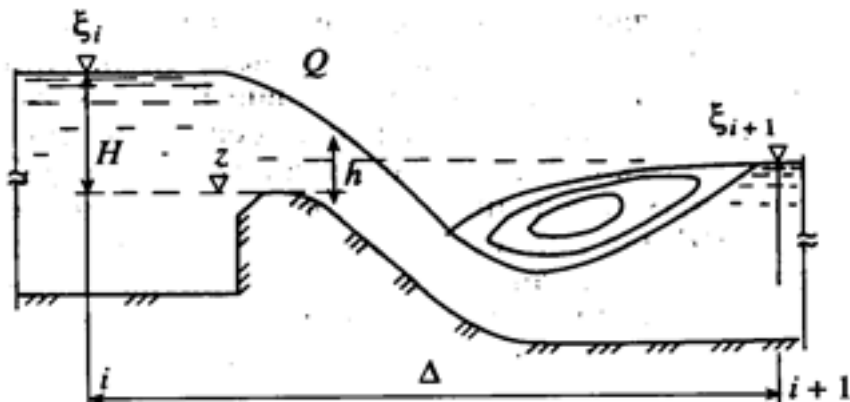


Рис. А.1. Схема движения воды через поверхностный водосброс

Обычно в верхнем бьефе (ВБ) поддерживается НПУ посредством маневрирования затворами плотин. Однако, как отмечалось выше, при прохождении высоких половодий плотина может полностью раскрываться, и тогда имеет место движение воды через водослив, в том числе в условиях подтопления ($h > 0$). Таким образом, при заданном расходе воды возможны три режима течения: с фиксированным уровнем ВБ, через неподтопленный и подтопленный водосливы. Очевидно, что в последнем случае уровень НБ оказывает влияние на уровень ВБ. Уравнения Сен-Венана не описывают движение воды через подтопленный водослив, поэтому модифицируем их так, чтобы можно было наряду с течением потока в естественном русле единообразно сквозным образом рассчитывать и все перечисленные режимы при наличии водоподпорного сооружения. Для этого в уравнение движения на отрезке $[i, i+1]$ необходимо ввести дополнительное гидравлическое сопротивление, аналогичное трению, которое бы обеспечивало требуемый перепад уровней на плотине, а конвективные члены исключить. Уравнение неразрывности при этом не изменяется. Тогда в стационарном случае получим связь расходов и уровней в виде

$$g\omega \frac{\zeta_i - \zeta_{i+1}}{\Delta} = QF \quad (\text{A.18})$$

При отсутствии плотины

$$F = F_0 = \frac{\lambda}{2} \frac{|Q|}{\omega R}, \quad (\text{A.19})$$

где $\lambda = 2gn^2 R^{-1/3}$ – коэффициент гидравлического трения, другие обозначения аналогичны приведенным ранее.

При наличии водослива из известного соотношения

$$Q = m\sigma b\sqrt{2g}H^{3/2} \quad (\text{A.20})$$

где m – коэффициент расхода водослива, σ – коэффициент подтопления, b – ширина водослива; получаем выражение

$$H \equiv \zeta_i - z = \left(\frac{Q}{m\sigma b\sqrt{2g}} \right)^{2/3} \quad (\text{A.21})$$

которое преобразуется к виду (18), если положить

$$F = \frac{g\omega (1 - \xi)}{\Delta (m\sigma b\sqrt{2gQ})^{2/3}} \equiv F_1(1 - \xi), \quad (\text{A.22})$$

где $\xi = \frac{h}{H} \equiv \frac{\zeta_{i+1} - z}{\zeta_i - z} \leq 1$ – степень подтопления.

Выражение для коэффициента подтопления σ зависит от типа водослива, и, например, для водосливов практического профиля может быть принято в виде:

$$\sigma = \begin{cases} (1 - \xi)^{0.3}, & 0 \leq \xi < 1; \\ 1, & \xi < 0. \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

Возможно использование и других аналогичных зависимостей. Для окончательного назначения коэффициентов m и σ представляется целесообразным калибровка на основе экспериментальных и натурных данных. Для обеспечения непрерывного перехода от (A.22) к (A.19) при увеличении степени подтопления от 0 до 1 величина F записывается в виде

$$F = F_1 (1 - \xi) + F_0 \xi, \quad 0 \leq \xi \leq 1. \quad (\text{A.24})$$

При проведении нестационарных расчетов величина F вычисляется по значениям параметров на нижнем слое по времени. Если уровень ВБ задан, то F определяется непосредственно из (A.18) также по значениям переменных с нижнего слоя. Уточнение расчетных значений нелинейных параметров достигается выполнением на каждом шаге по времени дополнительных итераций.

А.3. Неотрицательный конечно-разностный алгоритм для одномерных уравнений диффузионной волны

При решении некоторых задач гидравлики открытых потоков можно применять упрощенные уравнения Сен-Венана в так называемом диффузионном приближении [Cunge, Holly, Verway, 1980; Маханов, Семенов, 1994, 1996], когда в уравнении движения пренебрегают полной производной от расхода воды по времени, тем самым предполагая, что гравитационные силы уравновешиваются силами трения (уравнение неразрывности при этом не меняется). Уравнения мелкой воды в рассматриваемом приближении описывают весьма широкий класс течений, в том числе кривые подпора и спада спокойного потока, распространение волн половодья, течения на поймах и другие. Двумерные двухслойные уравнения диффузионной волны выведены в п. 1.3.2 монографии и использовались при решении ряда практических задач (главы 5, 6, 8). Весьма эффективным оказывается применение уравнения диффузионной волны при расчете склонового стока с водосборных бассейнов как альтернатива более ранним подходам, основанным на решении уравнения кинематической волны [Кучмент, 1972; Кучмент, Демидов, Мотовилов, 1983; Корень, 1991].

В задачах склонового стока моделируются тонкие слои жидкости (глубина может обращаться в ноль), стекающие по поверхностям с большими уклонами, причем шаги расчетной сетки и перепады уровней на ячейке могут на несколько порядков превосходить глубину потока. Это может приво-

доть к неустойчивости численного счета и возникновению отрицательных глубин, когда уровень поверхности жидкости опускается ниже поверхности земли, что не имеет под собой физической основы. Поэтому для таких задач актуальным является разработка так называемых «неотрицательных» алгоритмов, автоматически обеспечивающих неотрицательность глубин во все время счета.

Для полных двумерных уравнений мелкой воды А.Н. Милитеевым и М.С. Сладкевичем [Милитеев, Сладкевич, 1983; Лятхер, и др., 1986] была предложена явная по времени разностная схема на прямоугольной сетке, теоретически гарантирующая (и на практике обеспечивающая) свойство неотрицательности глубин при любых соотношениях расчетных параметров течения. Для одномерных и двумерных уравнений диффузионной волны С.С. Махановым и А.Ю. Семеновым [Маханов, Семенов, 1994, 1996] был предложен полностью неявный алгоритм на прямоугольных сетках, обладающий тем же свойством. При этом неотрицательность достигалась применением итераций, число которых на каждом шаге по времени достигало многих десятков. Ниже описывается гибридный (явно-неявный) «неотрицательный» метод решения уравнений диффузионной волны, наиболее физичный и эффективный для рассматриваемого класса задач. Для простоты выкладок изложение ведется для одномерной системы уравнений в простейшем случае русла (полосы склона) единичной ширины, однонаправленного (в положительном направлении оси Ox) потока, неотрицательных уклонов дна, неотрицательных осадков и равномерной сетки, однако метод обобщается на полные одномерные и двумерные уравнения и неравномерные и треугольные расчетные сетки. При выполнении некоторого дополнительного ограничения (см. [Маханов, Семенов, 1994, 1996]) величина осадков также может быть отрицательной (испарение). Уравнения мелкой воды с учетом сделанных допущений принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Uh}{\partial x} &= q, \quad q(x, t) \geq 0, \\ -gh \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_D}{\partial x} \right) &= \lambda \frac{U|U|}{2}. \end{aligned} \quad (A.25)$$

Выберем аппроксимацию уравнения неразрывности в форме «левый уголок»

$$\frac{\hat{h}_{i+1/2} - \tilde{h}_{i+1/2}}{\tau} + \frac{U_{i+1} \tilde{h}_{i+1/2} - U_i \tilde{h}_{i-1/2}}{\Delta} = q_{i+1/2} \quad (A.26)$$

где τ – шаг по времени, Δ – шаг равномерной сетки, символ “~” помечает величины, взятые с нижнего слоя по времени, символ “^” обозначает величины с верхнего слоя по времени, а величины без верхних индексов могут на каждом шаге по времени уточняться итерационно.

Выберем шаг по времени τ из условия Куранта: $\tau \leq \frac{\Delta}{\max |U_i|}$, где максимум берется по всем узлам сетки. Тогда аппроксимация (26) обеспечивает неотрицательность глубин, что становится очевидным, если преобразовать (A.26) с учетом выбора τ к виду

$$\hat{h}_{i+1/2} = \frac{\tilde{h}_{i+1/2} [\max(U_i) - U_{i+1}] + U_i \tilde{h}_{i-1/2} + \Delta q}{\max(U_i)} \quad (\text{A.27})$$

Действительно, если все величины с нижнего слоя по времени неотрицательны, то из (A.27) следует, что глубина на верхнем слое по времени также неотрицательна. С использованием дискретного аналога первого уравнения (A.25) представим скорость в i -ом узле сетки в виде

$$U_i = \frac{gh_i}{\lambda_i |U_i|} \left(I_i + \frac{h_{i-1/2} - h_{i+1/2}}{\Delta} \right) \geq 0; \quad (\text{A.28})$$

$$h_i = \frac{1}{2} (h_{i-1/2} + h_{i+1/2}); \quad I_i = \frac{1}{\Delta} (z_{Di-1/2} - z_{Di+1/2}),$$

где I_i – заданные неотрицательные величины, а способ интерполяции глубин обеспечивает дивергентность по импульсу на горизонтальном дне.

Подставляя (A.28) в (A.26), получим

$$\begin{aligned} \hat{h}_{i+i+1/2} &= \tilde{h}_{i+1/2} \\ &+ \tau [q \\ &+ \frac{1}{\Delta^2} \{ \Delta (D_i I_i - D_{i+1} I_{i+1}) + D_i (\hat{h}_{i-1/2} - \hat{h}_{i+1/2}) \\ &- D_{i+1} (\hat{h}_{i+1/2} - \hat{h}_{i+3/2}) \}] \\ D_i &= gh_i \tilde{h}_{i-1/2} / \lambda_i |U_i| \end{aligned}$$

Группируя члены, получим

$$\begin{aligned} -D_i \hat{h}_{i-1/2} + \left(\frac{\Delta^2}{\tau} + D_i + D_{i+1} \right) \hat{h}_{i+1/2} - D_{i+1} \hat{h}_{i+3/2} \\ = \frac{\Delta^2}{\tau} \tilde{h}_{i+1/2} + q \Delta^2 + \frac{\tau}{\Delta} (D_i I_i - D_{i+1} I_{i+1}) \end{aligned}$$

или

$$-C \hat{h}_{i-1/2} + B \hat{h}_{i+1/2} - A \hat{h}_{i+3/2} = \frac{\Delta^2}{\tau} \tilde{h}_{i+1/2} + q \Delta^2 + \frac{\tau}{\Delta} (D_i I_i - D_{i+1} I_{i+1}) \quad (\text{A.29})$$

Записывая (A.29) для каждого полуцелого узла сетки, получим систему алгебраических уравнений относительно глубин потока в полуцелых узлах на верхнем слое по времени, имеющую трехдиагональную матрицу коэффициентов, которая может быть решена методом прогонки [Самарский, 1977; Роч, 1980].

Покажем, что если правые части всех уравнений (А.29) неотрицательны и граничные условия обеспечивают неотрицательность глубин на левой и правой границах, то и все глубины будут неотрицательными. Допустим, что некоторое $\hat{h}_{i+1/2} < 0$ а все остальные ≥ 0 . Такого не может быть, т.к. тогда левая часть < 0 , а правая часть ≥ 0 . Тогда и $\hat{h}_{i+3/2}$ должно быть < 0 , причем $|\hat{h}_{i+3/2}| > |\hat{h}_{i+1/2}|$. Рассмотрев аналогичное (А.29) уравнение относительно $\hat{h}_{i+3/2}$, получим, что для обеспечения неотрицательности левой части необходимо условие $|\hat{h}_{i+1/2}| > |\hat{h}_{i+3/2}|$, что противоречит предыдущему условию.

Пусть все $\hat{h} < 0$. Тогда $|\hat{h}_{i+1/2}| < |\hat{h}_{i-1/2}|$ и $|\hat{h}_{i+1/2}| < |\hat{h}_{i+3/2}|$. Перейдя к следующему узлу, опять придем к противоречию. Вообще-то это следует и из принципа максимума: если в начальный момент все $h \geq 0$ и на границах $h(t) \geq 0$, то и везде в области для уравнения диффузии будет $h(x, t) \geq 0$ (см. ссылки в статьях [Маханов, Семенов, 1994, 1996]).

Осталось заметить, что неотрицательность правых частей системы уравнений (А.29) обеспечивается выбором шага по времени, аналогичном описанному ранее, но по скорости, которая определяется только скоростью конвективного переноса глубины (без учета скорости диффузии). Таким образом, схема (А.29) гарантирует неотрицательность глубин при соответствующем выборе τ .

Неявная схема (А.29) переходит в явную при $D_i \ll \Delta^2/\tau = \Delta \max|U_i|$, или $gh^2 \ll \lambda|U|\max|U|\Delta$, или $g\max h^2 \ll \lambda\max|U|^2\Delta$, или $\max h \ll \max U (\lambda\Delta/g)^{1/2}$, или $\max h \ll \max\sqrt{h|\Delta\zeta|/\Delta}$, или $\max h \ll \Delta\zeta$. Наоборот, при $D_i \gg 1$, т.е. при $\max h \Delta\zeta$, вклад переносной части очень мал, т.е. получается чисто уравнение диффузии (это может быть и при больших уклонах, но при очень маленьких шагах по пространству). В этом случае вместо сноса глубины вниз по потоку можно брать полусумму глубин при вычислении D_p , что обеспечит второй порядок точности по пространству, либо применять гибридный вариант (реализован на практике):

$$h_i = h_{i\mp 1/2} \cdot \gamma_i + h_i(1 - \gamma_i), \gamma_i = \frac{\frac{|\zeta_{i\mp 1/2} - \zeta_{i\pm 1/2}|}{h_i}}{\frac{|\zeta_{i\mp 1/2} - \zeta_{i\pm 1/2}|}{h_i} + 1}, 0 \leq \gamma_i \leq 1. \quad (\text{А.30})$$

Представленная схема построена так, что при $|\partial z/\partial x| \gg |\partial h/\partial x|$ уравнение неразрывности работает как уравнение переноса для h , а при обратном неравенстве как уравнение диффузии для h . Она перекрывает весь диапазон изменений расчетных параметров (при условии, что не надо учитывать $\partial Q/\partial t$ и конвективные члены) и обеспечивает отсутствие гидродинамических разрывов и отрицательных глубин (при соответствующем выборе τ).

Описанная выше «неотрицательная» разностная схема для уравнений диффузионной волны применялась при моделировании склонового стока с Москворецкого бассейна (глава 5) и на водосборе р. Кубань и показала высокую эффективность и надежность расчетов при больших уклонах водосборов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [Алабян, Беликов, Баталкина, 1998] *Алабян А.М., Беликов В.В., Баталкина С.А.* Модель паводковых течений и ее интеграция в ГИС //Труды семинара «Геоинформационные системы (ГИС) и их возможности в водном секторе». М., ГИС-Ассоциация, 1998, с.55–57.
- [Алексеевский и др., 2014] *Алексеевский Н.И., Крыленко И.Н., Беликов В.В., Кочетков В.В., Норин С.В.* Численное гидродинамическое моделирование наводнения в г.Крымске 6-7 июля 2012 г // Гидротехническое строительство, №3, 2014, с. 29-35 / Alekseevskiy N.I., Krylenko I.N., Belikov V.V., Kochetkov V.V., Norin S.V. Numerical Hydrodynamic Modeling of Inundation in Krymsk on 6 – 7 July 2012 // Power Technology and Engineering, vol. 48 (3), 2014, p. 179–186. <https://doi.org/10.1007/s10749-014-0505-y>.
- [Алексюк, Беликов, 2017а] *Алексюк А.И., Беликов В.В.* Моделирование течений мелкой воды с областями обмеления и разрывами дна // Журнал вычислительной математики и математической физики, т. 57 (2), 2017, с. 316–338. / Alekseyuk A. I., Belikov V. V. Simulation of shallow water flows with shoaling areas and bottom discontinuities // Computational Mathematics and Mathematical Physics, vol. 57 (2), 2017, p. 318–339.
- [Алексюк, Беликов, 2017б] *Алексюк А.И., Беликов В.В.* Программный комплекс STREAM 2D HPC для расчета течений, деформаций дна и переноса загрязнений в открытых потоках с использованием технологий OpenMP (на многопроцессорных системах с общей памятью) //Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2017660244 от 20.09.2017
- [Алексюк, Беликов, 2017в] *Алексюк А.И., Беликов В.В.* Программный комплекс STREAM 2D CUDA для расчета течений, деформаций дна и переноса загрязнений в открытых потоках с использованием технологии CUDA (на графических процессорах NVIDIA) // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. 2017. № 2017660266.
- [Атавин, Васильев, 1975] *Атавин А.А., Васильев О.Ф.* Методы расчета неустановившихся течений в системах открытых русел и каналов // Численные методы механики сплошной среды. № 4, т. 6, 1975.
- [Атлас, 2006] «Атлас единой глубоководной системы европейской части РФ» т. 8, часть II «Волго-Донской водный путь от Волгодонска до устья Дона» изд. ГБУ «Волго-Балт» 2006 г.
- [Базаров, Милитеев, 1999] *Базаров Д.Р. Милитеев А. Н.* Двухмерные (в плане) уравнения для потоков с размываемым дном // Водные ресурсы ,1999, т. 26, №1.
- [Бахметев, 1934] *Бахметев Б.А.* Гидравлика открытых русел / Б.А. Бахметев, М., 1934.

- [Беликов и др., 1997а] *Беликов В.В., Иванов В.Д., Конторович В.К. и др.* Геометрический анализ несобоновской интерполяции // В кн. «Вычислительная гидродинамика природных течений». – М.: Наука. Физматлит, 1997 – Тр. ИОФАН; т. 53, с.187–198.
- [Беликов и др., 1997б] *Беликов В.В., Иванов В.Д., Конторович В.К. и др.* Несобоновская интерполяция - новый метод интерполяции значений функции на произвольной системе точек. Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физики, 1997, т. 37, №1, , с.11–17.
- [Беликов и др., 2002а] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Колесников Ю.М., Кочетков В.В.* Компьютерная модель р. Москва как инструмент оптимизации управления режимами водохранилищ при пропуске половодий и осуществлении гидравлических промывок русла //Труды. Межд. Симпозиума "Гидравлические и гидрологические аспекты надежности и безопасности гидротехнических сооружений". 28мая-1июня 2002 г., С.-Петербург. Тез. докл., с. 144–145. Доклад на CD-ROM.
- [Беликов и др., 2002б] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Прудовский А.М. и др.* Оценка параметров прорывного паводка при составлении декларации безопасности ГТС // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. Гидравлика гидротехнических сооружений. С.-Петербург, 2002, т. 240, с.145–151.
- [Беликов и др., 2003а] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Прудовский А.М., Родионов В.Б.* Компьютерная гидравлическая модель речного бассейна – основа определения ущербов народному хозяйству от наводнений. В сб. "Безопасность энергетических сооружений". Вып. 11. ОАО "НИИЭС". М.:2003. с. 132–148.
- [Беликов и др., 2003б] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Прудовский А.М., Родионов В.Б., Кочетков В.В.* Использование электронных топографических карт для оценки ущерба от катастрофических паводков //В сб. «Безопасность энергетических сооружений», М., ОАО «НИИЭС», 2003 г., Вып.11, с.434–442.
- [Беликов и др., 2003в] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Третьюхина Е.С., Цыпин В.Ш.* Выбор проектных решений по ликвидации последствий катастрофического наводнения в Приморском крае на основе результатов компьютерного моделирования. В сб. «Безопасность энергетических сооружений». Вып. 11. ОАО «НИИЭС». М.:2003. с.396-407
- [Беликов и др., 2004а] *Беликов В.В., Третьюхина Е.С., Зайцев А.А., Ильясов А.К.* Выбор инженерных мероприятий для защиты пос. Зырянка (р. Колыма) от береговой эрозии с применением компьютерного гидравлического моделирования //В сб. «Безопасность энергетических сооружений». Вып. 12. М.:ОАО «НИИЭС». 2004.с.401–418.

- [Беликов и др., 2004б] *Беликов В.В., Третьюхина Е.С., Кочетков В.В., Зайцев А.А., Савельев Р.А., Сосунов И.В.* Компьютерное моделирование катастрофического заторного наводнения в районе г. Ленска // В сб. «Безопасность энергетических сооружений». М., Вып. 12. ОАО «НИИЭС», 2004.
- [Беликов и др., 2004в] *Беликов В.В., Прудовский А.М., Третьюхина Е.С., Орлов А.В., Радкевич Д.Б.* Расчет течений в бьефах Сызранской ГЭС и оценка величины вероятного ущерба при возникновении аварийной ситуации. В сб. «Безопасность энергетических сооружений». Вып. 12. ОАО «НИИЭС». М.:2004. с.156–166.
- [Беликов и др., 2008] *Беликов В.В., Кочетков В.В., Борисова Н.М., Ковалёв С.В., Никитина Н.В.* Применение ГИС-технологий и специализированных баз данных при численном моделировании экстремальных затоплений поймы Нижнего Дона // Труды Научно-практ. Конф. «Управление водно-ресурсными системами в экстремальных ситуациях» М., 2008, с.121-125.
- [Беликов и др., 2010] *Беликов В.В., Борисова Н.М., Васильева Е.С., Кочетков В.В.* Обеспечение гидрологической безопасности при застройке пойменных территорий на примере долины Нижнего Дона//«Фундаментальные проблемы воды и водных ресурсов» Материалы Третьей всероссийской конф. с международным участием. Барнаул, 24–28 августа 2010, с.496–499
- [Беликов и др., 2015] *Беликов В.В., Борисова Н.М., Румянцев А.Б., Алексюк А.И.* О параметрах волны прорыва 7-го шлюза Канала им.Москвы // Гидротехническое строительство, №7,2015, с.57–60
- [Беликов и др., 2018] *Беликов В.В., Борисова Н.М., Алексюк А.И., Румянцев А.Б., Глотко А.В., Шурухин Л.А.* Гидравлическое обоснование проекта Багаевского гидроузла с применением численного гидродинамического моделирования// Гидротехническое строительство, 2018, №5, с. 19–35. / Belikov V.V., Borisova N.M, Alekseyuk A.I., Rumyantsev A. B., Glotko A.V., Shurukhin L.A. Hydraulic substantiation of the Bagaevskaya hydro complex project based on numerical hydrodynamic modeling // Power Technology and Engineering, vol. 52 (4), 2018, p. 372–388. <https://doi.org/10.1007/s10749-018-0962-9>.
- [Беликов и др., 2020] *Беликов В.В., Алексюк А.И., Борисова Н.М., Глотко А.В., Румянцев А.Б.* Оценка изменения гидрологического режима Нижнего Дона под влиянием хозяйственной деятельности. Ретроспективное гидродинамическое моделирование // Водные Ресурсы, 2020. (направлена в журнал)
- [Беликов, 1984а] *Беликов В.В.* Вычислительный комплекс TRIANA – генератор сеток треугольных конечных элементов в произвольных плоских областях. ГосФАП СССР, П007705, 1984.
- [Беликов, 1984б] *Беликов В.В.* Комплекс программ «FEMIN» для расчета течений и переформирований дна в реках методом конечных элементов //ГосФАП СССР, № П007984, 1984.

- [Беликов, 1987] *Беликов В.В.* Численное моделирование течений жидкости со свободной поверхностью и деформируемым дном. Дисс. к.ф.-м. н., М., 1987, 132 с.
- [Беликов, 2002] *Беликов В.В.* Моделирование динамики развития прорана при сквозном счете на гибридных сетках //Труды Международного Симпозиума IAHR «Гидравлические и гидрологические аспекты надежности и безопасности гидротехнических сооружений». С.-Петербург, 2002 (CD-ROM).
- [Беликов, 2005
Дисс.] *Беликов В.В.* Совершенствование методов и технологий прикладного численного моделирования в гидравлике открытых потоков // Докт. дисс. по спец. 05.23.16 – гидравлика и инженерная гидрология. М., 2005, 357 с.
- [Беликов,
Борисова, 2010] *Беликов В.В., Борисова Н.М.* Численные исследования волн прорыва судоходных гидротехнических сооружений// Научно-техн. и производственный сб. «Безопасность энергетических сооружений». М.,2010, вып.17, с.205–214
- [Беликов,
Борисова,
Кочетков, 2015] *Беликов В.В., Борисова Н.М., Кочетков В.В.* Численное моделирование переноса загрязнений для целей обеспечения экологической безопасности водопользования (на примере водотоков и водоемов Подмосковья) // Сб. научн. Трудов Всероссийской научн. Конф. «Научное обеспечение реализации «Водной стратегии Российской Федерации на период до 2020 г.». Петрозаводск 6-11 июля 2015 г., т. 1, с.237–242
- [Беликов,
Борисова,
Остапенко, 2007] *Беликов В.В., Борисова Н.М., Остапенко В.В.* Совершенствование методов численного моделирования гидротехнических сооружений с резкими перепадами отметок дна // В сб. «Безопасность энергетических сооружений». М., Вып. 16. ОАО «НИИЭС», 2007, с.79–89.
- [Беликов,
Волченков, 1985] *Беликов В.В., Волченков Г.Я.* Расчет нестационарных плановых деформаций подмостовых русел методом конечных элементов // В сб. «Гидравлика дорожных водопропускных сооружений», Саратов, СПИ, 1985, с. 30–34.
- [Беликов, Глотко,
2005a] *Беликов В.В., Глотко А.В.* Компьютерное моделирование паводковых и меженных течений в Чебоксарском водохранилище с применением различных численных методов //«Природообустройство и рациональное природопользование-необходимые условия социально-экономического развития России» Сборник научных трудов. Часть I.М.: МГУП, 2005, с. 204–210
- [Беликов, Глотко,
2005б] *Беликов В.В., Глотко А.В.* Математическое моделирование сложных русловых течений на участке Чебоксарского водохранилища между Нижегородским гидроузлом и Нижним Новгородом //«Природообустройство и рациональное природопользование-необходимые условия социально-экономического развития России» Сборник научных трудов. Часть I.М.: МГУП, 2005, с. 210–215.

- [Беликов, Зайцев, Егоров, 2001] *Беликов В.В., Зайцев А.А., Егоров В.Ф.* Мониторинг русловых процессов на подводных переходах трубопроводов через крупные реки. Тез. докл. 3-ей Всерос. научн. конф. «Физические проблемы экологии (экологическая физика)». Москва, 22–24 мая 2001 г.
- [Беликов, Зайцев, Милитеев, 1999] *Беликов В.В., Зайцев А.А., Милитеев А.Н.* Математическое моделирование русловых процессов крупных рек для целей народного хозяйства //Тр. 5-ой Всеросс. конф. «Динамика и термика рек, водохранилищ и прибрежной зоны морей». М., 1999, с. 17–20.
- [Беликов, Зайцев, Милитеев, 2001] *Беликов В.В., Зайцев А.А., Милитеев А.Н.* Численное моделирование кинематики потока на участке неразмываемого русла //«Водные ресурсы», 2001, т. 28, №6, с.701–710.
- [Беликов, Зайцев, Милитеев, 2002] *Беликов В.В., Зайцев А.А., Милитеев А.Н.* Математическое моделирование сложных участков русел крупных рек //«Водные ресурсы», 2002, т. 29, №6, с. 698–705.
- [Беликов, Колесников, Иваненко, 2001] *Беликов В.В., Колесников Ю.М., Иваненко С.А.* Математическое моделирование пропуска весеннего половодья через городской бьеф р. Москвы. Водные ресурсы, 2001, т.28, №5, с. 566–572.
- [Беликов, Конторович, 1992] *Беликов В.В., Конторович В.К.* Эффективная интерполяция полей, заданных на нерегулярных наборах точек //Тез. докл. «Применение математических методов и компьютерных технологий при решении задач геохимии и охраны окружающей среды». Львов, 1992.
- [Беликов, Кочетков, 2014] *Беликов В.В., Кочетков В.В.* Программный комплекс для расчета течений, деформаций дна и переноса загрязнений в протяженной и разветвленной системе русел (RIVER_1D) // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2014612182. М., 2014.
- [Беликов, Кочетков, Третьюхина, 2007] *Беликов В.В., Кочетков В.В., Третьюхина Е.С.* Численные исследования нестационарных гидравлических режимов работы совмещенного нижнего бассейна Загорских ГАЭС-1 и ГАЭС-2 // В сб. «Безопасность энергетических сооружений». М., Вып. 16. ОАО «НИИЭС», 2007, с.112–128.
- [Беликов, Милитеев, 1989] *Беликов В.В., Милитеев А.Н.* Численный метод долговременного прогноза русловых деформаций. Тез. докл. 3-ей Всес. конф. «Динамика и термика рек, водохранилищ и окраинных морей» М., 1989, т.1, с. 44.
- [Беликов, Милитеев, 1992] *Беликов В.В., Милитеев А.Н.* Двухслойная математическая модель катастрофических паводков //В сб. Вычислительные технологии», т.1, №3. Новосибирск.1992, с.167–174.
- [Беликов, Милитеев, 1993] *Беликов В.В., Милитеев А.Н.* Численная модель морских нагонов в приустьевых участках рек // В сб. научн. тр. КаГУ. Калининград, 1993, с. 15–23.

- [Беликов, Милитеев, 2002a] *Беликов В.В., Милитеев А.Н.* Комплекс программ для расчета речных течений (FLOOD) // Российское агентство по патентным и товарным знакам. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. № 2002610941. М.: 2002.
- [Беликов, Милитеев, 2002б] *Беликов В.В., Милитеев А.Н.* Компьютерное моделирование катастрофических паводков // Труды. Межд. Симпозиума «Гидравлические и гидрологические аспекты надежности и безопасности гидротехнических сооружений». 28мая-1июня 2002 г., С.-Петербург. Тез. докл. с. 72–73. Доклад на CD-ROM.
- [Беликов, Милитеев, Колесников, 1996] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Колесников Ю.М.* Моделирование работы русла и поймы р. Туры на пропуск паводковых расходов // Сб. тр. МГСУ «Водное хозяйство, порты и портовые сооружения, объекты строительства на шельфе». М., 1996, с. 15–25.
- [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2001] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Кочетков В.В.* Комплекс программ для расчета волн прорыва (БОР) // Российское агентство по патентным и товарным знакам. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2001610638. М., 2001.
- [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2002] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Кочетков В.В.* Комплекс программ для расчета течений в системе русел (RIVER) // Российское агентство по патентным и товарным знакам. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. №2002610938. М.: 2002.
- [Беликов, Милитеев, Кочетков, 2003] *Беликов В.В., Милитеев А.Н., Кочетков В.В.* Комплекс программ «Ущерб от паводков» для расчета зон затоплений и ущербов от наводнений и паводков // Российское агентство по патентным и товарным знакам. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2003612595. М., 2003.
- [Беликов, Румянцев, Норин, 2017] *Беликов В.В., Румянцев А.Б., Норин С.В.* Исследование вариантов оптимизации температурных режимов водоемов-охладителей атомных электростанций численными методами // Гидротехническое строительство, 2017, №10, с. 34–42.
- [Беликов, Румянцев, Норин, 2019] *Беликов В.В., Румянцев А.Б., Норин С.В.* Исследование вариантов оптимизации компоновок гидротехнических сооружений прибрежной зоны атомных электростанций методами численного гидротермического моделирования // Гидротехническое строительство. 2019. №7. С. 21–28
- [Беликов, Семёнов, 1985a] *Беликов В.В., Семенов А.Ю.* Метод Годунова с модификацией Колгана для численного решения двумерных уравнений мелкой воды // Тр. X конф. молодых ученых Моск. физ.-техн. ин-та (23 марта – 7 апреля 1985). – Деп. в ВИНТИ Ч. 1. №5983-85 Деп. с. 179–214.

- [Беликов, Семёнов, 1985б] *Беликов В.В., Семенов А.Ю.* Применение метода Годунова с модификацией Колгана к расчету планов течений в нижних бьефах водопропускных труб // В сб. «Гидравлика дорожных водопропускных сооружений» Саратов, СПИ, 1985, с. 54–57.
- [Беликов, Семёнов, 1988] *Беликов В.В., Семенов А.Ю.* Явный численный метод распада разрывов для решения уравнений мелкой воды: Препринт №42. М.: Институт общей физики АН СССР, 1988. 44 с.
- [Беликов, Семёнов, 1997а] *Беликов В.В., Семенов А.Ю.* Построение численных методов распада разрыва для решения уравнений теории мелкой воды // В кн. «Вычислительная гидродинамика природных течений». – М.: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 1997 – Тр. ИОФАН; т. 53. с. 5–43.
- [Беликов, Семёнов, 1997б] *Беликов В.В., Семенов А.Ю.* Численный метод распада разрыва для решения уравнений теории мелкой воды // Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физики, 1997, т. 37, №8, с. 1006–1019.
- [Боровков и др., 1997] *Боровков В.С., Колесников Ю.М., Брянская Ю.В., Беликов В.В.* Математическое моделирование гидравлических режимов и руслового процесса водотока в условиях влияния урбанизации (на примере р. Москвы)// Изв. вузов. Строительство. 1997, №7, с. 75–79.
- [Букреев и др., 2004] *Букреев, В.И., Гусев, А.В., Малышева, А.А., Малышева, И.А.,* 2004. Экспериментальная Проверка Газогидравлической Аналогии На Примере Задачи О Разрушении Плотины. Известия Российской Академии Наук. Механика Жидкости И Газа 143.
- [Булатов, 2014] *Булатов О.В.* Аналитические и численные решения уравнений Сен-Венана для некоторых задач о распаде разрыва над уступом и ступенькой дна // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2014. №1 (54). С. 149–163.
- [Булатов, Елизарова, 2011] *Булатов О.В., Елизарова Т.Г.* Регуляризованные уравнения мелкой воды и эффективный метод численного моделирования течений в неглубоких водоемах // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2011. №1 (51). С. 170–184.
- [Васильев и др., 1963] *Васильев О.Ф. и др.* Численный метод расчета распространения длинных волн и приложение его к задаче о паводке. Доклады АН СССР, 1963, т. 151, №3.
- [Васильев, 1956] *Васильев О.Ф.* Гидравлический прыжок и растекание потока в расширяющемся русле. ДАН СССР, т. 106, №5, 1956
- [Васильев, 1974] *Васильев О.Ф.* Распространение волн прорыва при разрушении плотин. «Гидротехническое строительство», №11 1974.
- [Васильев, Гладышев, 1966] *Васильев О.Ф., Гладышев М.Т.* О расчете прерывных волн в открытых руслах. Изв.АН СССР, механика жидкости и газа, №6, 1966.

- [Васильев, Темноева, Шугрин, 1965] *Васильев О.Ф., Темноева Т.А., Шугрин С.М.* Численный метод расчета неустановившихся течений в открытых руслах. Изв. АН СССР, Механика, №2, 1965
- [Васильева и др., 2020] *Васильева, Е.С., Белякова, П.А., Алексюк, А.И., Селезнева, Н., Беликов, В.В.,* 2020. Моделирование быстроразвивающихся паводков на малых реках Северного Кавказа с использованием современных данных автоматизированной гидрометеорологической сети. Водные ресурсы.
- [Воеводин, Шугрин, 1981] *Воеводин А.Ф., Шугрин С.М.* Численные методы расчета одномерных систем. Новосибирск: Наука, 1981.
- [Вольцингер, Пясковский, 1977] *Вольцингер Н.Е., Пясковский Р.В.* Теория мелкой воды. Океанологические задачи и численные методы. Л.: Гидрометеоиздат, 1977, 207 с.
- [Гладышев, 1968] *Гладышев М.Т.* К задаче о распаде начального разрыва в открытых руслах. Изв. Вузов, Энергетика. 1968. №4, с. 81–88.
- [Гладышев, 1981] *Гладышев М.Т.* Численное моделирование неустановившихся течений в открытых руслах. «Водные ресурсы», №3 1981, 119–125.
- [Годунов и др., 1976] *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я.* и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976, 400 с.
- [Годунов, 1959] *Годунов С.К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47 (89), №3, с. 271–306.
- [Гришанин, 1979] *Гришанин К.В.* Динамика русловых потоков. Л., «Гидрометеоиздат», 1979, 312 с.
- [Декларация безопасности..., 2015] Декларация безопасности Гидротехнических сооружений Рыбинской ГЭС. Филиала ОАО «РусГидро» – «Каскад Верхневолжских ГЭС, г. Рыбинск, 2015.
- [Джордж, Лю, 1984] *Джордж А., Лю Дж.* Численное решение больших разреженных систем уравнений. – М., Наука, 1984, 279 с.
- [Зуйков, 2016] *Зуйков А.Л.* Особенности гидравлики классического водослива-водомера Крампа // Гидротехническое Строительство. 2016. №10. С. 50–59.
- [Иваненко, 1985] *Иваненко С.А.* Построение криволинейных сеток и их использование в методе конечных элементов для решения уравнения мелкой воды. М., ВЦ АН СССР, Препринт, 1985, 61 с.
- [Иваненко, 2000] *Иваненко С.А.* Управление формой ячеек в процессе построения сетки. Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физики, 2000, т. 40, №11, с. 1662–1684.
- [Иваненко, Корявов, 1983] *Иваненко С.А., Корявов П.П.* Использование метода конечных элементов для моделирования движения воды в водоеме сложной формы. М., ВЦ АН СССР, Препринт, 1983, 38 с.

- [Иваненко, Корявов, Милитеев, 2002] *Иваненко С.А., Корявов П.П., Милитеев А.Н.* Современные вычислительные технологии для расчета динамики открытых потоков. «Водные ресурсы» 2002, т. 29, №5, с. 570–581.
- [Карасев, 1980] *Карасев И.Ф.* Речная гидрометрия и учет водных ресурсов / И. Ф. Карасев, Гидрометеиздат, 1980.
- [Колган, 1972] *Колган В.П.* Применение принципа минимальных значений производных к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Уч. зап. ЦАГИ. 1972, т. 3, №6, с. 68–77.
- [Колган, 1975] *Колган В.П.* Конечно-разностная схема для расчета двумерных разрывных решений нестационарной газовой динамики // Уч. Записки ЦАГИ, 1975, т.6, №1, с. 9–14.
- [Колесников, Беликов, Милитеев, 1997] *Колесников Ю.М., Беликов В.В., Милитеев А.Н.* Численное моделирование условий санитарных гидравлических промывок русла реки Москвы в черте города // Труды Академии водохозяйственных наук. Вып.5. Гидрология и русловые процессы. М.: Изд-во МГУ, 1997, с. 105–113.
- [Корень, 1991] *Корень В.И.* Математические модели в прогнозах речного стока. Л., Гидрометеиздат, 1991, 199 с.
- [Крыленко, 2007] *Крыленко И.Н.* Водный режим и гидрологическая безопасность освоенных участков рек// Дисс. на соискание степени канд. геогр. наук, Москва, Географический факультет МГУ им М.В. Ломоносова, 183 с, 2007.
- [Кулагю и др., 2004] *Кулагю А.Е., Шкадова В.П., Шкадов В.Я., Зеленов И.В.* Неустойчивость и автоколебания потока при обтекании цилиндров квадратного сечения // Труды ИЭФ, 2004, №4, с. 172–186.
- [Куликовский, Погорелов, Семенов, 2001] *Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю.* Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. Физматлит М., 2001.
- [Кучмент, 1972] *Кучмент Л.С.* Математическое моделирование речного стока. Гидрометеиздат, Л., 1972
- [Кучмент, Демидов, Мотовилов, 1983] *Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г.* Формирование речного стока. М., Наука, 1983, 215 с.
- [Кюнж, Холли, Вервей, 1985] *Кюнж Ж.А., Холли Ф.М., Вервей А.* Численные методы в задачах речной гидравлики. – М., Энергоатомиздат, 1985. 255 с.
- [Ли и др., 2009] *Ли, К.Т., Чен, Н.К., Гарцман, Б.И., Бугаец, А.Н.,* 2009. Современная версия модели единичного гидрографа и ее применение в Тайване и России. География и природные ресурсы 144–151.

- [Лятхер и др., 1986] *Лятхер В.М., Милитеев А.Н., Мишуев А.В., Сладкевич М.С.* Исследование наката волн цунами на берега численными методами. Исслед. цунами. Возникновение и распространение в океане волн цунами. М.: 1986. №1, с. 110–119.
- [Лятхер, Милитеев, 1978] *Лятхер В.М., Милитеев А.Н.* Исследование плана течений в нижнем бьефе гидротехнических сооружений численными методами. Гидротехническое стр-во. 1978. №6, с. 27–32.
- [Лятхер, Милитеев, 1981] *Лятхер В.М., Милитеев А.Н.* Гидравлические исследования численными методами // Водные ресурсы, №3, 1981.
- [Маханов, Семенов, 1994] *Маханов С.С., Семенов А.Ю.* Устойчивый численный алгоритм для расчетов течения жидкости в открытом русле. Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физики, 1994, т.34, №1, с. 104–117.
- [Маханов, Семенов, 1996] *Маханов С.С., Семенов А.Ю.* Двумерный неотрицательный алгоритм для расчета течений жидкости в открытых руслах. Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физики, 1996, т.36, №4, с. 97–105.
- [Методика ..., 2007] Методика определения размера вреда, который может быть причинен жизни, здоровью физических лиц, имуществу физических и юридических лиц в результате аварии судоходных гидротехнических сооружений. Утверждена Приказом МЧС России и Минтранса России от 02.10.2007 г. №528/143.
- [Методические указания..., 1980] Методические указания по оценке ущербов в зоне затопления. М.: Гидропроект, 1980, 35 с.
- [Милитеев, 1982] *Милитеев А.Н.* (1982) Решение задач гидравлики мелких водоемов и бьефов гидроузлов с применением численных методов. Диссертация на соискание ученой степени доктора техн. наук, М. 1982, 307 с.
- [Милитеев, 1983] *Милитеев А.Н.* Численное моделирование пульсационных течений и тепломассопереноса в мелких нестратифицированных водоемах // В сб. научн. трудов Гидропроекта «Гидравлические исследования в энергетике и водном хозяйстве», М., 1983, № 91, с. 41–52.
- [Милитеев, Базаров, 1997] *Милитеев А.Н., Базаров Д.Р.* О пульсационных решениях двумерных уравнений мелкой воды при стационарных краевых условиях // Сообщения по прикладной математике. ВЦ РАН, М., 1997.
- [Милитеев, Сладкевич, 1983] *Милитеев А.Н., Сладкевич М.С.* Разностная схема для решения плановых уравнений мелкой воды // Деп. в ВИНТИ. Депонированные рукописи. Вып. 3, 1983.
- [Милитеев, Цыпин, 1989] *Милитеев А.Н., Цыпин В.Ш.* «Рекомендации по гидравлическому расчету отверстий пойменных мостов». НТО ЦНИИС, М., 1989, 218 с.
- [Милитеев, Школьников, 1981] *Милитеев А.Н., Школьников С.Я.* Численные исследования планов течения в руслах со сложным рельефом дна. «Водные ресурсы», №3, 1981.

- [Овсянников и др., 1985] *Овсянников Л.В., Макаренко Н.И., Налимов В.И. и др. Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука, 1985.*
- [Овсянников, 1981] *Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, 1981.*
- [Остапенко, 2003а] *Остапенко В.В. Течения, возникающие при разрушении плотины над ступенькой дна // Прикладная механика и техническая физика. 2003. № 4 (44). С. 51–63.*
- [Остапенко, 2003б] *Остапенко В.В. Течения, возникающие при разрушении плотины над уступом дна // Прикладная механика и техническая физика. 2003. №6 (44). С. 107–122.*
- [Остапенко, 2007] *Остапенко В.В. Модифицированные уравнения теории мелкой воды, допускающие распространение прерывных волн по сухому руслу // Прикладная механика и техническая физика. 2007. № 6 (48). С. 22–43.*
- [Пономаренко, Сорокина, Бирюков, 2012] *Пономаренко Е.П., Сорокина В.В., Бирюков П.А. Сгонно-нагонные явления в дельте реки в 2007–2010 гг. и их прогнозирование // Вестник Южного научного центра РАН т. 8, №1, 2012, с. 28–37.*
- [Прокофьев, 2003] *Прокофьев В.А. Моделирование последствий воздействия паводка на ГТС с помощью метода Hapsock на регулярной сетке // В сб. «Безопасность энергетических сооружений». Тр. НИИЭС, 2003, вып. 11, с. 148–168.*
- [Прокофьев, 2005] *Прокофьев В.А. Численная плановая модель открытого потока при наличии на дне препятствий // Водные ресурсы. 2005. №3 (32). С. 282–294.*
- [Прудовский, 1998] *Прудовский А.М. Образование прорана при прорыве земляной плотины// В сб. «Безопасность энергетических сооружений». Вып. 2–3. М., НИИЭС, 1998.*
- [Рекомендации..., 1993] *Рекомендации по комплексам мероприятий защиты населения при чрезвычайных ситуациях природного и техногенного характера // ВНИИ ГОЧС. М.: 1993.*
- [Родионов, 1987а] *Родионов А.В. Монотонная схема второго порядка аппроксимации для сквозного расчета неравновесных течений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1987, т. 27, №4, с. 585–593.*
- [Родионов, 1987б] *Родионов А.В. Повышение порядка аппроксимации схемы С.К. Годунова//Ж. выч. матем. и матем. физ. 1987, т. 27, №12, с. 1853–1860.*
- [Роуч, 1980] *Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М., Мир, 1980, 616 с.*
- [Руководство по гидрологическим прогнозам. Выпуск 2. 1989] *Руководство по гидрологическим прогнозам. Выпуск 2. Краткосрочный прогноз расхода и уровня воды на реках // Л., Гидрометеиздат, 1989, 246 с.*

- [Румянцев и др., 1985] *Румянцев В.А., Кондратьев С.А., Капотова Н.И., Ливанова Н.А.* Опыт разработки и применения математических моделей бассейнов малых рек // Л., Гидрометеиздат, 1985, 94 с.
- [Румянцев, Беликов, 2015] *Румянцев А.Б., Беликов В.В.* Оценка рисков воздействия экстремальных гидрометеорологических явлений и техногенных паводков на объекты повышенной опасности // Сб. научн. Трудов Всероссийской научн. Конф. «Научное обеспечение реализации «Водной стратегии Российской Федерации на период до 2020 г.». Петрозаводск 6-11 июля 2015 г., т. 2, с. 38–44
- [Русанов, 1961] *Русанов В.В.* Расчет взаимодействия нестационарных ударных волн с препятствиями. Ж. выч. матем. и матем. физ. 1961, т. 1, №2, с. 267–279.
- [Самарский, 1977] *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М., Наука, 1977.
- [Сегерлинд, 1979] *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
- [СП 42.13330.2011 Градостроительство..., 2011] СП 42.13330.2011 Градостроительство. Планировка и застройка городских и сельских поселений. Актуализированная редакция СНиП 2.07.01-89* Москва 2011.
- [Срибный, 1932] *Срибный М.Ф.* Нормы сопротивления движению естественных водотоков и расчет отверстий больших мостов по способу бытовых морфологических характеристик. М // Л.: Гострансиздат. 1932.
- [Стокер, 1959] *Стокер Дж.* Волны на воде. Математическая теория и приложения // М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
- [Фролова и др., 2013] *Фролова, Н.Л., Агафонова, С.А., Беликов, В.В., Крыленко, И.Н., Головлев, П.П., 2013.* Затонные наводнения в районе г. Томска: генетический анализ и моделирование // Ледовые и термические процессы на водных объектах России: научные труды IV Всероссийской конференции, с. 180–186.
- [Чоу, 1969] *Чоу В.Т.* Гидравлика открытых каналов // М.: Стройиздат, 1969.
- [Шеренков, 1958] *Шеренков И.А.* О плановой задаче растекания струи бурного потока несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, ОТН, №1, 1958
- [Шеренков, 1978] *Шеренков И.А.* Прикладные плановые задачи гидравлики спокойных потоков. М., Энергия, 1978, 240 с.
- [Шеренков, Каневский, Ляшенко, 1988] *Шеренков И.А., Каневский З.И., Ляшенко А.Л.* Динамическое взаимодействие руслового и пойменного потоков // Труды 5 Всесоюзного Гидрологического Съезда, т.10, кн.2, Л., Гидрометеиздат, 1988, с. 210–216

- [Шкадов, 1967] Шкадов В.Я. Волновые режимы течения тонкого слоя вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1967. № 1, с. 43–51.
- [Шурухин, Левачёв, Немолочных, 2017] Шурухин Л.А., Левачёв С.Н., Немолочных А.Г. Багаевский гидроузел-последняя ступень каскада транспортных гидроузлов на Нижнем Дону // Гидротехника, №3, 2017, с. 6–9.
- [Abbot, Rasmussen, 1977] Abbot M.B., Rasmussen C. On the numerical modelling of rapid expansions and contractions in models that are two-dimensional in plan // Proc. 17th Congr. IAHR, 2, Baden-Baden, 1977.
- [Abbott, 1980] Abbott M.B. Elements of the theory of free surface flows – Computational Hydraulics. Pitman Publishing Ltd, London, 1980.
- [Aleksyuk et al., 2018] Aleksyuk, A.I., Belikov, V.V., Borisova, N.M., Fedorova, T.A. Numerical Modeling of Non-Uniform Sediment Transport in River Channels // Water Resources, 2018, 45, p. 11–17. <https://doi.org/10.1134/S0097807818050275>
- [Aleksyuk, 2019] Aleksyuk A.I. Influence of vortex street structure on the efficiency of energy separation // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2019, 135, p. 284–293. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.01.103>
- [Aleksyuk, Belikov, 2019] Aleksyuk A.I., Belikov V.V. The uniqueness of the exact solution of the Riemann problem for the shallow water equations with discontinuous bottom // Journal of Computational Physics, 2019, 390, p. 232–248. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.04.001>
- [Aleksyuk, Malakhov, Belikov, 2020] Aleksyuk A. I., Malakhov M. A., Belikov V. V. The exact Riemann solver for the shallow water equations with a discontinuous bottom // Journal of Computational Physics, 2020. (submitted)
- [Aleksyuk, Osipov, 2018] Aleksyuk A.I., Osipov A.N. Direct numerical simulation of energy separation effect in the near wake behind a circular cylinder // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2018, 119, p. 665–677. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.11.133>
- [Aleksyuk, Shkadov, 2018] Aleksyuk A.I., Shkadov V.Ya. Analysis of three-dimensional transition mechanisms in the near wake behind a circular cylinder // European Journal of Mechanics – B/Fluids, 2018, 72, p. 456–466. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2018.07.011>
- [Amiri, Talebbeydokhti, Baghlani, 2012] Amiri S.M., Talebbeydokhti N., Baghlani A. A two-dimensional well-balanced numerical model for shallow water equations // Scientia Iranica, 2012. p. S1026309812002635.
- [Belikov et al., 2018] Belikov V.V., Aleksyuk A.I., Borisova N.M., Vasilieva E.S., Norin S.V., and Rumyantsev A.B. Justification of Hydrological Safety Conditions in Residential Areas Using Numerical Modelling // ISSN 0097-8078, Water Resources, 2018, 45, p. S39–S49. © Pleiades Publishing, Ltd., 2018. <https://doi.org/10.1134/S0097807818050305>

- [Belikov et al., 2019] *Belikov, V.V., Alekseyuk, A.I., Borisova, N.M., Norin, S.V., Rumyantsev, A.B.*, Determining the Elevations of Industrial Sites of Nuclear Power Plants Located in Floodplains // *Power Technology and Engineering*, 53(3), p. 267–277, 2019. <https://doi.org/10.1007/s10749-019-01070-4>
- [Belikov, Militeev, Rodionov, 2002] *Belikov V.V., Militeev A.N., Rodionov V.B.* Two-layer model for flood computation in complicated channel system with erosion riverbed with floodplain // *Proc. Conf. «RIVER FLOW 2002»*, Bousmar&Zech (eds.), 2002 Swets&Zeltinger, Lisse, ISBN 905809 509 6, p. 263-269.
- [Belikov, Rumyantsev, Norin, 2018] *Belikov V.V., Rumyantsev A.B., Norin S.V.* Investigation of variants of optimizing the temperature regimes of nuclear power plant cooling ponds by numerical methods // *Power Technology and Engineering*, 51 (6), 2018. <https://doi.org/10.1007/s10749-018-0887-3>
- [Belikov, Semenov, 1988] *Belikov V.V., Semenov A.Yu.* Godunov's type methos for a numerical solution of the two-dimensional shallow water equations // *Proc. 17th Session of Sci. and Methodol. Seminar on Ship Hydrodynamics*. (Oct. 17–22, 1988.Bulgaria, Varna) 1988, 2, p. 56/1–56/6.
- [Belikov, Semenov, 1989] *Belikov V.V., Semenov A.Yu.* Godunov's type method for a numerical solution of the shallow water equations // *Proc. of Soviet Union-Japan Sump. on Comput. Fluid Dynamics. Book of abstracts*. Khabarovsk, 9-16, IX, Moscov, Comput. Centre USSR Acad. of Sciences, 1989, 3, p. 5–13
- [Belikov, Semenov, 1997] *Belikov V.V., Semenov A.Yu.* New Non-Sibson Interpolation on Arbitrary System of Points in Euclidean Space // *Proceedings of 15th World Congress on Scientific Computation Modeling and Applied Mathematics*. Berlin August 1997, V.2
- [Belikov, Semenov, 1998a] *Belikov V.V., Semenov A.Yu.* A Godunov's Type Method Based on an Exact Solution to the Riemann Problem for the Shallow-Water Equations // *Proc. 4 Eur. Comp. Fluid Dyn. Conf. (ECCOMAS 98)*. WILEY, New York, 1998.V.1, Part 1, p. 310–315.
- [Belikov, Semenov, 1998b] *Belikov V.V., Semenov A.Yu.* Non-Sibsonian interpolation on arbitrary system of points in Euclidean space and adaptive generating isolines algorithm // *Proceedings of 6th Int. Conf. "Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations"* July 6-9, 1998, p. 227–236.
- [Belikov, Semenov, 2000] *Belikov V., Semenov A.* Non-Sibsonian interpolation on arbitrary system of points in Euclidean space and adaptive isolines generation // *Appl. Numer. Math.*, 32 (4), 2000.
- [BlueKenue, 2016] BlueKenue. Canadian Hydraulics Centre. National research council. Canada. 2016
- [Bresch, 2009] *Bresch D.* Shallow-Water Equations and Related Topics // Elsevier, 2009, p. 1–104.

- [Carrier, Greenspan, 1958] *Carrier G.F., Greenspan H.P.* Water waves of finite amplitude on a sloping beach // *Journal of Fluid Mechanics*, 1958, 4, p. 97–109.
- [Cea, Puertas, Vázquez-Cendó, 2007] *Cea L., Puertas J., Vázquez-Cendón M.-E.* Depth Averaged Modelling of Turbulent Shallow Water Flow with Wet-Dry Fronts // *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2007, 14 (3), 303–341.
- [Courant, Isaacson, Rees, 1952] *Courant R., Isaacson E., Rees M.* On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences // *Communs Pure and Appl. Math.*, 1952, 5 (3). p. 24–255.
- [Cuzzolino, 2011] *Cuzzolino, L., Della Morte, R., Covelli, C., Del Giudice, G., Pianese, D.*, 2011. Numerical solution of the discontinuous-bottom shallow-water equations with hydrostatic pressure distribution at the step // *Advances in Water Resources*, 34, p. 1413–1426. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2011.07.009>
- [Cunge, Holly, Verway, 1980] *Cunge G.A., Holly F.M., and A. Verway.* Practical Aspects of Computational River Hydraulics. Pitman Publishing LTD, London, 1980.
- [Delestre et al., 2013] *Delestre, O., Lucas, C., Ksinant, P.-A., Darboux, F., Laguerre, C., Vo, T.-N.-T., James, F., Cordier, S.*, 2013. SWASHES: a compilation of shallow water analytic solutions for hydraulic and environmental studies: Analytic solutions for shallow water equations // *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 72, p. 269–300. <https://doi.org/10.1002/flid.3741>
- [Delis, Skeels, Ryrie, 2000] *Delis A.I., Skeels C.P. and Ryrie S.C.* Evaluation of some approximate Riemann solvers for transient open channel flows // *J. Hydraulic Research*, 38 (3), 2000.
- [Fujihara, Borthwick, 2000] *Fujihara M., Borthwick A.G.L.* Godunov-Type Solution of Curvilinear Shallow-Water Equations // *Journal of Hydraulic Engineering*, 2000, 126 (11). p. 827–836.
- [Gerbeau, Perthame, 2001] *Gerbeau J.-F., Perthame B.* Derivation of viscous Saint-Venant system for laminar shallow water; Numerical validation // *Discrete & Continuous Dynamical Systems - B*. 2001 1 (1), p. 89–102.
- [Geuzaine, Remacle, 2009] *C. Geuzaine and J.-F. Remacle.* Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11), p. 1309–1331, 2009.
- [Glaister, 1995] *Glaister P.* A weak formulation of Roe's approximate Riemann solver applied to the St. Venant equations // *J. Comput. Phys.*, 116 (1), 1995.
- [Goutal, Maurel, 1997] *Goutal N., Maurel F.* Proceedings of the 2nd workshop on dam-break wave simulation // *Electricité de France, Direction des études et recherches*, 1997.

- [Gustafsson, Sundström, 1978] *Gustafsson B., Sundström A.* Incompletely Parabolic Problems in Fluid Dynamics // SIAM Journal on Applied Mathematics, 1978, 35 (2), p. 343–357.
- [Han, Warnecke, 2014] *Han E., Warnecke G.* Exact Riemann solutions to shallow water equations, Q. Appl. Math. 72(3) (2014) 407–453, <https://doi.org/10.1090/S0033-569X-2014-01353-3>.
- [Harten et al., 1986] *Harten A., Osher S., Engquist B., Chakravarthy S.R.* Some results on uniformly high-order accurate essentially nonoscillatory schemes // Appl. Numer. Math. 1986. V. 2. № 3–5, p. 347–377.
- [Harten et al., 1987] *Harten A., Engquist B., Osher S., Chakravarthy S.B.* Uniformly high-order accurate nonoscillatory schemes. III // J. Comput. Phys. 1987. V. 71. №2. p. 231–303.
- [Harten, Osher, 1987] *Harten A., Osher S.* Uniformly high-order accurate nonoscillatory schemes. I // SIAM. J. Numer. Anal., 1987, 24 (2), p. 279–309.
- [Huang, Zhang, Pei, 2013] *Huang Y., Zhang N., Pei Y.* Well-Balanced Finite Volume Scheme for Shallow Water Flooding and Drying Over Arbitrary Topography // Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 2013, 7 (1), p. 40–54.
- [James et al., 2019] *James, F., Lagrée, P.-Y., Le, M.H., Legrand, M.* Towards a new friction model for shallow water equations through an interactive viscous layer. ESAIM: M2AN, 2019, 53, p. 269–299. <https://doi.org/10.1051/m2an/2018076>
- [Kalliadasis et al., 2012] *Kalliadasis, S., Ruyer-Quil, C., Scheid, B., Velarde, M.G.* Falling Liquid Films, Applied Mathematical Sciences. Springer London, London, 2012. <https://doi.org/10.1007/978-1-84882-367-9>
- [Kawahara, Umetsu, 1986] *Kawahara M., Umetsu T.* Finite element method for moving boundary problems in river flow // International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1986, 6 (6). p. 365–386.
- [Krylenko et al., 2020] *Krylenko, I., Alabyan, A., Alekseyuk, A., Belikov, V., Sazonov, A., Zavyalova, E., Pimanov, I., Potryasaev, S., Zelentsov, V.* Modeling Ice-Jam Floods in the Frameworks of an Intelligent System for River Monitoring // Water Resources, 47, 2020, p. 387–398. <https://doi.org/10.1134/S0097807820030069>
- [Lax, Wendroff, 1960] *Lax P., Wendroff B.* Systems of conservation laws // Comm. Pure and appl. Math., 13 (2), p. 217–237, 1960.
- [Lee, Yen, 1997] *Lee K.T., Yen B.C.* Geomorphology and Kinematic-Wave-Based Hydrograph Derivation // Journal of Hydraulic Engineering, 1997, 123 (1), p. 73–80.
- [LeFloch, Thanh, 2007] *LeFloch P.G., Thanh M.D.* The Riemann problem for the shallow water equations with discontinuous topography // Commun. Math. Sci., 5(4), 2007, p. 865–885, <https://doi.org/10.4310/CMS.2007.v5.n4.a7>

- [LeFloch, Thanh, 2011] *LeFloch P.G., Thanh M.D.* A Godunov-type method for the shallow water equations with discontinuous topography in the resonant regime // *Journal of Computational Physics*, 2011, 230 (20). p. 7631–7660. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.06.017>
- [LeVeque, 2002] *LeVeque R.J.* Finite volume methods for hyperbolic problems / R.J. LeVeque, Cambridge; New York: Cambridge University Press, 2002.
- [Liang, Borthwick, 2009] *Liang Q., Borthwick A.G.L.* Adaptive quadtree simulation of shallow flows with wet–dry fronts over complex topography // *Computers & Fluids*, 2009, 38, p. 221–234.
- [MacDonald et al., 1997] *MacDonald, I., Baines, M.J., Nichols, N.K., Samuels, P.G.*, 1997. Analytic Benchmark Solutions for Open-Channel Flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123, p. 1041–1045. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1997\)123:11\(1041\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1997)123:11(1041))
- [Marche, 2007] *Marche F.* Derivation of a new two-dimensional viscous shallow water model with varying topography, bottom friction and capillary effects // *European Journal of Mechanics – B/Fluids*. 2007, 26, p. 49–63.
- [Mingham, Causon, 2000] *Mingham C.G., Causon D.M.*, Calculation of unsteady bore diffraction using a high resolution finite volume method. *J. Hydraulic Research*, 38, 2000.
- [Norin, Belikov, Alekseyuk, 2017] *Norin S.V., Belikov V.V., Alekseyuk A.I.* Simulating Flood Waves in Residential Areas. *Power Technology and Engineering*, 2017, 51, p. 52–57. <https://doi.org/10.1007/s10749-017-0782-3>
- [Rastogi, Rodi, 1978] *Rastogi A.K., Rodi W.* Predictions of Heat and Mass Transfer in Open Channels // *Journal of the Hydraulics Division*, 1978, 104, p. 397–420.
- [Rayleigh, 1914] *Rayleigh J.W.S.* On the theory of long waves and bores // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 1914, 90, p. 324–328.
- [Roe, 1981] *Roe P.L.* Approximate Riemann problem solvers, parameter vectors, and difference schemes, *J. Comput. Phys.*, 43, 1981.
- [Rosatti, Begnudelli, 2010] *Rosatti G., Begnudelli L.* The Riemann Problem for the one-dimensional, free-surface shallow water equations with a bed step: theoretical analysis and numerical simulations // *Journal of Computational Physics*, 2010, 229, p. 760–787.
- [Sibson, 1980] *Sibson R.* A vector identity for the Dirichlet Tessellation // *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1980, 87 (1), p. 151–155.
- [Sibson, 1981] *Sibson R.* A brief description of the natural neighbour interpolant // *Interpreting Multivariate Data*. Chichester: Wiley, UK, 1981, p. 21–36.

- [Sohankar et al., 1998] *Sohankar A., Norberg C., Davidson L.* Low-Reynolds-number flow around a square cylinder at incidence: study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1998, 26 (1), p. 39–56.
- [Song et al., 2011] *Song, L., Zhou, J., Li, Q., Yang, X., Zhang, Y.* An unstructured finite volume model for dam-break floods with wet/dry fronts over complex topography. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 67, 2011, p. 960–980. <https://doi.org/10.1002/fld.2397>
- [Sukumar et al., 2001] *Sukumar N., Moran B., Belikov V., Semenov A.Yu.* Natural neighbour Galerkin methods // *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, 50 (1), p. 1–27.
- [Toro, 2001] *Toro E.F.* Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows // Chichester; New York: Wiley, 2001, p. 326.
- [Yoon et al., 2010] *Yoon D.-H., Yang K.-S., Choi C.-B.* Flow past a square cylinder with an angle of incidence // *Physics of Fluids*, 2010, 22 (4), p. 043603.
- [Zaitsev, Belikov, Militeev, 2004] *Zaitsev A.A., Belikov V.V., Militeev A.N.* Using computer modeling for regulation of sediment transport under hydraulic structures on a large river. *Proc. Int. Symp. “Sediment Transfer through the Fluvial System”*, Moscow, 2-6 August 2004. IAHS Publ. 288, ISBN 1-901502-67-8, p. 386–394.

Беликов В.В., Алексюк А.И.

МОДЕЛИ МЕЛКОЙ ВОДЫ В ЗАДАЧАХ РЕЧНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Формат 70x100 1/16

Гарнитура Times

Усл.-п. л. 28,11. Уч.-изд. л. 15,26

Тираж 300 экз.

Издатель – Российская академия наук

Верстка и печать – УНИД РАН

Отпечатано в экспериментальной цифровой типографии РАН

Издается по решению Научно-издательского совета
Российской академии наук (НИСО РАН)
и распространяется бесплатно